TRASMISSIONE DEL CALORE

PROF. ING. GIULIANO CAMMARATA

2016

FILE: TRASMISSIONE DEL CALORE.doc

AUTORE: PROF. ING. GIULIANO CAMMARATA

DATA ULTIMO AGGIORNAMENTO: 12 DICEMBRE 2016

www.gcammarata.net
gcamma@diim.unict.it

INTRODUZIONE ALLA TRASMISSIONE DEL CALORE

La *Trasmissione del Calore* è probabilmente la parte più nuova della *Fisica Tecnica* poiché non è affrontata in altri corsi, come invece avviene, ad esempio, per la *Termodinamica*.

Questa Scienza si è sviluppata a partire dalla seconda metà dell'*ottocento* quando *Fourier* enunciò il suo postulato sulla conduzione termica attraverso una parete. Quella relazione pose le base, fra l'altro, ad una vera e propria rivoluzione culturale che ha portato negli anni '*settanta Ilia Prigogine* a formulare le sue leggi sulla *Termodinamica Irreversibile* della quale altre volte si è fatto cenno nello studio della *Termodinamica Applicata*.

Il postulato di *Fourier* poneva per la prima volta in forma esplicita la *dipendenza fenomenologica* del flusso di calore ad una *differenza di temperatura*:

$$dQ^* = -\lambda \frac{dT}{ds} S d\tau$$

(*si vedrà in seguito il simbolismo qui indicato*) cosa che non andava d'accordo con l'impostazione della *Termodinamica Classica* per la presenza di una *freccia* nella trasmissione del calore (*da temperatura maggiore verso temperatura minore e mai viceversa, spontaneamente!*).

Successivamente molte leggi furono formulate sulla stessa falsariga del postulato di *Fourier*, ad esempio la *Legge di Fick* per la diffusione, la legge di *Ampère* per la corrente elettrica, la legge di *Bernoulli* per il moto dei fluidi reali. Tutte queste leggi avevano in comune il ***legame funzionale fra un flusso*** (*di calore, di massa, di corrente, ...*) con una causa prima e cioè una ***differenza di potenziale*** *(ΔT, ΔV, ΔC, Δp, ...)*.

Si cominciavano a porre le basi per le considerazioni entropiche di *Boltzmann* e di *Gibbs* e, negli ultimi due decenni, per la stessa *Termodinamica Irreversibile* di *Y. Prigogine*.

In breve vedremo che tutta la *Trasmissione del Calore* è basata sull'***irreversibilità*** dovuta alla differenza di temperatura. Possiamo allora definire la *Trasmissione del Calore* più semplicemente come una applicazione della *Termodinamica* dei processi *Irreversibili*.

Questa Scienza assume oggi un'importanza fondamentale in tutti i settori della Tecnica, dalla Meccanica all'Elettronica, dall'impiantistica alla energetica degli edifici ed industriale e alla stessa vita dell'Uomo.

I meccanismi di scambio termico sono alla base di tutti i fenomeni reali sia perché direttamente voluti o perché indotti da trasformazioni passive per attrito in calore.

L'evoluzione dell'Elettronica, ad esempio, è oggi fortemente legata al miglioramento degli scambi termici. Si pensi, ad esempio, all'enorme densità di potenza termica dei transitori di potenza o dei tubi per impianti radar: si raggiungono gli stessi valori di densità di potenza (cioè di kW/m^3) degli impianti nucleari di potenza. Come fare a raffreddare questi componenti in modo che possano lavorare correttamente?

Tutti sappiamo che un moderno microprocessore consuma una potenza specifica (cioè riferita alla superficie) molto elevata ($70\ W/cm^2 = 700\ kW/m^2$) e che il suo raffreddamento è un problema gravoso da risolvere, specialmente per installazioni su computer portatili dove si hanno spazi ridotti e possibilità di scambi di calore con l'esterno estremamente difficili.

Le applicazioni e le ricadute industriali della *Trasmissione del Calore* sono immense e non facilmente riassumibili in questa sede.

