

---

## Capitolo 4

# Misure con la guidovia

---

La “guidovia” è uno strumento costituito da una *guida* in alluminio a sezione rettangolare, cava internamente e munita nella sua faccia superiore di una serie di forellini dai quali fuoriesce un flusso di aria generato da un apposito compressore; l’inclinazione della guida stessa può essere variata a piacere servendosi di una vite, ogni giro della quale corrisponde ad un cambiamento dell’angolo con l’orizzontale di 5' (1/12 di grado, circa 1.5 mrad).

Sopra di essa possono essere poste delle *slitte* in plexiglass, aventi dimensioni leggermente superiori a quelle della guida; esse vengono sostenute dal flusso d’aria prodotto dal compressore, in modo da eliminare del tutto il contatto tra le superfici affacciate e da ridurre per quanto possibile l’attrito sulla slitta in movimento. Ogni banco ha a disposizione cinque slitte, differenti per caratteristiche, ed inoltre: un *disco di ottone*, che può essere fissato al di sopra delle slitte; ed una serie di tre spessori in alluminio di dimensioni crescenti.

Alla guida sono poi fissati dei *traguardi* di misura, la cui posizione può essere riferita ad un regolo graduato solidale con la guida, ognuno dei quali porta un emettitore ed un rivelatore di infrarossi in grado di generare un segnale elettrico al passaggio della slitta, allo scopo di avviare (od arrestare) un cronometro elettronico della sensibilità di  $10^{-4}$  s. La guida è inoltre munita ad una estremità di una *elettrocalamita*, normalmente eccitata e disinseribile tramite l’azione di un apposito pulsante.

La guidovia viene usata per una serie di *tre esperienze*; ogni gruppo deve usare *la stessa guidovia* per tutte, ed a questo scopo gli strumenti sono numerati per distinguerli. *Preliminarmente ad ogni esperienza, bisogna trovare la posizione della vite per cui la guida è orizzontale: si procede per approssimazioni successive, ruotando la vite fino a che la slitta non rimane immobile una volta lasciata libera; badando, in questa operazione, che le due estremità della slitta stessa non siano esattamente sopra ai forellini da cui fuoriesce l’aria.*

Questa operazione, generalmente, si ripete tre volte: al centro della guida, ed alle due estremità della regione di misura (nelle posizioni di 40 cm e 120 cm sul regolo graduato); dopo di che la vite si regola in una posizione intermedia tra tutte quelle trovate, allo scopo di avere la guidovia “mediamente orizzontale” su tutta la

sua lunghezza.

La semidispersione massima tra le tre posizioni della vite può essere assunta come errore  $\sigma_\alpha$  sulla conoscenza dell'angolo di inclinazione  $\alpha$  della guida: una volta trovato  $\sigma_\alpha$  espresso in frazioni di giro della vite, lo si trasforma in radianti moltiplicando prima per 1/12 (numero di gradi che corrisponde ad un giro) e poi per  $\pi/180$  (numero di radianti in un grado).  $\sigma_\alpha$  è dell'ordine di  $10^{-4}$  rad, e ci si può limitare a calcolarlo nella prima esperienza.

Trovata la posizione di orizzontalità, non bisogna più muovere la guidovia (visto che il tavolo non è garantito perfettamente piano); è bene poi assicurarsi che la slitta si muova senza problemi sia con che senza il disco di ottone, ed in ogni punto della guida: **senza cioè che si corichi di lato (troppa pressione) o che strisci (poca pressione)**. La posizione del compressore che dà un comportamento accettabile si mantiene poi per tutte le tre esperienze con la guidovia.

#### 4.1 Il piano inclinato (in assenza di attrito)

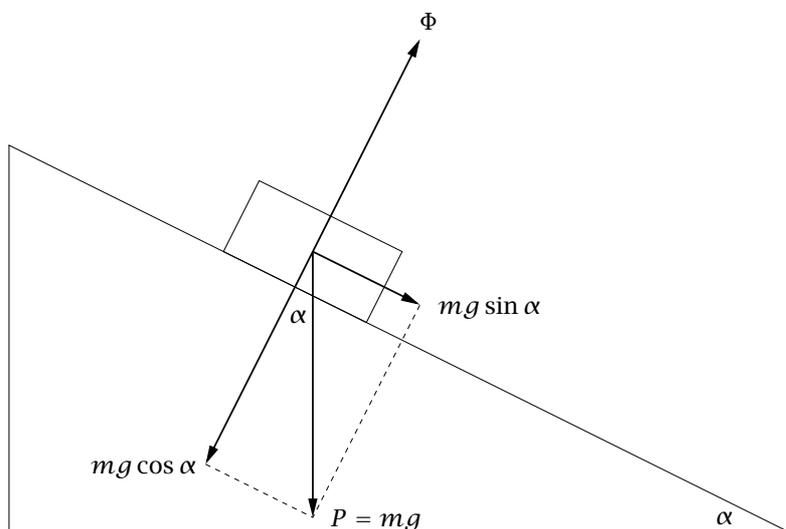


FIGURA 4a - Rappresentazione schematica delle forze agenti su di un corpo che scivola (in assenza di attrito) su di un piano inclinato.

