

Appunti del corso SF1-MZ  
Laboratorio di Misura  
aa 2021/22

Michele Doro

3 novembre 2021

---

Quest'opera è distribuita con licenza Creative Commons "Attribuzione  
– Non commerciale – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia".



**NOTA IMPORTANTE:**

Il testo e' in fase iniziale di scrittura e potrebbe contenere diverse imprecisioni e refusi, di cui mi scuso fin da subito, inclusi errori grammaticali. Non mi e' infatti sempre possibile rileggere tutto quanto scritto e modificato. Potrebbe addirittura contenere, cosa ben più grave, errori. Chiedo agli studenti che leggeranno questi appunti di informarmi immediatamente su eventuali ovvi errori o distorsioni rispetto alla lezione in classe.

Michele Doro [michele.doro@unipd.it](mailto:michele.doro@unipd.it) 4 Ottobre 2021

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>5</b>
1.1	Linee guida per le esperienze . . . . .	5
1.2	Linee guida per il report scientifico . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Pendolo semplice</b>	<b>11</b>
2.1	Introduzione teorica . . . . .	11
2.1.1	Piccole oscillazioni - oscillazione isocrone . . . . .	12
2.1.2	Oscillazioni generiche - asincronia . . . . .	13
2.1.3	Pendolo semplice reale . . . . .	13
2.1.4	Il misurando . . . . .	14
2.2	In laboratorio . . . . .	14
2.2.1	Analisi e Report . . . . .	15
2.3	Note di chiusura . . . . .	16
	<b>Appendici</b>	<b>18</b>
<b>A</b>	<b>Modello Relazione</b>	<b>19</b>
A.1	Obiettivo dell'esperienza . . . . .	19
A.2	Metodologia . . . . .	19
A.3	Analisi . . . . .	20
A.4	Discussione . . . . .	21



# Capitolo 1

## Introduzione

Quest'opera è distribuita con licenza [Creative Commons](#) "Attribuzione – Non commerciale – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia".



I corsi di Laboratorio per la Laurea Triennale in Fisica all'Università di Padova sono strutturati su diverse esperienze. Gli scopi dei laboratori sono molteplici e simulano gli scopi di una esperienza di laboratorio di ricerca reale. In questo capitolo introdurremo le linee guida per lo svolgimento delle esperienze e per la stesura delle relazioni.

### 1.1 Linee guida per le esperienze

Anche se realizzati in modo diverso esperienza per esperienza, si può identificare un certo numero di passaggi per la realizzazione di un esperimento reale. Chiaramente, non esiste un unico ordine da seguire, ma la lista di seguito può essere presa come linea guida. I passaggi per una misura sperimentale sono:

1. Indagine di un problema fisico. Valutazione del misurando e del metodo di misura
2. Ideazione di una misura (e di uno strumento). Valutazione della procedura
3. Realizzazione dell'apparato.
4. Taratura, calibrazione, messa in funzionamento (*commissioning*) dell'apparato.
5. Campagne di presa dati
6. Campagne di analisi dati
7. Eventuali campagne aggiuntive di presa dati
8. Stesura di un rapporto scientifico.

Come vedete, i punti sono molteplici. Nel laboratorio del primo anno, ci si concentrerà maggiormente su alcuni, lasciando altri punti per i laboratori successivi. Vediamo questi punti.

**1. Indagine del problema fisico** In linea di principio, nel caso reale, il team di ricerca<sup>1</sup>. trova un argomento di ricerca, che può essere una misura specifica, ad esempio la massa di una nuova particella; una proprietà, ad esempio il comportamento di un cristallo a basse temperature; oppure lavora per uno strumento ad ampio spettro come un telescopio, con il quale si possono fare diverse misure lungo diversi anni puntando diverse sorgenti nel cielo. In ogni caso, come visto nel ??, è importante definire bene la quantità che si vuole misurare, il misurando, e ragionare sul valore vero che potrebbe avere

---

<sup>1</sup>Raramente ricerche sperimentali sono fatte da una persona, ma di norma da piccoli o grandi team. Le grandi collaborazioni tipo gli esperimenti al CERN CMS <https://cms.cern/collaboration/people-statistics> e ATLAS sono fatte da più di 2,000 persone. L'articolo sulla scoperta della contemporanea emissione di onde gravitazionali e radiazione dalla fusione di due stelle di neutroni contiene 12 pagine di testo, 15 pagine di tabelle, 6 pagine di ringraziamenti e 19 pagine di lista autori: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/aa91c9> a chiarire quanto impegnativa sia stata la misura.

questa grandezza, o sulla presenza di ragionevoli valori di riferimento. Sappiamo che questa fase può essere delicata in quanto la definizione del misurando richiede la scelta di una serie di informazioni aggiuntive che lo caratterizzino. Assieme al misurando, si comincia a pensare a che metodo di misura possa portarci ad una buona (precisa, accurata, affidabile, ripetibile, etc) misura. Nel laboratorio del primo anno, di solito questa fase e' svolta dal docente durante la lezione.

**2. Ideazione di una misura** A partire da una certa idea di misura, e' chiaro che si deve –prima di metterla in atto – definire e valutare, per quanto possibile a priori, la procedura di misura. La procedura deve servire a raggiungere sufficienti livelli di precisione, accuratezza, affidabilità, ripetibilità. Tuttavia potrebbero esserci ulteriori diversi parametri da dover valutare come la prontezza, la sensibilità rispetto a fattori esterni, etc. Chiaramente questa fase dipende da caso a caso. Nel laboratorio del primo anno, di solito questa fase e' svolta dal docente durante la lezione che illustra la procedura di misura. Tuttavia, si ribadisce fin d'ora come la scelta di procedura alternative proposta dal gruppo sia più che benvenuta.

**3. Realizzazione dell'apparato.** Per la maggior parte dei casi reali, questo comporta una serie lunga e complessa di attività, in particolar modo legate al finanziamento della misura<sup>2</sup>, alla ricerca dei luoghi per svolgere la misura, di infrastrutture ancillari (pensate a esperienze che richiedono molta acqua, o circuiti di raffreddamento, o molta potenza, o molta larghezza di banda per la trasmissione dati, etc). La costruzione può poi richiedere anni di sviluppo, anche perché potrebbe essere che parti specifiche dell'apparato non sono ancora state inventate<sup>3</sup>! Per questa ragione spesso i laboratori di grande dimensioni sono raggruppati in grosse *facilities*<sup>4</sup>. Anche in questo caso, nel laboratorio del primo anno, di solito non c'è tempo a sufficienza per elaborare questa fase e lo strumento viene perlopiù consegnato al gruppo.

**4. Messa in Opera dell'apparato** Per messa in opera dell'apparato, che in inglese potremo tradurre genericamente in *commissioning*, si intende tutta una serie di attività non tanto volte al funzionamento diciamo vero e proprio, ma soprattutto alla determinazione delle caratteristiche dello strumento: risoluzione, sensibilità, prontezza, soglia, portata, etc. Spesso infatti, se l'esperimento e' di una certa complessità e magari costruito da zero, nonostante siano state progettate nella fase (2), non c'è garanzia che lo strumento lavori come da disegno, ma va misurato. Questa fase e' di norma lunga e complessa. Ogni singolo test deve essere correttamente trascritto, analizzato, comunicato. A volte, se diverse persone eseguono test su parti diverse dell'apparato, e' necessario che queste comunichino e scambino informazioni. Se cio' non avviene, magari le due parti lavorano correttamente singolarmente, ma non assieme. Questo vale praticamente per ogni scala dell'esperimento, anche per i piccoli. Per questo e' sempre auspicabile che ci sia uno o piu' persone che abbiamo una conoscenza approfondita di tutto lo strumento, o che ci siano procedure chiare di messa in opera.