Ogni impianto, ogni componente di macchine, ogni struttura progettata e costruita dall'Uomo è soggetta ai fenomeni di scambio termico e quindi di *Trasmissione del Calore*.

E non si può neppure lontanamente immaginare una progettazione *cosciente* e *congruente* che non tenga conto dei fenomeni termici di qualunque natura essi siano.

Nei prossimi capitoli si affrontano gli argomenti principali della *Trasmissione del Calore* e in particolare gli argomenti classici:

· La *Conduzione termica*;
· La *Convezione termica*;
· L'*Irraggiamento termico*.

Si vedranno alcune applicazioni quali gli scambiatori di calore e i collettori solari.

L'impostazione degli argomenti è in questa sede volutamente tradizionale ritenendo l'impostazione della teoria del trasporto ostica per gli allievi del corso di *Fisica Tecnica*.

Inoltre, non si potranno sviluppare argomenti importanti presenti nei corsi annuali di *Trasmissione del Calore*. In particolare non si è dato spazio ai fenomeni di diffusione oggi di fondamentale importanza, ad esempio, per i fenomeni ambientali.

Pur tuttavia si è voluto fare alcuni cenni ai metodi di risoluzione numerica sia per la conduzione che per la convezione lasciando ai corsi specialistici (*Termotecnica, Energetica, Impianti Termotecnici*) lo sviluppo più approfondito di questi argomenti.

L'impostazione che si è data a questo testo è, per necessità sia di spazio che di tempo, limitata alla trattazione degli argomenti più importanti.

Laddove possibile i singoli argomenti saranno presentati in modo completo, cioè incluse le dimostrazioni. In alcuni casi si presenteranno solamenti i risultati finali.

Un po' di attenzione ho voluto prestare all'ebollizione, alla condensazione e ai fluidi bifase dei quali si farà cenno anche al calcolo delle perdite di pressione: questi argomenti risultano fondamentali nell'impiantistica di potenza (generatori di vapore, impianti industriali, impianti nucleari, ...).

Una estensione ai testi fondamentali può aiutare ad approfondire gli argomenti trattati e a colmare eventuali mancanze di argomenti.

Catania 12/12/2016

1 INTRODUZIONE ALLA TRASMISSIONE DEL CALORE

La vita dell'Uomo e tutti i fenomeni terrestri sono principalmente dovuti agli scambi energetici. Nessun fenomeno può sottrarsi alle irreversibilità e queste degenerano in calore. La Trasmissione del Calore si occupa delle modalità di scambio energetico fra corpi e/o con l'ambiente.

1.1 I MODI FONDAMENTALI DI TRASMISSIONE DEL CALORE

Si presentano alcuni concetti alla base della *Trasmissione del Calore*. Non si intenda qui esaurita la trattazione di argomenti che da soli richiederebbero un intero corso annuale ma si ritiene necessario comunque affrontare gli argomenti che si ritengono più importanti per gli studi futuri degli Allievi Ingegneri.

La *Trasmissione del Calore* può avvenire con meccanismi diversi che possiamo qui classificare (trascurando i fenomeni di trasporto):

- *Conduzione;*
- *Convezione;*
- *Irraggiamento*.

A questi si aggiunge la *Diffusione* di massa (*e con essa anche di energia*) che in questa sede non viene affrontata. Ciascun meccanismo di trasmissione è caratterizzato da peculiarità legate ai materiali, alla topologia o anche alla geometria. Non tutti questi parametri è necessario che siano presenti nei meccanismi di scambio, come vedremo nel prosieguo.

Si tenga presente che l'esposizione separata dei meccanismi di scambio non deve mascherare la reale difficoltà che si ha nella pratica di affrontare globalmente la *Trasmissione del Calore* spesso somma di due o più modalità diverse. Così, ad esempio, il calore generato da transistor di potenza si trasmette per conduzione in superficie dove, per convezione e per irraggiamento viene disperso nell'ambiente esterno.