Le forze agenti su di un corpo che scivola (senza attrito) su di un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale sono schematizzate nella figura 4a; la componente normale al piano stesso della forza peso, di modulo  $mg \cos \alpha$ , viene equilibrata dalla reazione del vincolo  $\Phi$ : l'unica forza attiva è quindi la componente parallela al piano inclinato della forza peso, che ha un modulo di valore  $mg \sin \alpha$  costante. Il moto del corpo è quindi *uniformemente accelerato*, con accelerazione data da  $a = g \sin \alpha$ ; velocità e spazio percorso dal corpo in funzione del tempo sono date dalle

$$\begin{cases} v &= v_0 + a t \\ s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

Un primo scopo dell'esperienza consiste nella verifica di questa legge del moto: la maniera più conveniente di farlo è quella di misurare la velocità della slitta in vari punti della guidovia, assieme ai tempi impiegati a raggiungere tali velocità; e verificare poi che il grafico di  $v$  in funzione di  $t$  è dato effettivamente da una linea retta.

La pendenza di questa retta (che numericamente misura l'accelerazione del moto) dovrà risultare proporzionale al seno dell'angolo di inclinazione del piano (od all'angolo stesso, purchè piccolo) ed indipendente dalla massa della slitta; essa si può calcolare eseguendo sui punti misurati un'interpolazione lineare con il metodo dei minimi quadrati, e dall'accelerazione si può risalire poi al valore di  $g$  attraverso la

$$g = \frac{a}{\sin \alpha} \quad (4.2)$$

Le misure si effettuano in questo modo: si prendono innanzi tutto quattro differenti campioni, che corrispondano sia a differenti inclinazioni della guida che a differenti masse con la stessa inclinazione. In pratica si usano 15', 30' e 45' di inclinazione (3, 6 e 9 giri della vite rispetto all'orizzontalità) con la slitta scarica; e si ripetono le misure a 45', aggiungendo sulla slitta la massa addizionale di ottone.

Per ognuno di questi campioni si fissa il traguardo che avvia il cronometro sulla posizione  $x_1 = 40$  cm (prima il moto può essere perturbato) e lo si lascia in tale posizione; il traguardo che arresta il cronometro si pone successivamente nelle coordinate  $x_2 = 50, 60, \dots, 120, 130$  cm.

Si usa quella delle slitte che porta alle estremità dei piccoli segmenti di filo di ferro: la si libera disinserendo l'elettrocalamita con il pulsante (occorre lasciarlo premuto fino a che la slitta non si è allontanata); e si misura per cinque volte consecutive il tempo impiegato a percorrere il tratto delimitato dai due traguardi.

Nella tabella 4.1 sono riportati i risultati: per brevità, non tutte le cinque misure ripetute relative ad ogni intervallo, ma solo la loro media aritmetica; nei vari campioni, la sigla "S" sta per "slitta scarica" e "C" sta per "slitta carica della massa addizionale".

$x_2$	15' S	30' S	45' S	45' C
50	0.6615	0.4675	0.3804	0.3803
60	1.2274	0.8647	0.7038	0.7029
70	1.7326	1.2205	0.9923	0.9902
80	2.1960	1.5427	1.2541	1.2520
90	2.6219	1.8417	1.4977	1.4937
100	3.0216	2.1219	1.7261	1.7204
110	3.3947	2.3872	1.9413	1.9340
120	3.7588	2.6382	2.1451	2.1369
130	4.1012	2.8799	2.3406	2.3295

TABELLA 4.1 - Misure sul piano inclinato: i dati.

Se usiamo il simbolo  $t(x_1, x_2)$  per indicare il tempo impiegato dalla slitta a percorrere il tratto tra le coordinate  $x_1$  ed  $x_2 > x_1$ , la velocità media in questo segmento risulta

$$\bar{v}(x_1, x_2) = \frac{x_2 - x_1}{t(40, x_2) - t(40, x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

ed essendo la relazione tra velocità e tempo di tipo lineare (la  $v = v(t)$  già ricavata nella formula 4.1), questa velocità media deve coincidere con la velocità istan-

tanea della slitta all'istante  $\bar{t}$  esattamente intermedio tra quelli ( $t_1 \equiv t(40, x_1)$  e  $t_2 \equiv t(40, x_2)$ ) in cui essa attraversa i punti di coordinate  $x_1$  ed  $x_2$ . Infatti:

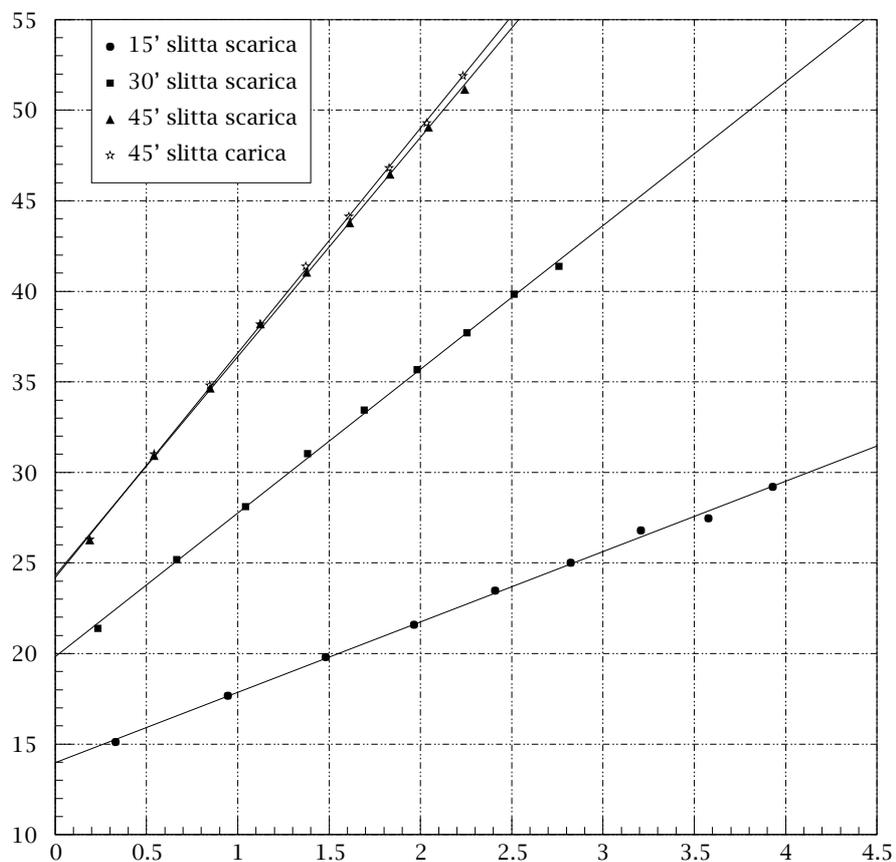
$$\begin{aligned} \bar{v}(x_1, x_2) &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \\ &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (v_0 + at) dt \\ &= \frac{v_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} \\ &= v_0 + a \frac{t_1 + t_2}{2} \\ &= v \left( \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \\ &= v(\bar{t}) \end{aligned}$$

$x_1-x_2$	15' S		30' S	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-50	0.3308	15.1167	0.2337	21.3922
50-60	0.9444	17.6728	0.6661	25.1762
60-70	1.4800	19.7910	1.0426	28.0994
70-80	1.9643	21.5815	1.3816	31.0405
80-90	2.4089	23.4808	1.6922	33.4493
90-100	2.8217	25.0188	1.9818	35.6811
100-110	3.2081	26.8039	2.2546	37.6960
110-120	3.5768	27.4590	2.5127	39.8406
120-130	3.9300	29.2073	2.7590	41.3736

$x_1-x_2$	45' S		45' C	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-50	0.1902	26.2854	0.1902	26.2936
50-60	0.5421	30.9253	0.5416	31.0020
60-70	0.8481	34.6572	0.8465	34.8044
70-80	1.1232	38.1971	1.1211	38.1912
80-90	1.3759	41.0543	1.3729	41.3736
90-100	1.6119	43.7790	1.6071	44.1228
100-110	1.8337	46.4684	1.8272	46.8165
110-120	2.0432	49.0773	2.0354	49.2902
120-130	2.2429	51.1457	2.2332	51.9049

TABELLA 4.2 - Misure sul piano inclinato: velocità istantanee e tempi.

Divisa idealmente la nostra guida in tanti intervalli di 10 centimetri da  $x = 40$  ad  $x = 130$ , calcoliamo  $\bar{v}$  e  $\bar{t}$  per ognuno di essi (tabella 4.2); poi riportiamo in grafico la velocità della slitta in funzione del tempo (figura 4b).

FIGURA 4b - Misure sul piano inclinato: i grafici di  $v = v(t)$ .

	$A$	$B$	$\sigma_v$	$\sigma_A$	$\sigma_B$
15' S	13.9824	3.8853	0.2262	0.1684	0.0656
30' S	19.8329	7.9352	0.2174	0.1621	0.0898
45' S	24.3112	12.0892	0.2096	0.1563	0.1065
45' C	24.1800	12.4142	0.1427	0.1065	0.0729

TABELLA 4.3 - Misure sul piano inclinato: l'interpolazione lineare.