Il VIM distingue alcune di queste procedure in maniera piu' specifica:

---

<sup>2</sup>Eh si... non solo non ci sono sempre disponibili i finanziamenti per qualsiasi misura, ma in aggiunta, il meccanismo di finanziamento e' competitivo. Si partecipa a gare in cui si descrive il progetto e... vince il migliore! E' naturale anche che il *failure rate* sia alto. A volte si viene finanziati, a volte no. Questo spinge a fare sempre meglio!

<sup>3</sup>Ad esempio, per la ricerca di onde gravitazionali, si e' sviluppato un sistema innovativo di sospensione degli specchi che al momento della ideazione dello strumento non esisteva!

<sup>4</sup>In Italia, per la Fisica Nucleare abbiamo ad esempio i grandi Laboratori Nazionali. Due di questi vicino a noi sono i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL, <https://home.infn.it/it/>) dell'Istituto di Fisica Nucleare (INFN), oppure l'Osservatorio Astronomico di Asiago (OAA, <https://www.dfa.unipd.it/dipartimento/sedi-e-stutture/sede-di-asiago/presentazione/>) che avrete sicuramente modo di visitare durante la Laurea.

**Calibrazione VIM 2.39** Operazione che, in determinate condizioni, in una prima fase, stabilisce una relazione tra i valori quantitativi con le incertezze di misura fornite dagli standard di misurazione e le corrispondenti indicazioni con le incertezze di misura associate e, in una seconda fase, utilizza queste informazioni per stabilire una relazione per ottenere un risultato della misurazione da un'indicazione;

**Regolazione di un sistema di misurazione VIM 3.11** Insieme di operazioni eseguite su un sistema di misurazione in modo che fornisca indicazioni prescritte corrispondenti a determinati valori di una quantità da misurare;

Si noti che queste definizioni non sono spesso usate in maniera rigida ma adattate al caso specifico. Ad ogni modo, tra i tipi di regolazione di un sistema di misurazione si comprendono la *regolazione zero di un sistema di misurazione*, ovvero la regolazione di un sistema di misura in modo che fornisca un'indicazione nulla corrispondente ad un valore zero di una quantità da misurare e la *regolazione del guadagno*, ovvero del rapporto tra grandezze misurata e lettura. Il VIM precisa che la regolazione di un sistema di misurazione non deve essere confusa con la calibrazione, che è un prerequisito per la regolazione. Una calibrazione può essere espressa da una dichiarazione, funzione di calibrazione, diagramma di calibrazione, curva di calibrazione o tabella di calibrazione. In alcuni casi, può consistere in una correzione additiva o moltiplicativa dell'indicazione con l'incertezza di misura associata.

Al termine della procedura di messa in opera dello strumento, non solo abbiamo determinato le sue caratteristiche metrologiche, ma abbiamo in sostanza contribuito a costruire il *livello di confidenza* sulla misura che andiamo a fare. Semplicemente, avendolo provato decine di volte e avendo visto come si comporta, siamo più sicuri nel giudicare eventuali comportamenti anomali.

**5. Campagne di Presa Dati** La presa dati vera e propria deve essere fatta avendo a disposizione se possibile, al di là del tempo materiale e della disponibilità dello strumento, un *logbook* dove annotare *tutto* per quanto possibile.

**6. Campagne di Analisi Dati** Una volta ottenuti i campioni di misure, si procede alla loro analisi. L'analisi dati di norma è divisa in due momenti: a) la ricostruzione dei dati e b) la vera e propria analisi. Per ricostruzione dei dati (grezzi) si intende quel processo che porta i dati ad essere analizzabili. Ad esempio, gestione dati sui file, selezione dati in base alla qualità e alla opportunità, possono rappresentare esempi di ricostruzione. La separazione non è così netta. Per analisi si intende la vera e propria produzione di risultati scientifici, come grafici riassuntivi, istogrammi etc. Come linea guida, la ricostruzione dei dati è di solito descritta più brevemente e concisamente nell'elaborato scritto rispetto alla parte di analisi, essendo anche spesso molto tecnica. Talvolta viene quasi completamente ignorata, anche se questo può portare all'incapacità di chi legge di formarsi una chiara opinione sulla confidenza dei risultati. Già in fase di analisi il team pensa a quali possono essere i migliori grafici con cui presentare le scoperte, essendo i grafici condensati di informazione che valgono *più di mille parole*.

**7. Eventuali campagne aggiuntive di presa da** È decisamente la norma che a seguito di una *prima* analisi, ci si renda conto che non si erano fatte tutte le considerazioni necessarie durante l'ideazione della misura, o la messa in funzionamento. Oppure, si hanno dei sospetti su alcune caratteristiche dei dati che non si riescono a spiegare certamente. Ad esempio, si osservano alcuni dati anomali. Quale è stata la causa? Diventa perciò normale e come detto quasi la prassi poter tornare al proprio esperimento per ripeterlo. Il numero di ripetizioni può essere alto e quello che spesso accade è che si eseguano modifiche piccole o grandi allo strumento o alla procedura di misura. Anche in questo caso, nel laboratorio del primo anno, di solito non c'è tempo a sufficienza per elaborare questa fase e lo strumento viene perlopiù consegnato al gruppo. Tuttavia, cercheremo di dare modo a chi ne vedesse l'opportunità, di tornare in laboratorio.

**8. Stesura di un rapporto scientifico** Come visto e discusso, la stesura di un rapporto scientifico fa parte della misura stessa in quanto il metodo scientifico prevede che un risultato sia condivisibile.

Percio' molta cura va messa nella stesura del rapporto scientifico, che nel nostro caso chiameremo 'relazione'. La relazione alle esperienze di laboratorio va fatta in maniera ordinata, seguendo alcune linee guida sulla la scelta dei contenuti, la loro presentazione grafica e la loro discussione. Vista l'importanza tutto questo e' riportato in [sezione 1.2](#).

## 1.2 Linee guida per il report scientifico

Una buon report scientifico deve possedere le seguenti caratteristiche:

- **Chiarezza** espositiva
- **Completezza** della relazione
- **Correttezza** formale dell'analisi
- **Organicità e Coerenza** dell'elaborato: essa include la valutazione della struttura logica consequenziale, impiego di deduzioni e inferenze e l'adeguato bilanciamento delle parti della relazioni; capacità critica discussione dei risultati; motivazione di successi e eventuali insuccessi e la coerenza tra obiettivi-svolgimento-conclusioni.
- **(Originalità)**: se applicabile, si apprezzano approfondimenti da parte del gruppo, volte ad aumentare la precisione della misura o la qualità in generale dell'esperienza.

Per questo si consiglia di seguire alcune linee guida generiche, sottolineando come la studentessa sperimentatrice ha libertà di adattare al struttura alle esigenze specifiche della esperienza.

