

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Esperienza
Misura di g (pendolo composto)
SFI – AA 2021/22

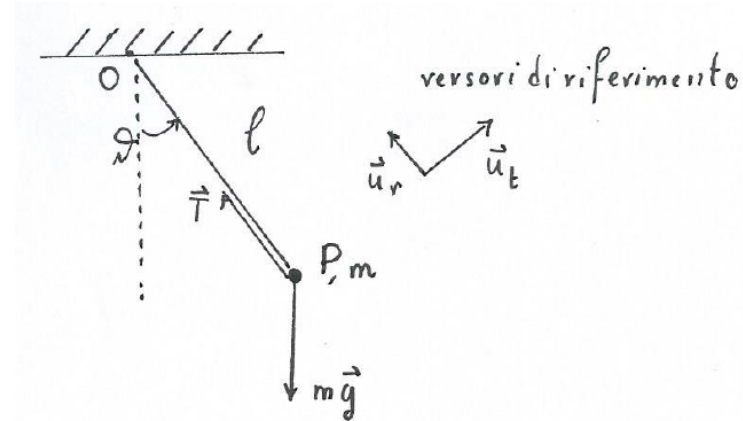
- Massa m di un punto materiale P vincolato alla distanza l dal punto O , centro di rotazione
- Equazione del moto (componenti tangenziali dell'accelerazione della massa m e delle forze che agiscono su P):

$$-mg \sin\vartheta = ml \frac{d^2\vartheta}{dt^2} \quad \leftrightarrow \quad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\vartheta = 0$$

Piccole oscillazioni ($\sin\theta \approx \theta$) :

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \omega^2\vartheta = 0 \quad \text{dove} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

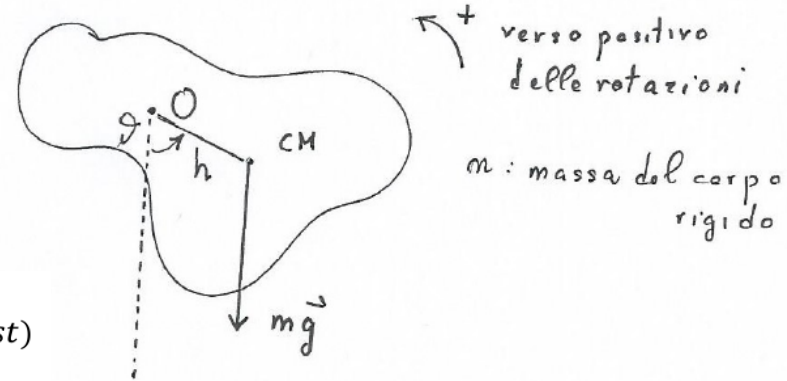
→ Il moto della massa m è un **moto armonico** semplice con pulsazione ω e con ampiezza A e fase ϕ determinate dalle condizioni iniziali del moto. Il periodo delle piccole oscillazioni è proprio T .



■ **Corpo rigido di massa m vincolato a ruotare attorno ad un asse fisso O non verticale e non passante per il baricentro; ϑ angolo di rotazione, h distanza tra asse di rotazione e baricentro.**

■ **Forze esterne che agiscono sul corpo rigido sono: forza peso $[mg]$ e reazione vincolo**

■ **Seconda equazione cardinale del moto $\frac{dL_{O,O}}{dt} = \tau_{O,O}^{(est)}$**



$$-mgh \sin \vartheta = I_o \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} \quad \text{e ricordando } L_{O,O} = I_o \omega$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{mgh}{I_o} \sin \vartheta = 0$$

$$\sin \vartheta \approx \vartheta$$

$$\rightarrow \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \omega^2 \vartheta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{mgh}{I_o}$$

$$\text{segue } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgh}}$$

$$\text{con } l = \frac{I_o}{mh} \quad \text{lunghezza ridotta}$$

$$T = T' \leftrightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} \rightarrow l = \frac{I_o}{mh} = l' = \frac{I_o'}{mh'}$$

Teorema Steiner-Huygens: $I_o = I_{CM} + mh^2$, si

avrà:

$$\frac{I_{CM} + mh^2}{mh} = \frac{I_{CM} + mh'^2}{mh'} \quad \times mhh' \rightarrow mhh' \frac{I_{CM} + mh^2}{mh} = \frac{I_{CM} + mh'^2}{mh'} mhh'$$