Si nota a prima vista come i dati siano effettivamente allineati; e questo conferma l'ipotesi che il moto della slitta sia uniformemente accelerato. Sul grafico sono riportate anche le rette interpolanti i punti sperimentali, che possono servire da riferimento per decidere sull'effettiva linearità della funzione  $v = v(t)$ ; i coefficienti delle rette interpolanti, assieme agli errori sulle ordinate (ricavati a posteriori) ed agli errori sui coefficienti stessi, sono in tabella 4.3.

E' interessante notare come gli errori sulle velocità *diminuiscano* all'aumentare della pendenza; le cause di errore nella misura sono sostanzialmente dovute al posizionamento dei traguardi ed alle piccole perturbazioni esterne (correnti d'aria, vibrazioni del tavolo); e queste ultime sono tanto più sensibili quanto più la velocità della slitta è piccola. Anche la massa addizionale ha l'effetto di rendere la slitta più stabile, diminuendo così l'entità dell'errore.

Quello che ci interessa nella tabella 4.3 è la pendenza della retta interpolante, che rappresenta numericamente l'accelerazione del moto: in particolare si nota che il fattore di compatibilità tra i due campioni (45' S e 45' C) riferiti alla stessa pendenza ma a differente massa è troppo elevato:

$$\frac{|12.0892 - 12.4142|}{\sqrt{0.1065^2 + 0.0729^2}} = 2.5$$

quindi i nostri dati sono mal compatibili con l'ipotesi dell'indipendenza dell'accelerazione del moto dalla massa; in pratica questo vuol dire che la presenza dell'attrito non è trascurabile, e che esso incide in maniera differente nei due casi.

L'accelerazione di gravità si ricava dalla formula 4.2; per l'errore, si può applicare sempre alla 4.2 la legge di propagazione (che dà un risultato *approssimato*, non essendo  $g$  lineare rispetto ad  $\alpha$ ):

$$\begin{aligned}\sigma_g^2 &= \left(\frac{\partial g}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 \\ &= \left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{a}{\sin^2 \alpha} \cos \alpha\right)^2 \sigma_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left[ \sigma_a^2 + \frac{a^2 \sigma_\alpha^2}{\tan^2 \alpha} \right] \\ &= g^2 \left[ \frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_\alpha^2}{\tan^2 \alpha} \right]\end{aligned}$$

Nella tabella 4.4 sono riportati i risultati finali: si nota immediatamente che essi

	$g$	$\sigma_g$	Risultato
15' S	890.452	75.712	$890 \pm 76$
30' S	909.319	39.260	$909 \pm 39$
45' S	923.572	26.913	$924 \pm 27$
45' C	948.404	26.925	$948 \pm 27$

TABELLA 4.4 - Misure sul piano inclinato: i risultati per  $g$ .

sono tutti inferiori al valore noto, che è (a Padova) di  $980.6 \text{ cm/s}^2$ ; e questo è ovviamente da imputarsi all'aver trascurato la presenza degli attriti. I valori calcolati sono comunque tutti compatibili tra loro.