**Struttura raccomandata** Riguardo alla struttura dell'elaborato:

- La relazione deve riportare obbligatoriamente i capitoli ordinati e numerati. In linea generale la struttura logica della relazione e': a) Introduzione b) Metodologia c) Risultati d) Conclusioni e outlook e) Appendici. Un esempio da ritenere come guida si trova nel Modello di Relazione in [Appendice A](#). É possibile variare la struttura in base alle esigenze specifiche.
- Non e' necessario fare la tavola dei contenuti.
- La lunghezza della relazione deve essere bilanciata. Difficilmente essa può essere più breve di 5 pagine e non dovrebbe essere più lunga di 10-15 pagine (escludendo le appendici). In generale, si deve bilanciare tra concisione e chiarezza e completezza.
- Si puo' usare qualsiasi programma di scrittura tipo Microsoft, Openoffice, ma in ogni caso la relazione va circolata stampata in formato .pdf. Esistono diverse piattaforma di scrittura collaborativa come google drive. Nel caso la studentessa voglia usare L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, molto utile anche successivamente per la stesura della tesi, puo' fare riferimento al modello nella piattaforma di scrittura condivisa Overleaf <https://www.overleaf.com/read/ysgzhwgpnnbt>.

**Stile** Riguardo alla discussione e alla trattazione statistica:

- Non rimanere mai sul vago usando affermazioni qualitative, personali e opinabili, e se possibile quantificare sempre affermazioni.
- Riportare solo informazioni utili, e non dettagli di nessuna importanza
- Organizzare la comunicazione in maniera formale e concisa.
- Spesso e' utile definire e usare acronimi chiari, ad esempio  $M1, M2, M3$  per tre misure o  $T1 - 100, T2 - 50$ , etc. Questi permettono la creazione di tabelle chiare. Sta a ognuno definire la migliore.
- La prima volta che si usa una formula statistica essa va introdotta e tutti i simboli usati vanno descritti.
- Tutti i dati vanno riportati con l'incertezza statistica appropriata, al di la' del caso Gaussiano, le deviazioni standard di altra natura vanno sempre riportate e descritte come tali.



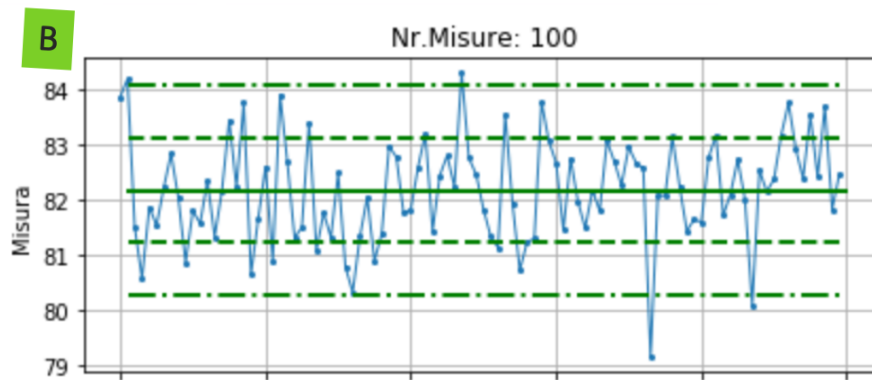


Figura 1.1: Andamento temporale del campione di misure  $M01$  del periodo di oscillazione singola di un pendolo  $P11$ .

**Immagine, tabelle e grafici** Ove possibile, i risultati devono essere graficati. Un grafico infatti da una visione immediata spesso molto più chiara di lunghe considerazioni. Le tabelle invece servono a riassumere dati, e spesso vanno usate per fare confronti comparativi tra i dati nelle righe o nelle colonne. In generale, vale la massima "un grafico e una tabella valgono più di mille parole". E' pertanto consigliato il loro uso.

- Il numero di figure e tabelle va comunque minimizzato ove possibile senza ledere a chiarezza e completezza del testo. Questo può essere fatto *a)* raggruppando immagini una a fianco all'altra *b)* sovrapponendo immagini (linee multiple in un grafico) invece che inserendo molti grafici con linea singola *c)* mettendo eventualmente materiale non strettamente necessario alla discussione, ma solo all'approfondimento, in appendice.
- Tutte le immagini, tabelle e figure devono essere numerate in maniera consecutiva e riferite nel testo, se possibile con *hyperlinks* cliccabili come il seguente (vedi Fig. 1.1). Ogni immagine o tabella deve venire con una didascalia che contiene una breve intestazione ed eventualmente una breve spiegazione.
- Ogni figura/tabella, se messa, va sempre discussa. Non si possono inserire tabelle e immagini di cui non si fa riferimento nel testo. Un esempio potrebbe essere: *In Figura 1.1 si riporta l'andamento temporale del campione di misure  $M01$  ottenute con il cronometro digitale a risoluzione  $R = 10^{-3}$  s. L'andamento non presenta anomalie visibili...*
- Una tabella deve riportare tutte le informazioni necessarie alla discussione della relazione e non di più (ad esempio, spesso il numero consecutivo della misura non è rilevante). In una tabella non si riportano dati se sono uguali per tutte le righe/colonne della tabella. Si cerca di minimizzare il numero di segni. Ad esempio se tutti i dati hanno incertezza  $\pm 0.1$  si può riportare questa informazione in una unica riga della tabella o nella didascalia.
- I grafici devono riportare chiaramente grandezze e unità di misura sugli assi. Ogni grafico non deve presentare eccessive 'parti bianche' e si deve *zoomare* ove possibile nella regione di interesse per garantire una sufficiente leggibilità. Ove possibile, si consiglia di usare la 'legenda' nel grafico, che mostra con codice di colori o stile della linea o del marcatore il contenuto. In aggiunta la legenda può riportare brevi dati numerici come media/errore standard, etc.

**Controllo finale relazione** Prima di consegnare relazione, dopo aver controllato i risultati, valutate questi punti:

1. Ho messo correttamente nomi, cognomi, numeri di matricola, e intestazione della relazione?
2. Ho seguito la struttura del modello della relazione?
3. Sono riuscito ad essere conciso e a evitare affermazioni qualitative?
4. Ho controllato se ci sono errori di grammatica?
5. Ho selezionato le immagini e le tabelle principali?
6. Tabelle e grafici hanno numero e didascalia chiara?
7. Ho scritto la prima volta che le ho usate le formule statistiche e fisiche?
8. Ho messo il numero corretto di cifre significative per ogni stima?

9. La discussione e le conclusioni, se lette da sole, permettono di capire i miei risultati?

## Capitolo 2

# Misure ripetute del periodo di oscillazione di un pendolo semplice

Quest'opera è distribuita con licenza [Creative Commons](#) "Attribuzione – Non commerciale – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia".



Durante questa prima esperienza si prenderanno diverse misure ripetute del periodo di oscillazione, singolo e multiplo, di un pendolo semplice. Il pendolo semplice è un semplice strumento idealmente costituito da un filo sottile appeso ad un perno fisso e una massa appesa ad una estremità, messo in oscillazione in maniera corretta. Il pendolo sarà costruito dallo studente. Con i dati raccolti stimeremo infine l'accelerazione di gravità a Padova e la costante Gravitazionale (di Cavendish)!