Semplificando si ottiene eq di II grado in h :

$$h' (I_{CM} + mh^2) = (I_{CM} + mh'^2) h.$$

con
soluzioni:

$$h_{\pm} = \frac{(I_{CM} + mh'^2) \pm \sqrt{(I_{CM} + mh'^2)^2 - 4h'^2 m I_{CM}}}{2mh'}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h_- = \frac{2mh'^2}{2mh'} = h' \\ h_+ = \frac{2I_{CM}}{2mh'} = \frac{I_{CM}}{mh'} \end{array} \right.$$

$$h_- = \frac{2mh'^2}{2mh'} = h'$$

Simmetria dei due assi di rotazione O e O' rispetto al baricentro del sistema

$$h_+ = \frac{2I_{CM}}{2mh'} = \frac{I_{CM}}{mh'}$$

$$l = \frac{I_o}{mh} = \frac{I_{CM} + mh^2}{mh} = \frac{I_{CM}}{mh} + h = h' + h$$

La distanza tra i due assi di rotazione è pari alla lunghezza ridotta del pendolo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad \sigma_g \approx \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{-8\pi^2 l T}{T^4}\right)^2 \sigma_T^2}$$

- Angolo di rotazione
- Usura coltelli
- Azione forza Archimede su massa mobile del pendolo
- ...
- Attrito viscoso [→ esperienza pendolo semplice]
- Fluido laminare

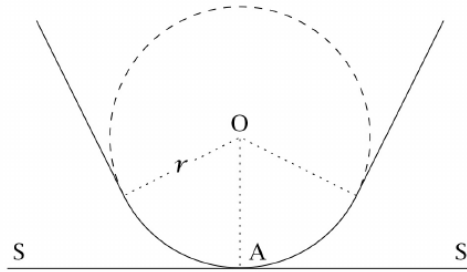
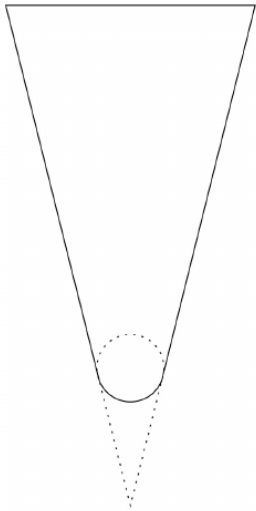
Isocronia delle oscillazioni ed errore sistematico commesso nell'approssimare $\sin(\theta) \approx \theta$ per piccole oscillazioni e, conseguentemente, nel considerare costante il periodo T .

Dalla conservazione dell'energia meccanica, dopo alcuni semplici (...) passaggi:

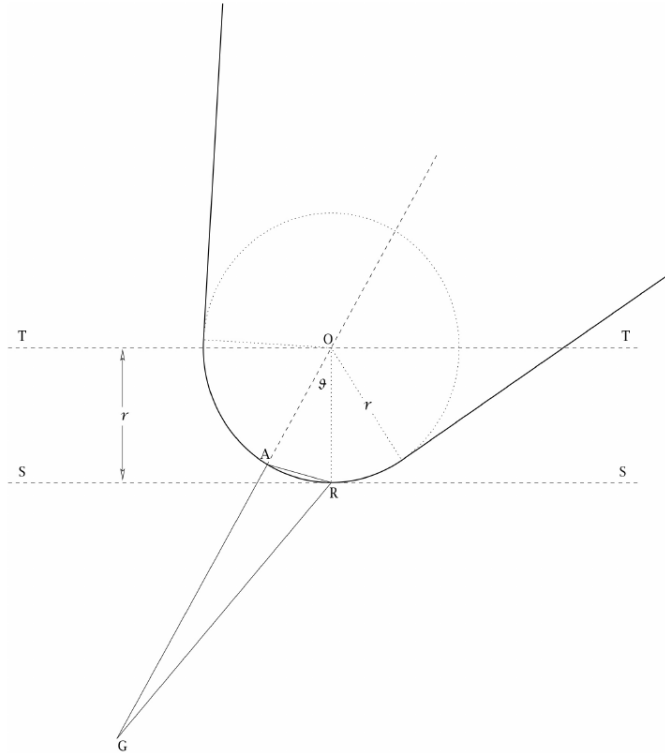
$$T = T_0 \left(1 + \frac{\alpha^2}{16} \right) \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\alpha^2}{16} \quad ?$$

dove T misurato, T_0 armonico

Erosione della punta del coltello, essa può essere approssimata a un cilindro di raggio r (dell'ordine di 5×10^{-2} mm). L'oscillazione non avviene quindi rispetto al fondo della concavità in cui è inserito il coltello ma, poiché la punta è smussata si può immaginare come un cilindro che rotola a contatto con le pareti attorno a un asse di rotazione istantaneo R a distanza r dal centro del cilindro O .