Le leggi fondamentali (ma si vedrà un completo sviluppo nei successivi capitoli) di ciascun meccanismo di trasmissione del calore sono le seguenti:

1.1.1 CONDUZIONE TERMICA

Il già citato postulato di ***Fourier*** esprime il flusso termico (*W*) per conduzione attraverso una parete avente facce isoterme, di spessore *s* (*m*)e conducibilità termica[1] λ (*W/mK)*, e con T_1 e T_2 le temperature superficiali (*K*) e di superficie *S* (*m²*) secondo l'equazione:

$$\Delta Q = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{s} S$$

Si osservi che quest'espressione definisce il *postulato di Fourier*. Le applicazioni della conduzione termica sono notevolmente più complesse e determinata dall'equazione generale della conduzione che sarà sviluppata nel prosieguo.

1.1.2 CONVEZIONE TERMICA

La *convezione termica* è un fenomeno complesso dato da un insieme di più fenomeni apparentemente semplici: essa è il risultato del movimento di fluidi (*attivato o non da dispositivi esterni*) che trasportano (dal latino *conveho* trasporto) nel loro movimento energia termica. La complessità di questi fenomeni è formalmente mascherata dalla legge di definizione di ***Newton*** che si esprime nella forma:

$$Q = h \cdot S \cdot (T_p - T_f)$$

ove *Q* è il flusso in W, *h* è il coefficiente di convezione termica (*W/m²K*, di cui dirà nel prosieguo), T_p la temperatura della parete calda e T_f la temperatura del fluido (*K*).

Questa legge apparentemente semplice nasconde una notevole complessità che sarà affrontata nei successivi capitoli. La convezione termica è fra i fenomeni più complessi della Scienza e della Tecnica.

1.1.3 IRRAGGIAMENTO TERMICO

E' una forma particolare di trasmissione del calore attuata mediante *onde elettromagnetiche* che, una volta assorbite da un corpo, si trasformano in energia interna e quindi in calore.

Tutti i corpi al di sopra dello *0 K* emettono onde elettromagnetiche. La legge fondamentale è di ***Stefan – Boltzmann*** che per corpi grigi[2] si esprime nella forma:

$$Q = \sigma_0 \varepsilon S F_{12} \left(T_1^4 - T_2^4 \right)$$

con σ_0 costante pari a 5.67 . 10 $^{-8}$ *W/m²K⁴*, ε emissività specifica del corpo (di cui si parlerà nel prosieguo) e T la temperatura assoluta (*K*), F_{12} è il *fattore di vista* relativo allo scambio fra corpo 1 e corpo 2 (*di cui parimenti si dirà nel prosieguo*).

Si osservi che l'*Irraggiamento* è forse la modalità di trasmissione del calore che più ha sconvolto la Fisica. Si vedrà più avanti la Legge di Plack per il corpo nero. Per arrivare alla dimostrazione di questa legge Planck ha introdotto i *quanta* di energia radiativa, iniziando, di fatto, la Fisica Quantistica.

[1] Si dirà più diffusamente di questo parametro nel prosieguo.

[2] Si vedrà nel prosieguo la definizione di *corpi grigi*.

2 CONDUZIONE IN UNA PARETE PIANA

Il calore si trasmette per conduzione da un corpo ad un altro, come l'esperienza di tutti i giorni ci insegna. Questo è uno dei modi fondamentali di trasmissione del calore ed è alla base di tutte le applicazioni tecnico – industriali. Fra i tre modi possibili questo è, probabilmente, quello più semplice da affrontare.

2.1 IL POSTULATO DI FOURIER

Se consideriamo due superfici *isotermiche* a temperatura T_1 e T_2, ove é $T_1>T_2$, all'interno di un materiale che supponiamo, a solo scopo euristico e semplificativo, *omogeneo* ed *isotropo*[3] allora il più volte citato *postulato di Fourier* dice che (vedi Figura 1):

$$\Delta Q^* = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{s} S \Delta\tau \qquad [1]$$

ove si ha il seguente simbolismo:

- λ é una proprietà termofisica del corpo e viene detta ***conducibilità termica***. Le sue unità di misura sono, nel *S.I. [W/(mK)]* mentre nel *S.T.* sono *[kcal/(hm°C)]*;
- *s* lo spessore di materia fra le due superfici isoterme considerate, unità di misura *[m]*;
- *S* é la superficie attraverso la quale passa il calore; unità di misura *[m²]*;
- $\Delta\tau$ é l'intervallo di tempo considerato; unità di misura *[s]*;
- ΔQ^* é l'energia termica (in J) trasmessa nell'intervallo Δt attraverso la superficie *S* di materiale avente spessore *s* e conducibilità termica λ e temperature T_1 e T_2.