### 2.1 Introduzione teorica

Un pendolo semplice *ideale* (Figura 2.1) consiste in un punto materiale  $P$  di massa  $m$ , fissato ad una estremità di un filo ideale, ovvero inestensibile, privo di massa e perfettamente flessibile, di lunghezza  $l$  il cui altro estremo è vincolato a trovarsi nel punto  $O$ . Il pendolo oscilla tra i due punti di inversione  $G, G'$  su una traiettoria circolare di centro  $O$  e raggio  $l$ . In ogni punto, il pendolo forma un angolo  $\theta$  rispetto alla verticale.

Lo studio del moto del pendolo semplice ideale è argomento del corso di Fisica Generale 1 del secondo semestre, e qui riportiamo solo i concetti principali. Ci interessa in particolare modo studiarne il movimento. Il movimento di un corpo, in particolare la sua accelerazione, è legato alla presenza di forze libere (ovvero non bilanciate) agenti sul corpo. Nel caso del pendolo semplice ideale, in prima approssimazione, le forze libere sono due: la forza di gravità  $\vec{P}$  sempre rivolta verso il basso, e con valore assoluto  $P = mg$  dove  $g$  è l'accelerazione di gravità a cui è sottoposta la massa, e la reazione vincolare del filo, ovvero la tensione del filo  $\vec{T}$ , sempre rivolta lungo il filo teso verso l'estremo vincolato  $O$ . Essendo le forze di natura vettoriale, come vedrete, ed essendo la tensione una reazione vincolare che bilancia esattamente la *componente* della forza peso lungo l'asse del filo, l'unica vera forza libera (di nuovo, in prima approssimazione come vedremo) è la componente della forza peso *lungo la traiettoria* il cui valore in modulo è  $P_\theta = mg \sin \theta$  come si ottiene da semplici considerazioni geometriche.

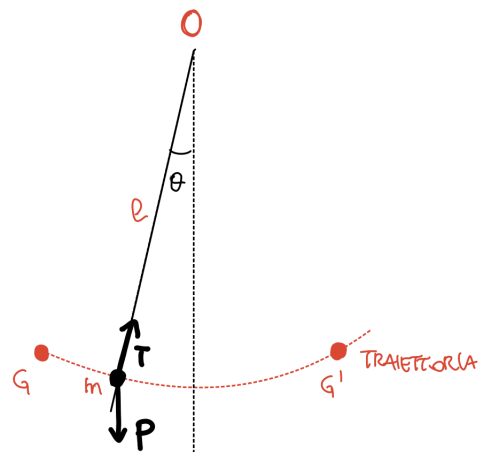


Figura 2.1: Schema del pendolo semplice ideale

Applicando la legge di Newton, che lega la risultante  $\vec{R}$  delle forze agenti su un corpo di massa  $m$  alla accelerazione di questo corpo:  $\vec{R} = m \vec{a}$  otteniamo, lungo la traiettoria:

$$m g \sin \theta = -m a$$

da cui deduciamo<sup>1</sup>. Il segno  $-$  e' dovuto al fatto che all'aumentare del seno dell'angolo, l'accelerazione diminuisce. Il corpo si muove quindi di accelerazione variabile

$$a = -g \sin \theta$$

A partire da questo e' possibile costruire la *legge oraria* che descrive l'andamento della posizione del corpo rispetto al tempo. La posizione e' individuata o dalle coordinate cartesiane  $x, y$  oppure piu' semplicemente dall'unica coordinata cilindrica libera  $\theta$ , visto che  $l$  e' fissa. Il moto avviene lungo la traiettoria circolare, dove sappiamo valere la relazione che la distanza  $s$  lungo la traiettoria a partire dalla verticale vale  $s = l\theta$ . Allora l'accelerazione spaziale lungo la traiettoria vista sopra vale  $a = \frac{ds^2}{dt^2} = -l \frac{d\theta^2}{dt^2}$  che permette di riscrivere la legge di Newton come

$$l \frac{d\theta^2(t)}{dt^2} = -g \sin \theta(t) \longrightarrow \frac{d\theta^2(t)}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta(t) \quad (2.1)$$

La cui integrazione non e' banale essendoci trascendente, ovvero contenendo termini misti  $\theta$  e  $\sin \theta$ . Esiste tuttavia una condizione in cui l'equazione sopra si puo' semplificare, quello delle cosiddette *piccole oscillazioni*.

### 2.1.1 Piccole oscillazioni - oscillazione isocrone

Se le oscillazioni sono piccole (a breve vedremo quanto) allora vale  $\sin \theta \simeq \theta$  e [Equazione 2.1](#) puo' essere riscritta:

$$\frac{d\theta^2(t)}{dt^2} \simeq -\frac{g}{l} \theta(t) \quad (2.2)$$

Quale e' la funzione (di  $\theta(t)$ ) che derivata due volte da' se stessa? Ad esempio la funzione  $\sin \theta(t)$  o  $\cos \theta(t)$ . Allora, anticipando quando vedrete a lezione, possiamo dire che soluzione della equazione differenziale di secondo grado in  $\theta$  sopra e' ad esempio<sup>2</sup>:

$$\theta(t) = \theta_{max} \sin(\omega t) \quad (2.3)$$

In questa equazione,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  e' detta la frequenza angolare caratteristica del pendolo,  $\theta_{max}$  e' l'angolo di partenza (scelto dall'operatore). La frequenza angolare si chiama cosi' perche' e' il numero di radianti ( $2\pi$ ) spazzati in una rotazione nel tempo  $T$  ovvero  $\omega = 2\pi/T$ , mentre la frequenza e'  $f = 1/T$ .

Derivare due volte [Equazione 2.3](#) rispetto al tempo e verificare quindi se e' una soluzione dell'equazione differenziale [Equazione 2.2](#).

La legge oraria conferma l'osservazione intuitiva che si tratta di un moto periodico di periodo  $T$ . A partire da [Equazione 2.3](#) si puo' calcolare il periodo di oscillazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2.4)$$

Il fatto che nella [Equazione 2.4](#) non compaia  $\theta_{max}$  si esprime affermando che **le piccole oscillazioni del pendolo sono isocrone**, ovvero non dipendono dall'angolo iniziale di lancio. Osserviamo anche che il periodo e' indipendente dalla massa del pendolo.

La condizione di piccole oscillazione si verifica ogni qual volta la differenza tra  $\theta, \sin \theta$  e' piccola.

Calcolare la differenza percentuale tra  $\theta$  e  $\sin \theta$  per  $\theta = 0, 10, 20, 30, 40$  gradi.