~ moto puro rotolamento



Usura coltelli porta ad un contributo trascurabile di 10^{-5} , mentre si può correggere per aumento di l

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg(h+r)}} = T_0 \sqrt{\frac{h}{h+r}}$$

$$T = T_0 \left(1 - \frac{r}{2h}\right)$$

$$-mgl\sin\theta + m_agl\sin\theta = ml^2\ddot{\theta}$$

$$-\rho g\sin\theta + \rho_ag\sin\theta = \rho l\ddot{\theta}$$

$$\rho = 7,9\text{g/cm}^3,$$

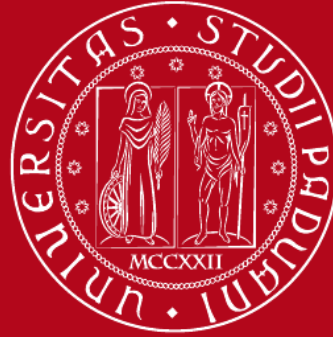
$$\rho_a = 1,2 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3,$$

$$\ddot{\theta} + \frac{\rho - \rho_a}{\rho} \frac{g}{l} \theta = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho l}{(\rho - \rho_a)g}} = T_0 \sqrt{\frac{\rho}{\rho - \rho_a}}$$

$$T = T_0 \left(1 - \frac{\rho_a}{2\rho}\right)$$

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Esperienza pendolo composto

Stima accelerazione di gravità, g tramite pendolo composto

Strumenti:

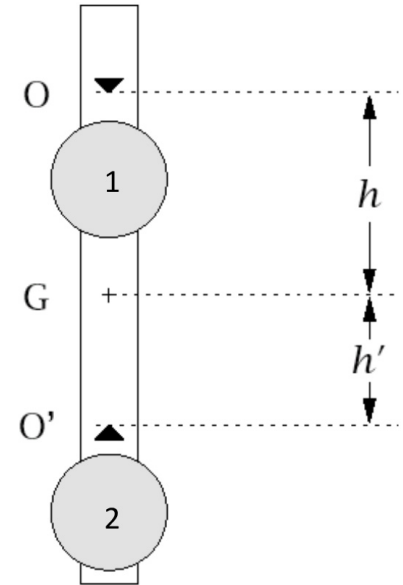
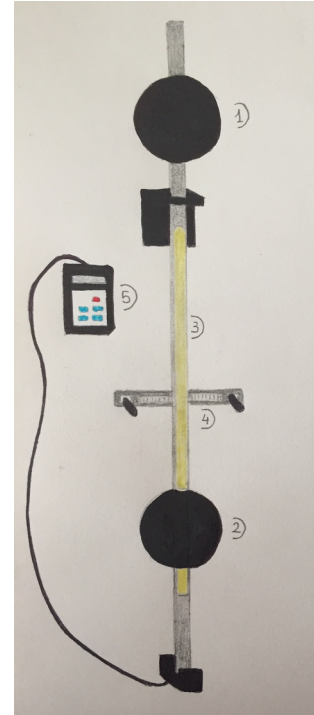
- Pendolo reversibile (Kater):
 - ✓ Massa 1 fissa, massa 2 mobile
 - ✓ asta graduata (lunghezza 1 m e risoluzione 1 mm)
 - ✓ riga graduata ancorata al muro (risoluzione 1 mm)
- Computer

Sensori:

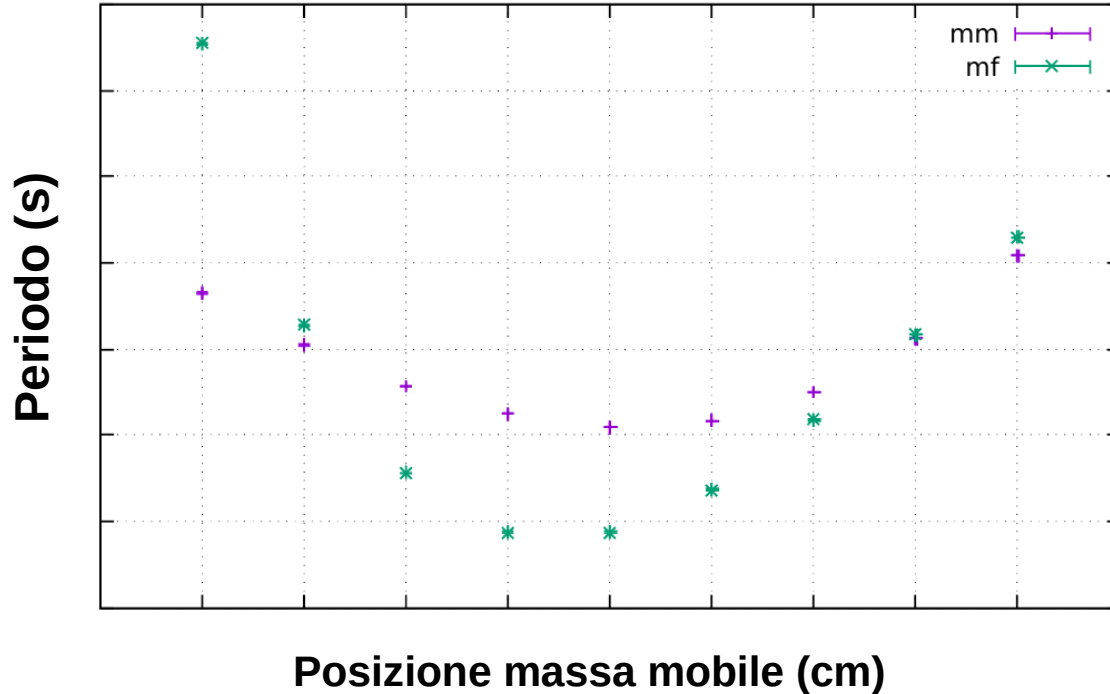
- Crono digitale ($R=10^{-4}$ s)
- Crono manuale ($R=10^{-4}$ s)

Misure dirette:

- periodo rispetto a O e O'
- posizione

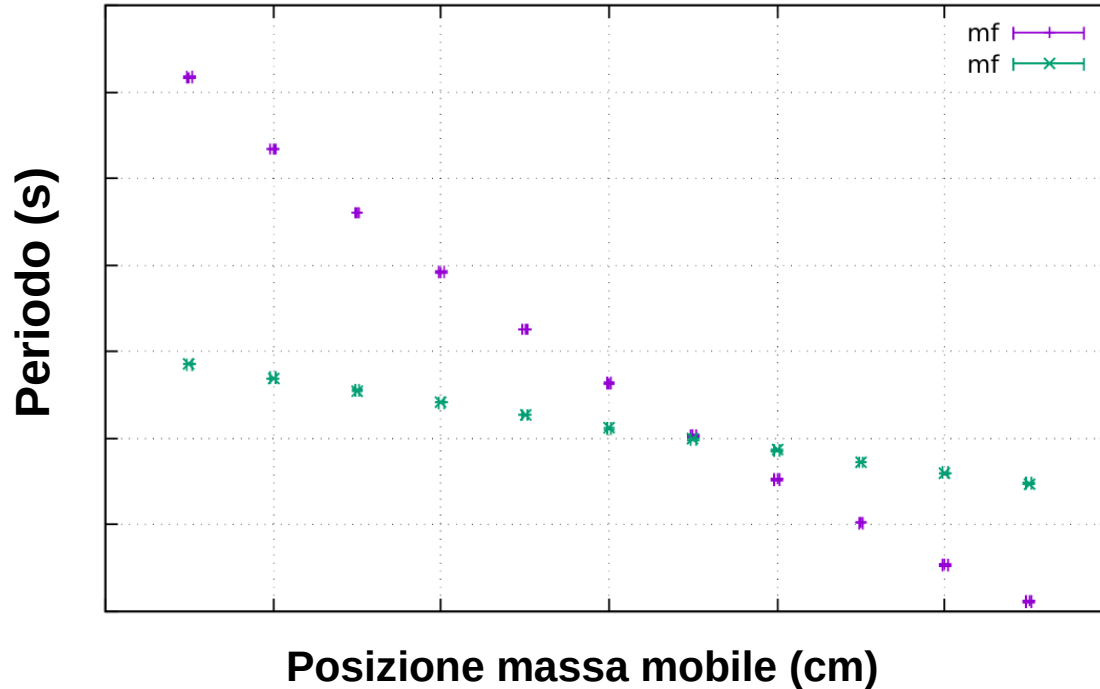


$$OO' = (994.5 \pm 0.2) \text{ mm}$$



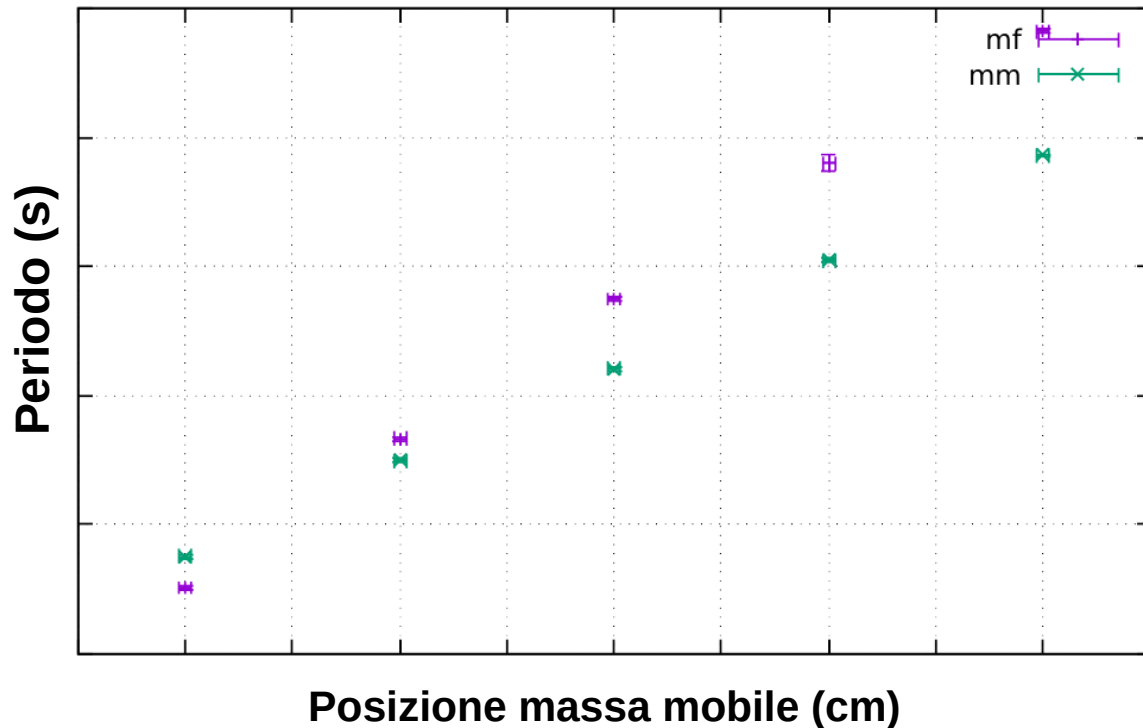
Misure periodo rispetto
ad O e O' :
Passo 10 cm

Grafico: T_O e $T_{O'}$, vs X



**Individuare approx
zone di intersezione**

**Eeguire misure
periodo rispetto ad O e
O': Passo 1 cm**



Individuare approx zone di interesezione

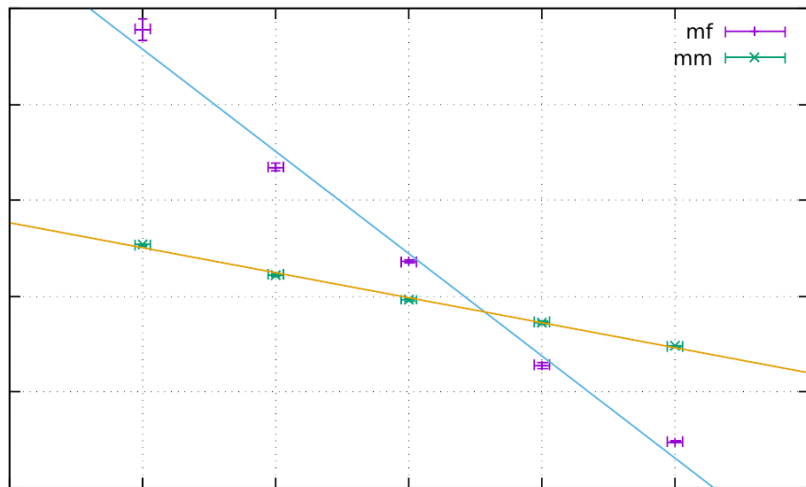
Eeguire misure periodo rispetto ad O e O':