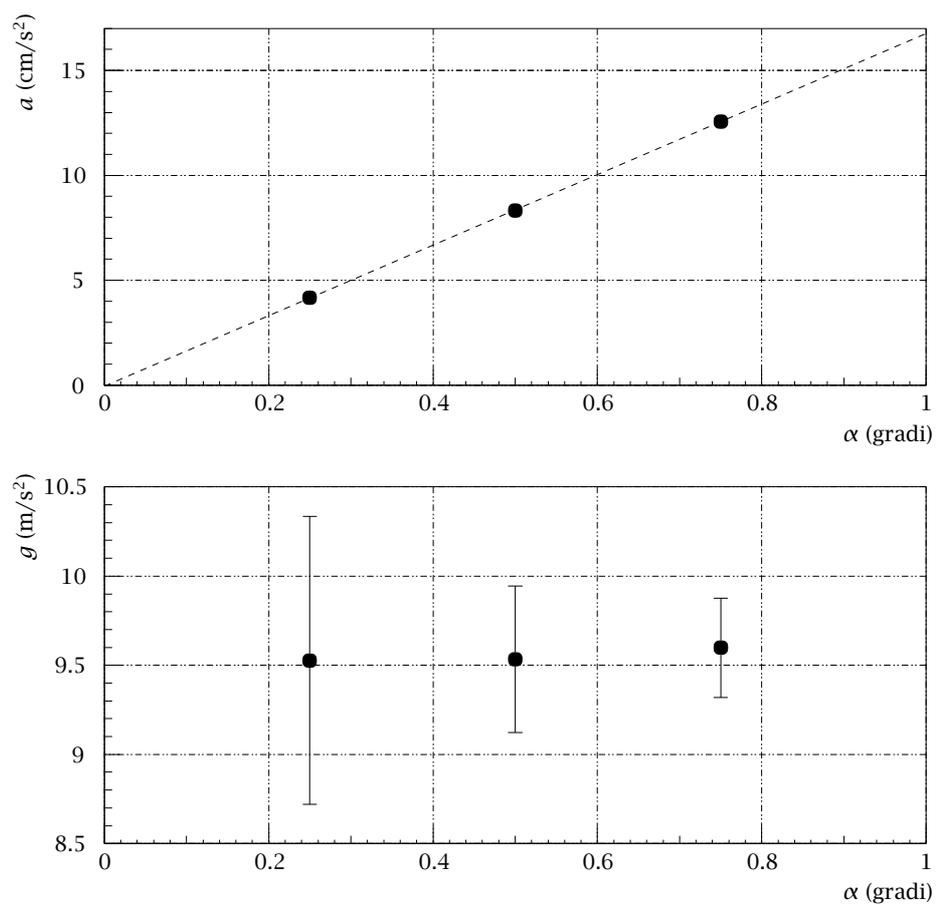


FIGURA 4c - In alto, l'accelerazione in funzione dell'angolo di inclinazione del piano; in basso il valore stimato di  $g$ , sempre in funzione dell'angolo  $\alpha$ .

Per quanto attiene alla dipendenza dell'accelerazione del moto dall'angolo di inclinazione del piano, nella figura 4c sono riportati i valori stimati di  $a$  in funzione dell'angolo  $\alpha^1$  (gli errori su  $a$  sono talmente piccoli da non risultare visibili con la scala del disegno); è evidente la dipendenza lineare che esiste tra le due variabili. La proporzionalità tra  $a$  e  $\sin \alpha$  implica anche che il loro rapporto (il valore stimato di  $g$ ) debba avere valori compatibili nei tre campioni che si riferiscono alla slitta scarica; cosa che in effetti si verifica (vedere sempre la figura 4c).

## 4.2 Studio dell'attrito viscoso

La forza di attrito che agisce sulla slitta, per quanto piccola, non può in alcuni casi essere trascurata: si tratta di attrito di tipo viscoso dovuto alla presenza dell'aria; ed esso, secondo la teoria (purchè il regime di moto si possa considerare laminare) deve essere direttamente proporzionale alla velocità della slitta stessa ed obbedire quindi alla formula (*legge di Stokes*)

$$F_a = -bv$$

(con  $b$  costante).

Quando la forza di attrito è l'unica attiva (slitta in moto su di un piano orizzontale) il secondo principio della dinamica ci permette di ottenere

$$\begin{aligned} F_a = -bv = m \frac{dv}{dt} \quad , \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m} v \\ \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{b}{m} \int_0^t dt \\ [\ln v]_{v_0}^v = -\frac{b}{m} [t]_0^t \quad , \quad \ln \left( \frac{v}{v_0} \right) = -\frac{b}{m} t \end{aligned}$$

ed infine

$$v = v_0 \cdot \exp \left( -\frac{b}{m} t \right)$$

per la velocità in funzione del tempo; la dipendenza della velocità dallo spazio percorso si ricava invece considerando che

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m} v \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{b}{m} v \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dx} = -\frac{b}{m}$$

(ricordando che  $dx/dt = v$ ). Infine

$$v = v_0 - \frac{b}{m} x \tag{4.3}$$

indicando stavolta con  $v_0$  la velocità nel punto di ascissa  $x = 0$ . La maniera migliore di controllare la validità della legge del moto è quella quindi di verificare l'andamento rettilineo di  $v$  rispetto ad  $x$ ; dal grafico, con il metodo dei minimi quadrati, si potrà poi ricavare la pendenza della retta (il coefficiente  $-b/m$ ) con il relativo errore.

<sup>1</sup>Per questi valori di  $\alpha$  si può usare senza problemi l'angolo stesso al posto del seno.

Si procede in questo modo: dopo aver regolato la vite in modo che la guida sia in media orizzontale nel tratto utilizzato per la misura, si usa una slitta differente da quella dell'esperienza precedente e sulla quale è montato, ad una estremità, un piccolo magnete permanente. Quando il circuito dell'elettrocalamita è aperto, essa aderisce alla slitta; chiudendolo, invece, l'elettrocalamita ed il magnete permanente si respingono: e la slitta si mette in moto con velocità iniziale sempre costante.