<sup>1</sup>In realta', come vedrete, bisogna assumere che la *massa inerziale* sia uguale alla *massa gravitazionale*

<sup>2</sup>In realta' la soluzione completa  $\theta(t) = \theta_{max} \sin(\omega t) + \phi_{dovedetto\phi}$  e' la fase iniziale che pero' si puo' facilmente mettere a zero impostando che  $t = 0$  quando il pendolo si trova in  $\theta_{max}$

### 2.1.2 Oscillazioni generiche - asincronia

Se volessimo sviluppare una teoria che non si basi sulla semplificazione delle piccole oscillazioni, dovremmo integrare più precisamente l'Equazione 2.1. Una descrizione (per altro ancora approssimata) si trova negli appunti sul pendolo di M. Loreti. Il periodo di oscillazione ottenuto è:

$$T = T_0 \left( 1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} + \mathcal{O}^4 \right) \quad \text{dove} \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2.5)$$

che dice che la durata di una oscillazione nel caso generico *diminuisce* al diminuire dell'angolo iniziale di oscillazione, e quindi **il periodo non è più isocrono**. Il simbolo  $\mathcal{O}^4$  sta per 'il quarto ordine e superiori'. Si intende cioè che la formula è approssimata ma con approssimazione inferiore al quarto ordine, ovvero per meno di una parte su  $10^4$ , trascurabile quasi sempre per angoli sotto i 30 gradi. È chiaro che quindi la durata delle oscillazioni nel caso generale non è isocrona ma dipende dall'angolo iniziale. Se osserviamo la differenza:

$\theta$ deg (rad)	$(T - T_0)/T_0$
0 (0)	1 %
10 (0.175)	0.2 %
20 (0.349)	0.8 %
30 (0.524)	1.7 %
40 (0.698)	3.0 %

vediamo come al di sotto dei 20 gradi circa la differenza sia meno dell'1%. *Ci accorgeremo di questa differenza nelle nostre misure?*

### 2.1.3 Pendolo semplice reale

La condizione di idealità espressa sopra è solo un limite teorico. I fattori che ci allontanano da questa semplificazione sono diversi, e qui di seguito ne consideriamo solo alcuni:

1. Il cordino che sostiene la massa non è ideale, nel senso che a) ha una sua propria massa, b) non è infinitamente sottile, c) è formato di catene di molecole e quindi mostrerà caratteristiche di elasticità, torsione, etc. Gli effetti di questo sono molteplici: il filo potrebbe allungarsi e accorciarsi o torcersi durante il movimento, almeno in qualche sua parte. Inoltre, eserciterà sicuramente un attrito con l'aria circostante.
2. La massa non è puntiforme. Essendo estesa, rimane da definire cosa si intende per distanza tra il punto fisso e la massa (il suo centro? il suo baricentro? etc). Inoltre, come per il filo, la massa eserciterà sicuramente un attrito con l'aria circostante.
3. Il punto fisso potrebbe non essere fisso nel senso il filo potrebbe basculare attorno al punto fisso.
4. L'aria circostante non è il vuoto, ma ha la tipica composizione atmosferica. La viscosità di questa miscela di gas eserciterà un attrito viscoso su tutto il sistema. In aggiunta, in presenza del fluido atmosferico sottoposto a forza peso, appaiono forze aggiuntive come la spinta di Archimede che si esercita sulla massa e sul filo.

Per ciascuno di questi effetti bisognerebbe sviluppare un *modello fisico*. Per (1) questo risulterebbe decisamente complesso da fare. Per (2) in effetti, per la parte di distribuzione delle masse, la teoria dei momenti delle forze, che vedrete, ci potrebbe aiutare. Per (3) anche qui si potrebbe sviluppare una cinematica del moto più complessa. Per (4) si potrebbe studiare la teoria dell'attrito viscoso e della spinta di Archimede. Tutto questo sarebbe decisamente complesso. Possiamo cominciare ragionando su che *effetti* potremmo osservare a causa di questa non idealità. Su questo gioca anche in parte la nostra esperienza, ma – senza esagerare – potremo affermare che in generale ci aspettiamo che tutti questi fenomeni portino ad uno *smorzamento* delle oscillazioni, e forse ad un *moto più disordinato* rispetto al moto semplice su un piano ideale verticale. Tuttavia, la domanda che dobbiamo porci anzitutto è: *"Ma quando distanti siamo dall'ipotesi ideale?"* Questa domanda si può anche pensare come

«Ci accorriamo dai dati che in effetti c'è un moto disordinato e smorzato?»

Beatrice, sperimentatrice esperta, sa che la risposta alla seconda domanda è che dipende da che precisione otteniamo con la misura, e quindi da che risoluzione sperimentale otteniamo. Imposteremo questa prima esperienza su questo ragionamento. Collegata alla prima domanda, ci saranno anche:

«La misura è sensibile a questo smorzamento? E all'asincronia nei casi di angoli qualsiasi? E Che tipo di influenza ha sui dati l'eventuale moto disordinato o smorzato? Di tipo casuale o sistematico?»

Dovremo ragionare su queste domande *prima* di fare l'esperienza e poi valutando con i dati presi.

### 2.1.4 Il misurando

Per questa prima esperienza avremo anzitutto uno scopo didattico. Quello di studiare l'andamento di diversi set di misure ripetute, familiarizzando con la graficazione dei dati, e la stesura di un report. Cercheremo poi di capire se osserviamo un effetto di smorzamento o meno. Diciamo che il nostro misurando in questo caso è proprio la misura diretta stessa, ovvero il periodo di oscillazione.

Tuttavia, potremmo sfruttare la nostra misura per calcolare una grandezza decisamente interessante, la costante gravitazionale di Cavendish! Vediamo come. Allora, anzitutto notiamo che possiamo stimare l'accelerazione di gravità come:

$$g = (2\pi)^2 \frac{l}{T^2} \quad (2.6)$$

invertendo [Equazione 2.4](#) o [Equazione 2.5](#). Dobbiamo quindi **procurarci anche una misura di  $l$** .

Infine, a partire da  $g$  calcoleremo (facoltativo)  $G$  costante di gravitazione di Cavendish, legate dalla formula:

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

dove  $M_T, R_T$  sono rispettivamente la massa e il raggio delle terra. Si confronti il valore ottenuto di  $G$  con il valore di riferimento  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Nel farlo si trascurino diversi termini di accelerazione quali quelle centripete dovute alla rotazione della terra attorno a se stessa e alla rivoluzione attorno al sole.

## 2.2 In laboratorio

**Ideazione dello misura** Dalla sezione precedente, abbiamo appreso i concetti di base che stanno dietro al fenomeno fisico, questi ci aiuteranno a ideare uno strumento che ci consenta di fornire una misura quanto più precisa e accurata. Dobbiamo quindi assicurarci di lavorare in condizioni di ripetibilità, e ridurre al minimo la sensibilità verso fattori esterni. Pensiamoci. Cosa potrebbe influenzare la misura? Se fossimo all'aperto, potrebbe esserci vento. Il pendolo deve oscillare su un piano verticale, quindi devo prestare attenzione a farlo oscillare nell'altra direzione perpendicolare al piano di oscillazione. È importante che il fulcro sia un punto fisso, quindi devo evitare che il filo 'basculi' attorno a questa posizione. E avanti così: la massa non deve ruotare attorno al filo, magari attorcigliandolo.

Quali sono le misure che dobbiamo prendere per stimare il misurando? Sicuramente i periodi di oscillazione. Ma come? Prendiamo periodi singoli fermando il pendolo? Lasciamo andare e contiamo ogni volta? Meglio prendere periodi singoli o sommare più periodi? Queste scelte influenzeranno la nostra misura. Ne esiste una che garantirà maggiore precisione e/o maggiore accuratezza? E oltre al periodo del pendolo, abbiamo bisogno di altre misure? Certamente la misura degli angoli di oscillazione ci permette di correggere asincronie dovute a questi fattori. E in aggiunta serve  $l$  la lunghezza del filo. Ve ne solo altre?

Si ribadisce che tutti questi ragionamenti vanno fatti se possibili prima della realizzazione della prova o durante le prime fasi.

Non esiste una unica via per rispondere a queste domande. Prendetevi un po' di tempo per ideare il vostro pendolo semplice.