Passo 0.5 cm

Stima punto isocronismo $T \approx T'$

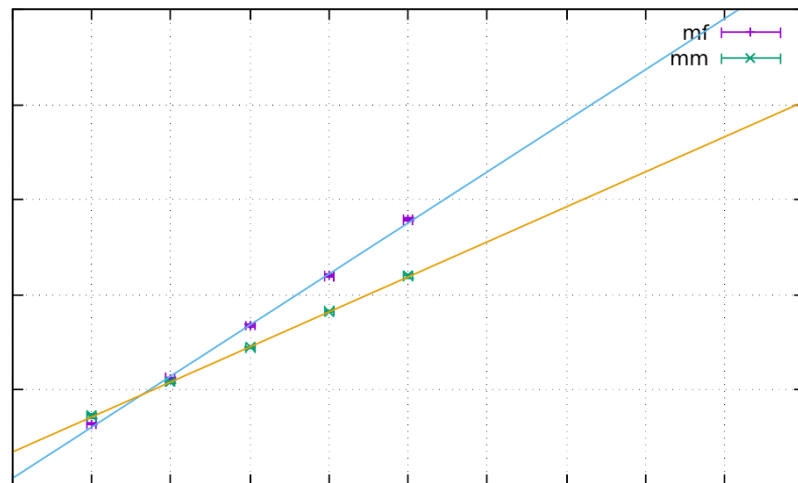
interpolazione lineare e sistema

periodo (s)



posizione massa mobile (m)

periodo (s)



posizione massa mobile (m)

$$\begin{cases} T = a + bx \\ T' = c + dx \end{cases}$$



$$x_{1,def} = \frac{a - c}{d - b}$$

$$\sigma_{x_{1,def}} \begin{cases} Cov(a, b) \\ Cov(c, d) \end{cases} ?$$

NB: un punto di isocronismo è sufficiente, il secondo è facoltativo

- Affidabilità: Misure rispetto ad O, O' ? media delle due?
- Precisione (quale?): media di 250 misure singole, media di 50 misure singole ripetute 5 volte? Misura singola di 50 o più oscillazioni?

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \pm \sigma_g \pm \eta_{\text{sys}}$$

NB: annotare numero del pendolo, per riprendere correttamente l'esperienza

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

- **Note analisi Kater**
- **Note autocorrezione exp Estensimetro**
- **Modalità esame**

Relazione breve, punti chiave:

- $X_{\text{def}} \pm \sigma_{\text{xdef}} \rightarrow \text{cov}(a,b), \text{cov}(c,d)$
- Stima/discussione degli errori statistici e sistematici
- Breve discussione discrepanze rispetto a g attesa a Padova:
9.8065855 m/s² (valor vero, no errore ai fini del labo)


$$\sigma_{X,Y} = \text{Cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$$

[definizione covarianza]

Misure ripetute (x_i, y_i) :

$$\text{Cov}(X, Y) = \sigma_{X,Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Loreti, APP. C

$$\text{Cov}(a, b) = - \frac{\bar{x}}{N} \frac{\sigma_y^2}{\text{Var}(x)}$$


La varianza X e' rispetto al valore medio dei punti delle ascisse non del singolo punto, ecco perche' avevo usato «Var[X]»

TH: Due combinazioni lineari delle stesse variabili sono sempre correlate

$$a = \sum_i a_i y_i \qquad b = \sum_i b_i y_i$$

$$\begin{cases} a_i = \frac{1}{\Delta} \left[\sum_j x_j^2 - \left(\sum_j x_j \right) x_i \right] \\ b_i = \frac{1}{\Delta} \left[N x_i - \sum_j x_j \right] \end{cases}$$

$$\Delta = N \left(\sum_j x_j^2 \right) - \left(\sum_j x_j \right)^2 = N^2 \left[\frac{\sum_j x_j^2}{N} - \left(\frac{\sum_j x_j}{N} \right)^2 \right] = N^2 \text{Var}(x)$$

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Elemento 1

Chiarezza espositiva: valutare nel complesso la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 1 / 2

Commento su Elemento 1 0.75 Troppo prolissa

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 2 / 2

Commento su Elemento 2 1.5 E' presente tutto, ma riteniamo che riportare tutto quello che si e' fatto per capire i dati sia scorretto

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 3 / 4

Commento su Elemento 3 3.25 Ci sono svariati errori, in particolare sulle cifre significative

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 0 / 2

Commento su Elemento 4 0.5 La relazione e' strutturata in modo da rendere la lettura pesante, in alcuni casi le frasi sono pesanti e troppo lunghe. Inoltre una maggiore suddivisione in paragrafi renderebbe la relazione un po' migliore. La relazione risulta troppo didattica.