Si prendono quattro campioni di misure, uno in queste condizioni e gli altri interponendo tra l'elettrocalamita ed il magnete uno dei tre spessori di alluminio dati a corredo: la loro eventuale presenza serve a variare la velocità iniziale del moto. Per ognuno di questi campioni si prendono 5 misure ripetute del tempo impiegato a percorrere un tratto di 20 cm lungo la guidovia, sistemando i traguardi di misura inizialmente nella posizione 40-60, poi in quella 50-70, e così via fino all'ultima posizione 110-130; e l'esperienza deve essere inoltre ripetuta due volte, indipendentemente, tenendo prima la slitta scarica e usando poi il peso addizionale di ottone.

Ottenuti questi dati, per ognuno degli intervalli di misura si calcola prima la media aritmetica delle misure ripetute e poi la velocità media: i risultati sono nelle tabelle 4.5 e 4.6; i simboli usati per identificare i campioni sono composti da un numero da 0 a 3 (per indicare o nessuno spessore, od uno dei tre spessori di alluminio in ordine crescente) e o dalla lettera "S" (slitta scarica) o "C" (slitta carica).

La formula 4.3 mostra che la velocità è lineare in funzione dello spazio percorso; e, ripetendo lo stesso ragionamento fatto prima a proposito del moto sul piano inclinato, la velocità media in ogni intervallo deve poi essere esattamente uguale alla velocità istantanea nel suo punto di mezzo.

Nelle figure 4d e 4e, rispettivamente per la slitta scarica e per quella carica, si è riportata in grafico la velocità in funzione della posizione lungo la guidovia: ed è immediato riconoscere che i punti misurati si dispongono approssimativamente su rette parallele, permettendoci così di ritenere sperimentalmente verificata la legge del moto.

A questo punto è opportuno osservare che i punti misurati nel tratto finale della guidovia (e che sono riportati nelle figure 4d e 4e con dei simboli differenti) mostrano un andamento che non si adatta a quello individuato dagli altri; questo è presumibilmente da imputare ad un qualche errore sistematico introdotto dallo strumento, per esempio una deformazione della guida nella sua parte finale, oppure ad un flusso non uniforme dell'aria compressa su tutta la sua lunghezza.

A causa di questo sospetto, soltanto i primi sei punti di ogni campione sono stati utilizzati per l'interpolazione lineare con una retta di equazione  $y = A + Bx$  allo scopo di ricavare il valore numerico del coefficiente angolare  $B \equiv -b/m$  (con il relativo errore); i risultati sono riportati nella tabella 4.7.

Il passo successivo consiste nel controllare che le quattro rette relative alla slitta scarica (e le quattro relative alla slitta carica) siano effettivamente parallele; ovvero sia che le loro pendenze siano tra loro compatibili entro gli errori stimati. Alla fine si fa la media pesata delle pendenze, per ricavare il valore finale del coefficiente  $-b/m$  nei due casi: i risultati finali sono in tabella 4.8.

E' da notare che, caricando la slitta con il disco d'ottone, non solo se ne aumenta la massa; ma si aumenta anche l'attrito (ossia il valore di  $b$ ) per la conseguente diminuzione dello spessore del cuscinetto d'aria che la sostiene: e non si può a priori ipotizzare alcun rapporto tra i valori del quoziente  $-b/m$  per la slitta scarica e quella carica.

$x_1-x_2$	0 S		1 S	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-60	1.0002	9.9982	1.2528	7.9824
50-70	1.0101	9.8996	1.2672	7.8915
60-80	1.0233	9.7725	1.2790	7.8187
70-90	1.0331	9.6792	1.2991	7.6974
80-100	1.0451	9.5681	1.3287	7.5260
90-110	1.0642	9.3969	1.3454	7.4328
100-120	1.0700	9.3458	1.3736	7.2799
110-130	1.0827	9.2363	1.3701	7.2986

$x_1-x_2$	2 S		3 S	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-60	1.4945	6.6911	2.1634	4.6224
50-70	1.5086	6.6285	2.1951	4.5555
60-80	1.5425	6.4830	2.2787	4.3885
70-90	1.5694	6.3718	2.3165	4.3169
80-100	1.6039	6.2350	2.4379	4.1018
90-110	1.6369	6.1090	2.4953	4.0075
100-120	1.6498	6.0613	2.5654	3.8980
110-130	1.6570	6.0351	2.4472	4.0863

TABELLA 4.5 - Misure sull'attrito: i dati (slitta scarica).