**Messa in funzionamento** Dello strumento ci interessa: che funzioni correttamente e che la misura sia fattibile, cio' che ci permette di entrare nelle condizioni di ripetibilità. Oltre a questo, che lo strumento sia sufficiente preciso e privo di inaccuratezze. Possiamo verificare queste caratteristiche? Almeno alcune caratteristiche si! Francesca forse vorrebbe iniziare subito a prendere misure finali, ma Beatrice sa che conviene spendere del tempo in piu' a preparare lo strumento (messa in atto [Capitolo 1](#)) per poi non dover raccogliere un set di dati che non sia ben chiaro! Alcune azioni da fare: se l'oscillazione e' regolare, se il filo si torce o muove, etc. In questa fase sara' complesso anche prendere appunti dei test. Poi potrebbe convenire valutare come diverse tecniche di rilascio del pendolo affinche' l'oscillazione sia regolare. Essendo la misura di tempo manuale, si puo' anche provare diverse soluzioni per la presa del tempo, prendendo riferimenti diversi. Eventualmente prendere piccole serie di test, analizzare i dati, e tornare allo strumento.

**Presa dati** Visto che vogliamo verificare se c'e' smorzamento del moto, vi suggeriamo di fare le seguenti tre serie di misure:

1. Si misuri il periodo singolo di oscillazione, senza mai fermare il pendolo, segnando i primi 100 periodi singolarmente, e poi campionando con meno frequenza fino e non oltre alla misura 250.
2. 100 misure ripetute di oscillazione singola, ogni volta fermando il pendolo e facendolo ripartire
3. 100 misure ripetute di oscillazione tripla, ogni volta fermando il pendolo e facendolo ripartire
4. 100 misure ripetute di oscillazione singola, senza mai fermare il pendolo, con lunghezza diversa da quella iniziale

Valutate bene il metodo di rilascio del pendolo e la procedura di start/stop della misura del tempo. Valutate quale possa essere la migliore, e se e' una misura fattibile con il vostro strumento. Si segnino le ampiezze di oscillazione quando serve.

### 2.2.1 Analisi e Report

**Ricostruzione e Analisi dati** In virtu' delle domande che ci siamo posti sul moto, possiamo ora analizzare i dati aiutandoci di grafici come l'Andamento temporale delle serie di dati. Questo ci da alcune informazioni qualitative sulla regolarità delle misure. Sulla base di queste possiamo produrre le distribuzioni delle misure attraverso gli istogrammi. Importane, soprattutto in questa prima esperienza, valutare diversi dei principali parametri statistici delle serie di misure: media aritmetica, moda, mediana, deviazione standard campionaria (SE) e deviazione standard della media (SEM).

Avendo a disposizione diverse serie di dati, ci chiediamo quale sia la piu' precisa e la piu' accurata, a partire ore dai dati. Potreste valutare, nel caso le misure fossero **compatibili** (vedi discussione in calce e formula [Equazione 2.7](#)), di calcolare la loro **media pesata** ed incertezza ([Equazione 2.9](#) e [Equazione 2.10](#) rispettivamente). Potremo quindi passare al confronto, sempre attraverso lo studio della compatibilità, con i valori di riferimento per  $g, G$ . Per  $g$  si usi il valore di riferimento  $g = 9.806 \text{ m s}^{-2}$ .

Per fornire anche l'incertezza sulla stima a partire dai dati di  $g$  dovremmo propagare le incertezze sulle misure di input di  $l, T^2$ . Per ora diamo solo la formula, ottenuta attraverso la propagazione delle incertezze casuali:

$$s_g = g \sqrt{\left(\frac{s_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2 s_T}{T}\right)^2}$$

dove  $s_l, s_T$  saranno le stime di incertezza attribuite a  $l, T$  rispettivamente.

Il legame tra le incertezze delle misure di periodo triplo e la stima da queste del periodo singolo e' invece (assumendo  $T_3, T_1$  rispettivamente la misure dirette di periodo triple a la stima del periodo singolo ottenute da queste con la relazione  $T_1 = T_3/3$ ):

$$s_{T_1} = \frac{1}{3} s_{T_3}$$



Analogamente, per il caso del calcolo della costante di Cavendish:

$$s_G = \frac{R_T^2}{M_T} s_g$$

Per il calcolo, si assumano  $R_T, M_T$  note senza errore.

**Campagne aggiuntive di presa dati** Durante la ricostruzione e l'analisi dati, come visto, possono emergere errori, appare dubbi, che talvolta possono essere sistemati tornando in laboratorio. Nel nostro caso, torneremo in laboratorio in maniera virtuale, in cui il docente proporrà una misura alternativa con diversi strumenti, e diversa precisione.

**Relazione** La prima relazione è complessa. Dobbiamo imparare a graficare dati, a strutturare la relazione, e infine a riempirla di contenuti e discussione. Non preoccupiamoci se non sappiamo come farlo esattamente. È naturale, e sarà a cura dei docenti poi dare suggerimenti a partire da questa prima esperienza. Si consiglia di concentrarsi sulla analisi e meno sulla forma della relazione. Si cerchi di usare correttamente le formule.

In particolare ci si concentri su queste analisi:

- l'andamento temporale di ciascuna delle serie mostra irregolarità?
- ciascuna delle serie è distribuita in maniera 'normale'?
- ci sono serie più precise di altre?
- si osserva smorzamento dell'ampiezza di oscillazione nelle diverse serie? lo si osserva in maniera significativa?
- si osserva smorzamento significativo del periodo di oscillazione?
- quale è la stima migliore di periodo alla luce delle osservazioni sopra?

Strumenti di analisi che possono essere usati:

- La media e la deviazione standard campionaria convergono ad un valore stabile aumentando la numerosità del campione?
- La prima e la seconda metà della misure sono compatibili?
- Le prime e le ultime misure sono compatibili?
- Gli istogrammi presentano comportamento 'stabile' al variare del numero di bin
- Ci sono misure anomale secondo la regola dei 3 sigma?

## 2.3 Note di chiusura

**Compatibilità tra due misure** Ci si può chiedere se due diverse stime di una stessa grandezza, ad esempio fatte su due campioni di misure indipendenti con due metodi diversi siano compatibili (leggi, compatibili entro l'incertezza di ciascuna stima, ovvero, considerando le rispettive fluttuazioni casuali). Questa domanda equivale a chiedersi se le due siano stime dello stesso misurando, oppure abbiamo lo stesso valore vero di riferimento. Attenzione quindi al significato.

Ci sono due maniere di valutare la compatibilità, una qualitativa e una quantitativa, basata sul margine di confidenza. Per quest'ultimo approccio, bisogna applicare il test del  $\chi^2$  (nel caso le incertezze delle stime siano ben note) oppure il test di Student (nel caso non lo siano, come ad esempio nel caso di poche misure, tipicamente sotto le 30). Lo vedremo in ?? e ?. L'approccio qualitativo si può usare nel caso le incertezze sia ben stimate, cosa che accade di solito se il campione è numeroso, con almeno 30 misure. A quel punto si definisce il coefficiente di compatibilità

$$r = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2}} \quad (2.7)$$

dove  $s_{x_1}, s_{x_2}$  solo le corrispondenti SE dei valori  $x_1, x_2$ <sup>3</sup> e si giudica attraverso la valutazione qualitativa:

---

<sup>3</sup>Notare che se  $x_1 = \bar{x}$  ovvero se le misure sono media aritmetiche, allora  $s_{x_1} = s_{\bar{x}}$  ovvero si usa il corrispettivo errore delle media (SEM).