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 0 / 1

Commento su Elemento 5

Caso 1

Valutatore 1



6!



Elemento 1

Chiarezza espositiva: valutare nel complesso la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 2 / 2

Commento su Elemento 1 1.5 Lettura scorrevole che permette di capire quello che si e' fatto

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 2 / 2

Commento su Elemento 2 1.5 La relazione contiene tutto ed e' tutto presentato in modo sintetico.

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 4 / 4

Commento su Elemento 3 3.5 Ci sono errori sulle cifre significative e sono presenti ragionamenti che riteniamo non corretti.

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 1 / 2

Commento su Elemento 4 1 E' strutturato bene, ma una maggiore suddivisione in paragrafi e l'uso delle liste renderebbe la relazione piu' comprensibile. Inoltre denominare le serie sarebbe meglio, cosi' come centrare le tabelle. Buoni invece i grafici.

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 0 / 1

Commento su Elemento 5

Caso 1

Valutatore 2

7!



Elemento 1

Chiarezza espositiva: valutare nel complesso la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 2 / 2

Commento su Elemento 1 nel complesso la relazione è chiara

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 1 / 2

Commento su Elemento 2 La parte riguardante il miglioramento dell'esperienza.

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 4 / 4

Commento su Elemento 3 Piccoli errori di importanza marginale a parte nell'introduzione dove il modulo della forza di Hooke è scritto come negativo

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 2 / 2

Commento su Elemento 4

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 1 / 1

Commento su Elemento 5

Caso 1
Valutatore 3

10!





2	2	3.75	2	0	9.75
---	---	------	---	---	------

Studenti: 7.66 -->23

Caso 2

Valutatore 1

Chiarezza espositiva: valutare la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 1 / 2

Commento su Elemento 1 Le notazioni utilizzate non sono sempre coerenti ed omogenee, generando confusione nel lettore. Non si esplicitano sempre i passaggi logici intermedi e le serie o grandezze prese in considerazione, rendendo difficile capire da quali set di dati sono ricavati valori riportati in grafici e tabelle. Le varie operazioni messe in atto nell'analisi sono giustificate, a volte, senza presentare esplicitamente i dati su cui si basano, impendendo al lettore di farsi un'idea autonoma.

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 2 / 2

Commento su Elemento 2 Generalmente sono state sviluppate tutte le richieste del docente; tuttavia, si notano alcuni passaggi non del tutto esplicitati: la Legge di Hooke non viene proposta in modo chiaro, non è evidenziata la stima finale del Modulo di Young, alcune serie di dati vengono trattate in maniera meno approfondita senza dare un'idea generale del loro comportamento.

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 3 / 4

Commento su Elemento 3 Sono presenti alcuni errori: nella Formula (1) manca π ; l'unità di misura assegnata alla pendenza delle rette interpolanti, ossia della costante di proporzionalità della legge di Hooke, risulta non in linea con il modello matematico preso in considerazione. Inoltre, alcune affermazioni sembrano contraddirsi: per esempio, si giudica l'esperimento ripetibile nonostante si osservi un fenomeno di isteresi; la trattazione degli errori sistematici risulta poco articolata. La valutazione dell'indice di correlazione di Pearson è inesatta.

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 1 / 2

Commento su Elemento 4 Nonostante siano presenti tutte le componenti necessarie, il discorso risulta poco fluido e non si riescono ad apprezzare a pieno i passaggi logici che lo costituiscono. Come già detto nella sezione "Chiarezza espositiva", le notazioni non sempre omogenee generano confusione.

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 0 / 1

Commento su Elemento 5 Non sono presenti elementi di originalità.

7!



Caso 2

Valutatore 2

Elemento 1

Chiarezza espositiva: valutare nel complesso la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 2 / 2

Commento su Elemento 1 Generalmente la relazione si dimostra chiara, anche se le notazioni utilizzate non sono sempre coerenti (alcuni simboli vengono utilizzati con gli stessi pedici per indicare grandezze differenti).