$x_1-x_2$	0 C		1 C	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-60	1.4248	7.0184	1.7902	5.5861
50-70	1.4442	6.9243	1.8403	5.4338
60-80	1.4613	6.8431	1.8684	5.3523
70-90	1.4751	6.7790	1.8738	5.3367
80-100	1.5009	6.6627	1.9216	5.2039
90-110	1.5237	6.5628	1.9698	5.0766
100-120	1.5337	6.5201	1.9953	5.0118
110-130	1.5259	6.5535	1.9534	5.1192

$x_1-x_2$	2 C		3 C	
	$\bar{t}$	$\bar{v}$	$\bar{t}$	$\bar{v}$
40-60	2.1581	4.6338	3.2172	3.1083
50-70	2.2324	4.4794	3.5329	2.8306
60-80	2.2811	4.3839	3.6233	2.7599
70-90	2.3278	4.2959	3.8060	2.6274
80-100	2.3938	4.1775	3.9563	2.5276
90-110	2.4672	4.0531	4.1584	2.4048
100-120	2.4917	4.0134	4.1759	2.3947
110-130	2.4371	4.1032	3.9203	2.5508

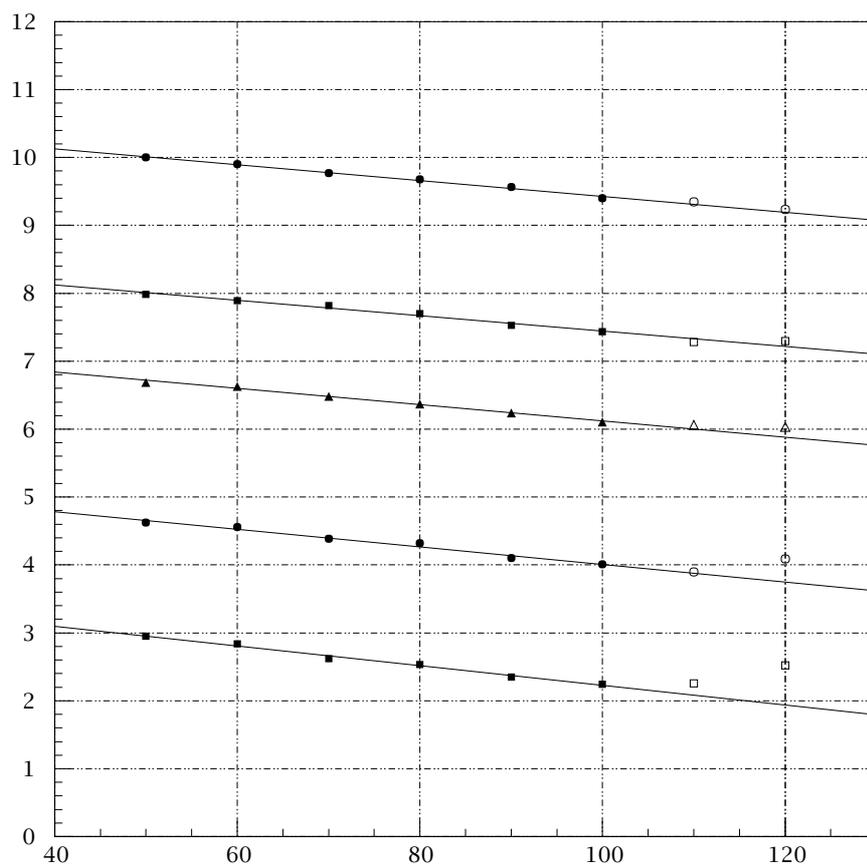
TABELLA 4.6 - Misure sull'attrito: i dati (slitta carica).

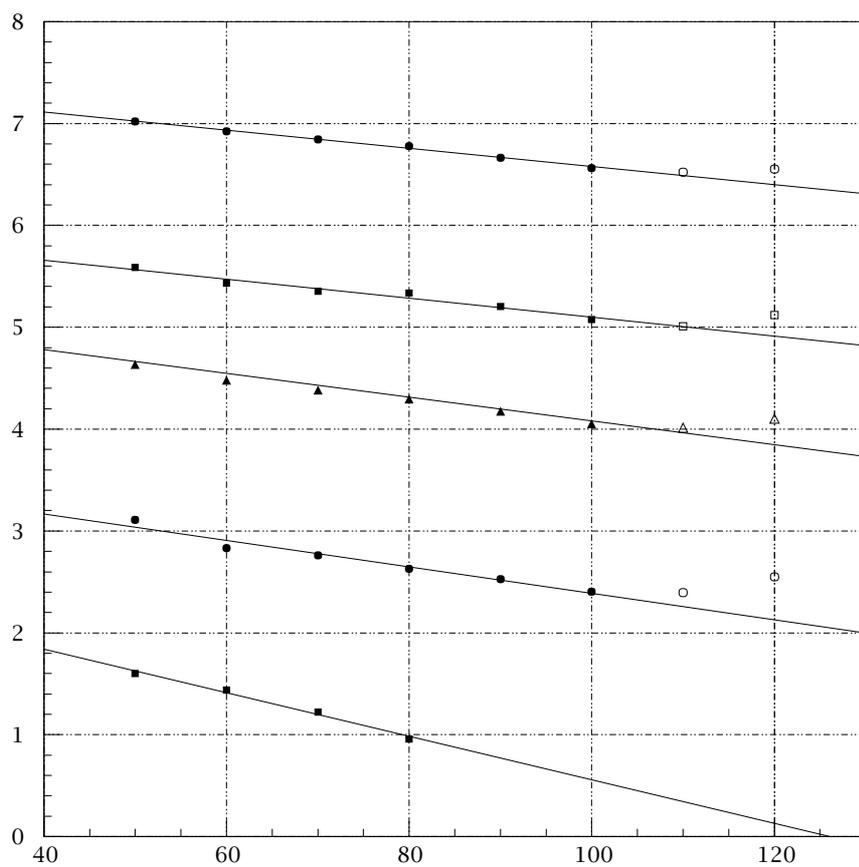
	A	B	$\sigma_y$	$\sigma_A$	$\sigma_B$
0 S	10.5964	-0.0117	0.0227	0.0417	0.0005
1 S	8.5746	-0.0113	0.0309	0.0568	0.0007
2 S	7.3203	-0.0120	0.0220	0.0405	0.0005
3 S	5.2979	-0.0129	0.0380	0.0699	0.0009
0 C	7.4685	-0.0089	0.0147	0.0271	0.0004
1 C	6.0286	-0.0093	0.0383	0.0703	0.0009
2 C	5.1724	-0.0111	0.0182	0.0334	0.0004
3 C	3.6866	-0.0130	0.0548	0.1007	0.0013