- $0 < r < 1$  compatibilità ottima
- $1 < r < 2$  compatibilità buona
- $2 < r < 3$  compatibilità discreta
- $r > 3$  sospetta incompatibilità

Nel caso il confronto sia fatto con un valore di riferimento noto senza errori, allora [Equazione 2.7](#) si riduce a:

$$r = \frac{|x - x^*|}{s_x} \quad (2.8)$$

**Media Ponderata** Date  $M$  misure **compatibili tra loro**, si puo' calcolarne la media pesata. Deriveremo questa formula a lezione ma per ora ci basti vedere che in generale, si parla di media pesata quando ad ogni valore di una media di assegna un peso diverso  $w_i$ :

$$x_{MP} = \sum_{i=1}^M w_i x_i$$

con la conduzione  $\sum_{i=1}^M w_i = 1$ . I pesi  $w_i$  possono essere definiti a seconda del caso sotto scrutinio. Si noti anche come il caso delle media aritmetica corrisponda al caso della media ponderata dove tutti i pesi sono uguali  $w_i = \frac{1}{N} \forall i$ .

Nel caso in questione, vogliamo prendere la media pesata di  $M$  medie aritmetiche  $\bar{x}_i \pm s_{\bar{x}_i}$ . Che peso usiamo? E' chiaro che vogliamo che minore sia l'incertezza  $s_{\bar{x}_i}$  maggiore sia il peso, ad esempio ponendo  $w_i = 1/s_{\bar{x}_i}$ . Vedremo pero' che e' piu' corretto prendere  $w_i = 1/s_{\bar{x}_i}^2$ . Infine, dobbiamo normalizzare a 1 la somma dei pesi:  $w_i = (1/s_{\bar{x}_i}^2)/(\sum_{i=1}^M 1/s_{\bar{x}_i}^2)$  Ottenendo quindi:

$$x_{MP} = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{x}_i / s_{\bar{x}_i}^2}{\sum_{i=1}^M 1/s_{\bar{x}_i}^2} \quad (2.9)$$

L'incertezza della media pesata e'

$$s_{MP} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^M 1/s_{\bar{x}_i}^2}} \quad (2.10)$$

Si noti che se considerassimo di nuovo il caso della media aritmetica di  $N$  misure, allora l'incertezza della singola misura sarebbe  $SE = s_x$  e quindi l'incertezza della media, secondo ??, sarebbe correttamente  $SEM = s_x/\sqrt{N}$ .

**Incetezza del periodo triplo** Nella misura di periodo triplo  $T_3$ , la relazione con il periodo singolo  $T_1$  (che e' il misurando che ci interessa) e' questa:  $T_3 = 3T_1$ . A partire quindi da misure  $T_3$  possiamo ricavare misure  $T_1$  semplicemente con dividendo per 3:  $T_1 = T_3/3$ . Ma quale e' l'errore da dare alla stima  $T_1$ ? Esso andra' calcolato a partire dall'incertezza su  $T_3$ . Questa incertezza e' quella dovuta alla risoluzione nel premere il cronometro. E' importante notare che questa e' la stessa indipendente che si misuri *direttamente* un periodo  $S$  o tre di oscillazione (nell'ipotesi che non ci sia rallentamento durante le 3 oscillazioni):  $s_{T_3} = s_S$  (si presti attenzione al fatto che la serie di misure dirette  $S$  non e' la serie di stime indirette  $T_1$  ottenute da  $T_3$ ). Ora, applicando la formula di propagazione degli errori (??, che vedremo) sappiamo che:

$$s_{T_1} = \frac{1}{3} s_{T_3}$$

Otteniamo quindi che

$$\frac{s_{T_1}}{T_1} = \frac{1}{3} \frac{s_S}{S}$$

Misurando 3 volte il periodo otteniamo una misura 3 volte piu' precisa (si notino pero' le condizioni in cui questo si verifica)!

**Galileo Galilei 1564 - 1642** Di Galileo c'è moltissimo da dire, e lo farò forse in versione più avanti di queste appunti. Qui mi preme ricordare come Galileo fosse spinto da una passione particolare e nuova verso la ricerca sperimentale. I suoi quaderni di appunti mostrano come avesse abbattuto la parete che separava lo studio delle *filosofie naturali*, in cui si dibattevano argomenti fisici con il classico stile Aristotelico del pensare, e quello delle scienze *della misura*, considerate più popolari forse chissà perché nate per questioni meno filosofiche come l'agrimensura. Ovviamente i suoi contemporanei non lo vedevano ma ci sbattevano addosso, e lui invece lo butto giù ignorandolo. Viva Galileo! Viva il metodo scientifico!<sup>4</sup> Fu Galileo a studiare l'isocronia del pendolo nelle piccole oscillazioni, per poi usarlo per ulteriori esperimenti. Stiamo rifacendo una grande prova di 400 anni fa!

**Henry Cavendish 1731 – 1810** Anche di Cavendish ora non ho tempo di scrivere, ma è un personaggio meno noto che merita moltissimo rispetto<sup>5</sup>. Era un individuo molto benestante, che però usò il suo benessere per fare ricerca ed esperimenti di ogni tipo. Era così schivo che praticamente non rivolgeva parola a nessuno, nemmeno all'unica altra persona che viveva in casa sua, la domestica, con la quale interagiva solo in forma scritta. Si dice che alle conferenze, non gli si poteva rivolgere direttamente la parola, tuttavia, se mormorando a fianco di lui qualche argomento scientifico aveva colto la sua attenzione, allora vi avrebbe di certo intrattenuto con i suoi ragionamenti. Si deve a lui la prima stima della costante di gravitazione universale. Dai suoi appunti si può estrapolare che il calcolo  $G = 6.754 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ , che accuratezza!



Henry Cavendish.

**Competenza apprese** Ideazione misura; Messa in opera e test di prova; Organizzazione log-book; Elaborazione dati; Elaborazione grafica dati; Analisi tendenza centrale; Analisi sottocampioni; Struttura Report; (Latex/Word)

<sup>4</sup>Citazione dal mitico Podcast divulgativo di Massimo Temporelli <https://www.spreaker.com/show/fucking-genius>.

<sup>5</sup>Così lo ha descritto B. Bryson nel bellissimo "Breve Storia di Quasi Tutto" [https://it.wikipedia.org/wiki/Breve\\_storia\\_di\\_\(quasi\)\\_tutto](https://it.wikipedia.org/wiki/Breve_storia_di_(quasi)_tutto)

# Appendice A

## Modello Relazione

---

Università di Padova - Dipartimento Fisica e Astronomia

Corso: Sperimentazioni 1 - Canale M-Z.

Anno accademico: 2021-22.

Docenti: D. Mengoni ([daniele.mengoni@unipd.it](mailto:daniele.mengoni@unipd.it)) M. Doro ([michele.doro@unipd.it](mailto:michele.doro@unipd.it))

### Gruppo M1

Nome Cognome 1 - Matricola - [indirizzo@e-mail](#)

Nome Cognome 2 - Matricola - [indirizzo@e-mail](#)

Nome Cognome 3 - Matricola - [indirizzo@e-mail](#)

Data consegna relazione: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_

### Titolo della esperienza

Definire un titolo per la vostra esperienza. Il titolo deve essere conciso.