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 1 / 2

Commento su Elemento 2 La struttura generale dell'analisi aderisce alle richieste, tuttavia non sono proposti alcuni passaggi. Ad esempio, non si valuta la bontà dell'interpolazione lineare tramite errore a posteriori e, a chiusura dell'analisi, sono esposte solo le compatibilità delle singole serie con i riferimenti, senza che sia calcolata una stima finale per ogni materiale.

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 4 / 4

Commento su Elemento 3 La relazione si considera generalmente corretta. Tuttavia, si sottolineano alcune imprecisioni: l'utilizzo delle cifre significative delle grandezze non è sempre in linea con quello delle rispettive incertezze; gli indici utilizzati nelle formule dell'interpolazione lineare non sembrano del tutto coerenti; l'utilizzo delle unità di misura all'interno delle formule risulta talvolta improprio.

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 1 / 2

Commento su Elemento 4 La lettura della relazione è resa poco fluida dal numero eccessivo di tabelle e grafici consecutivi che riportano dati analoghi per le varie serie: un'appendice in cui spostare parte di questi elementi avrebbe migliorato l'organicità della struttura. Le conclusioni risultano poco approfondite e non arrivano ad una stima finale del Modulo di Young per ogni materiale, nonostante le compatibilità. Le varie osservazioni operate sugli errori sistematici e casuali sono proposte nel testo man mano che vengono ottenute, ma la mancanza di un bilancio conclusivo che tiri le somme dei vari passaggi non permette di cogliere a pieno la posizione finale in merito.

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 0 / 1

Commento su Elemento 5 Non sono presenti elementi di originalità.

8!



Elemento 1

Chiarezza espositiva: valutare nel complesso la chiarezza con cui è scritto l'elaborato senza basarsi possibilmente su conoscenze pregresse dello strumento e della misura

Voto per Elemento 1 2 / 2

Commento su Elemento 1 Descrizione delle operazioni molto chiara.

Elemento 2

Completezza. Sono state svolti tutti i punti assegnati dal docente? La relazione è quindi completa?

Voto per Elemento 2 2 / 2

Commento su Elemento 2 Relazione completa (forse anche troppo)

Elemento 3

Correttezza La relazione contiene errori?

Voto per Elemento 3 4 / 4

Commento su Elemento 3 Non abbiamo riscontrato errori

Elemento 4

Organicità dell'elaborato. L'elaborato è organico? È strutturato logicamente correttamente? Contiene introduzione, svolgimento e conclusione?

Voto per Elemento 4 2 / 2

Commento su Elemento 4 Essendo molto lunga la relazione era un pò dispersiva, ma nel complesso buona

Elemento 5

Originalità. L'elaborato contiene elementi di originalità?

Voto per Elemento 5 1 / 1

Commento su Elemento 5 Molto originale la trattazione degli errori sistematici

Caso 2
Valutatore 3

10!





2

2

4

2

1

11

Studenti: 8.3 -->24

In generale siete significativamente più severi del docente (normale quello che vi aspettate dagli altri pretendete anche da voi)



Giudicare è difficile: Nelle valutazioni studenti ci sono delle singolarità: giudizi significativamente diversi dal resto degli studenti in alcuni casi differenza del 50%. In vari casi non si raggiunge la sufficienza.



Docente considera errori scientifici/statistici ma da suggerimenti per migliorare il resto e la penalizzazione è minima. Studenti molto attenti ai dettagli anche in sezioni di non primaria importanza → Motivare è meglio che correggere (che cmq serve)



I voti degli scritti sono tenuti per un intero anno accademico, ovvero fino alla sessione invernale 2022 inclusa
Le relazioni alle esperienze di laboratorio sono valide per “sempre”.

Nel libretto si registra solo il voto dopo l'orale finale. I voti intermedi saranno scritti solo su moodle
Nel caso di rifacimento orale gli scritti rimangono validi

Appelli: estivo (giugno/luglio), autunnale (settembre), invernale (gennaio/febbraio)
Statistica, Informatica

Orale conclusivo: estivo (giugno/luglio), autunnale (settembre), invernale (gennaio/febbraio)

Presentazione all'orale con voti singoli pesati: 4/13 informatica, 4/3 laboratorio, 5/13
statistica

Orale finale su tutto il programma ("aggiustamento" voto .. con qualche eccezione)