TABELLA 4.7 - Misure sull'attrito: i risultati dell'interpolazione lineare.

	$p = b/m$	$\sigma_p$
S	0.01226	0.00029
C	0.00989	0.00026

TABELLA 4.8 - Misure sull'attrito: i risultati della media pesata.

FIGURA 4d - Misure sull'attrito: i grafici di  $v = v(x)$  per la slitta scarica.

FIGURA 4e - Misure sull'attrito: i grafici di  $v = v(x)$  per la slitta carica.

### 4.3 Il piano inclinato (tenendo conto dell'attrito)

Una volta noto il valore numerico del coefficiente  $-b/m$ , la sua conoscenza può essere usata per integrare i dati dell'esperienza del piano inclinato. Se si tiene conto anche della presenza della forza di attrito viscoso, infatti l'equazione del moto si deve scrivere

$$F = ma = mg \sin \alpha - bv$$

e considerando, in prima approssimazione, la velocità  $v$  come costante durante il moto, da essa si ricava

$$a = \frac{F}{m} = g \sin \alpha - \frac{b}{m} v = a_0 - \frac{b}{m} v \equiv a_0 - pv$$

(in cui si è indicato con  $a_0 = g \sin \alpha$  il valore che avrebbe avuto l'accelerazione in assenza di attrito, e con  $p$  il valore del rapporto  $b/m$ ); un valore per  $g$  più aderente a quello reale si può quindi ottenere dai dati dell'esperienza del piano inclinato usando la formula

$$g \equiv \frac{a_0}{\sin \alpha} = \frac{a + pv}{\sin \alpha} = g_0 + \frac{pv}{\sin \alpha} = g_0 + c \quad (4.4)$$

(in cui  $g_0$  rappresenta il valore non corretto per la presenza degli attriti ottenuto in precedenza, e

$$c = \frac{pv}{\sin \alpha} \quad (4.5)$$

è la correzione complessiva dovuta all'attrito).

L'indipendenza dell'accelerazione dalla massa del corpo si può invece verificare confrontando i due valori ottenuti (a parità di inclinazione della guidovia e con diverse masse della slitta) per  $a_0$ :

$$a_0 = a + \frac{b}{m} v \equiv a + pv \quad (4.6)$$

Nell'equazione 4.6,  $a$  rappresenta l'accelerazione reale; ed  $a_0$  (come già notato) è il valore che avrebbe avuto l'accelerazione in assenza di attriti. Come valore da attribuire a  $v$  in tutte queste formule, si può usare quello della velocità media durante il moto:

$$v = \frac{v(40, 50) + v(120, 130)}{2} \quad (4.7)$$

Per il calcolo degli errori, applichiamo la formula di propagazione alle relazioni 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7:

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= \sigma_{g_0}^2 + \sigma_c^2 \\ \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2 &= \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\sin \alpha}}{\sin \alpha}\right)^2 \\ \sigma_c^2 &= c \cdot \left[ \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\tan \alpha}\right)^2 \right] \\ \sigma_v^2 &= \frac{1}{4} \sigma_v^2 + \frac{1}{4} \sigma_v^2 = \frac{1}{2} \sigma_v^2 \end{aligned}$$

(per l'ultima formula, ricordiamo che nell'interpolazione lineare abbiamo assunto che le velocità abbiano tutte quante lo stesso errore); i risultati sono nella tabella 4.9.