#### A.1 Obiettivo dell'esperienza

[Circa 10-15 righe]

Descrivere in modo sintetico il *misurando* e il *metodo della misura*.

#### A.2 Descrizione dell'apparato strumentale, della messa in opera e della procedura di misura

[Circa 2 pagine]

1. Descrivere in modo sintetico l'apparato sperimentale utilizzato in relazione alla misura che si vuole fare, anche con l'aiuto di uno schema grafico utilizzando i *concetti di metrologia* discussi in lezione.
2. Discutere quelle che sono le *misure di input*, le *misure output*, e il *modello matematico* che porta alla stima del misurando.
3. Discutere i *fattori che influenzano la misura* e la *sensibilità presunta o misurata dello strumento* verso questi fattori.
4. Descrivere la *procedura di misura*

Alcuni consigli e raccomandazioni:

- Se possibile, usare uno schema grafico com in Fig. A.1 dell'apparato, piuttosto che una foto . Limitarsi ai parametri principali dello strumento in relazione alla misura (es. colore non e' importante). Il numero di immagini in questa sezione non puo' superare poche unita'.
- nel caso di incertezze sistematiche discutere sempre se sono eliminabili o misurabili

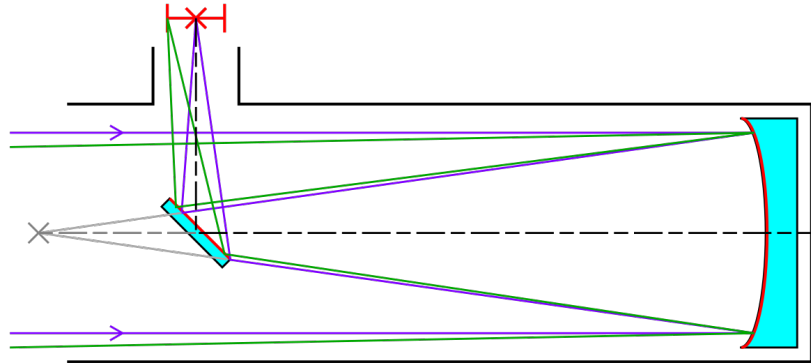


Figura A.1: Schema di un telescopio newtoniano. Il telescopio Newtoniano è composto da un specchio primario concavo e uno specchio piatto secondario diagonale che riporta l'immagine sul lato del telescopio.

Descrivere le procedure di messa in opera, calibrazione e regolazione del sistema di misura.

Considerate che stiate descrivendo l'esperienza non ad una persona che già la conosce ma ad un possibile lettore esterno o un collega che vuole farsi una chiara idea della esperienza, ed eventualmente ripeterla.

### A.3 Presentazione dei dati, analisi e presentazione dei risultati

[Massimo circa 4 pagine]

In questa parte:

- Presentare i dati grezzi adeguatamente raggruppati in opportune tabelle numerate (vedi ad esempio Tabella A.1. La discussione che si fa sui dati qui è specifica, a questa se ne può aggiungere una seconda più generica nel capitolo discussione/conclusioni.

Misure Periodo	T1-100	T2-50	T4-50
1	2.1	4.1	8.1
2	2.2	4.2	8.2

Tabella A.1: Tabella dati misura XX.

- Verificare se necessario la presenza di *outliers*. Nel caso di esclusioni, discuterne le ragioni.
- Specificare la procedura utilizzata per l'analisi dei dati includendo le formule usate e il significato degli elementi della formula. Ad esempio: ... come incertezza si è usato errore

standard dato da Eq. A.1:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{N}} \quad (A.1)$$

dove  $\bar{x}$  è la media aritmetica,  $N$  numero delle misure,  $x_i$  la singola misura.

- Presentare i risultati sperimentali organizzati in modo organico.
- Ogni grandezza fisica deve esser accompagnata dal relativo errore e deve esser esposta l'unità di misura, scritta in modo coerente e con il numero di cifre significative corrette.

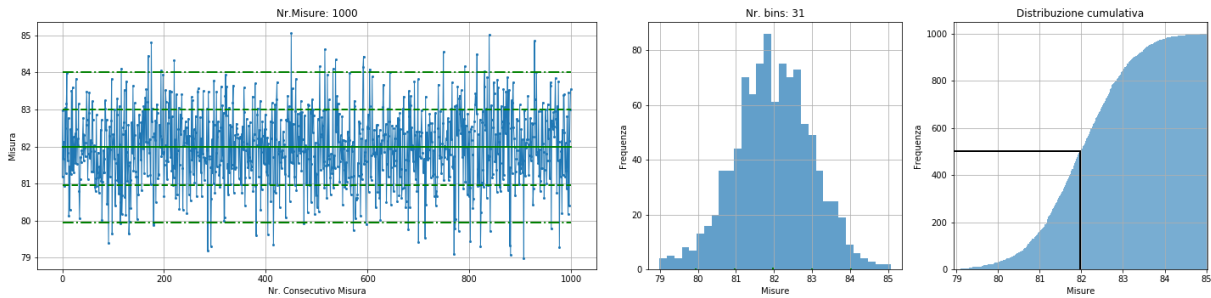


Figura A.2: (Sinistra) Andamento temporale dei dati. (Centro) Istogramma dei dati. (Destra) Istogramma cumulativo dei dati

- Per il corso di SF1 si chiede di includere la tabella dei dati grezzi per permettere al docente di verificare la correttezza dell’analisi dati. Nel caso in cui i dati acquisiti siano in numero elevato, si può omettere la tabella dei dati “grezzi” ma in tal caso è importante almeno presentare in sostituzione uno o più grafici delle grandezze fisiche in gioco per mostrare i relativi andamenti come ad esempio il grafico della distribuzione temporale dei dati come in Fig. A.2

## A.4 Discussione dei risultati sperimentali e conclusioni.

[Massimo circa 2 pagine]

Questa sezione si divide in 3 parti concettuali:

1. Riassunto risultati principali
2. Discussione risultati
3. Conclusione
4. Sguardo in avanti: come migliorare risultato (facoltativo)

Nella prima parte, riportare in forma breve e concisa i risultati numerici della esperienza in forma riassunta. Un lettore dovrebbe essere in grado di giudicare la vostra relazione solo dalla discussione e dalle conclusioni. Successivamente discutere criticamente questi risultati, anche in relazione agli obiettivi posti nella introduzione. Concludere con una discussione delle operazioni che sarebbero suggeribili per migliorare la precisione e/o l’accuratezza del risultato, sempre che sia possibile e applicabile.

In aggiunta, si valuti a posteriori delle incertezze sistematiche dello strumento e della misura, della loro possibile eliminazione. Le conclusioni devono esser coerenti, anche formalmente, con gli obiettivi dichiarati in relazione.

**Appendici** [Massimo circa 5 pagine]

In appendice si riporta tutto quello che in prima lettura non è necessario a dimostrare le conclusioni trovate durante l’esperienza, ma che può tornare utile in caso di un controllo successivo o un esame approfondito. Ad esempio in appendice si possono riportare i codici usati, tabelle troppo lunghe, grafici di controllo. Anche in questo caso usare moderazione.