La [1] si può scrivere anche in forma differenziale:

[3] Un corpo si dice *omogeneo* se ha caratteristiche chimiche costanti in tutti i suoi punti e si dice *isotropo* se il suo comportamento non dipende dalla direzione considerata. Ad esempio l'acqua é un materiale omogeneo ed isotropo, il legno é omogeneo ma non isotropo poiché ha caratteristiche che variano con la direzione delle fibre.

$$dQ^* = -\lambda \frac{dT}{ds} S d\tau \qquad [2]$$

Il segno *negativo* che compare nella [1] e [2] ha motivazioni che derivano dall'enunciato stesso del *secondo principio della termodinamica* secondo il quale il calore si trasmette, *spontaneamente*, da temperature maggiori verso temperature minori; la differenza T_2 - T_1 é ***negativa*** e pertanto il segno meno serve a rendere positiva la quantità di calore trasmessa uscente dalla superficie più calda.

La relazione [2] può essere scritta anche in modo più comodo, ponendo $q'' = Q/S$, nella seguente forma :

$$q'' = -\lambda \frac{\Delta T}{s} = -\lambda\, grad(T) = \lambda \nabla T \qquad [3]$$

ove si ha:

- *q”* calore trasmesso per unità di tempo e di superficie (detto anche *flusso termico specifico*). Unità di misura [*W/m²*] o [*kcal/(hm²)*].

La trasmissione del calore per conduzione nei corpi é materia alquanto complessa da studiare al di fuori del caso limite sopra indicato con il postulato di Fourier.

2.1.1 LA CONDUCIBILITÀ TERMICA

Il coefficiente λ rappresenta una ***proprietà termofisica*** del corpo in esame. Ciò significa che il suo valore é funzione solo del *tipo di materiale* scelto e dalle sue condizioni fisiche (cioè a quale temperatura e in quale stato fisico, solido o liquido o gas, si trovi). Nella Tabella 1 seguente sono riportati alcuni valori di λ per i materiali più usuali. I valori sopra indicato mostrano come λ vari molto dai materiali gassosi a solidi e in quest'ultimo caso ai conduttori.

Questi ultimi presentano, infatti, i valori di λ più elevati, in accordo con la teoria della conduzione elettrica che li vede primeggiare sugli altri materiali. In effetti il meccanismo di conduzione termica é associato strettamente, ove possibile, al meccanismo di *conduzione elettronica*: sono, infatti, sempre gli elettroni che oltre a trasportare elettricità trasportano energia (di *agitazione termica*) lungo i metalli.

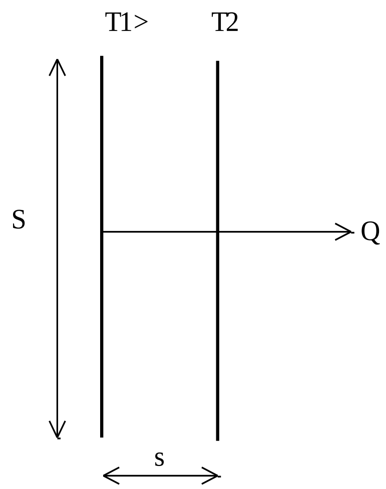
Per la conduzione termica di tipo elettronico il parallelismo fra conduzione elettrica dovuta agli elettroni liberi nella banda di conduzione e conduzione termica ad essi associati è ben descritto dalla relazione di *Wiedemann – Franz – Lorenz* la quale ci dice che:

$$\frac{\lambda_t}{\lambda_e} = G \cdot T$$

ove *G* è una costante pari a 24.5 10^9 *W²/A²K².* In definitiva il meccanismo conduttivo, sia elettrico che termico, è lo stesso ed è dovuto essenzialmente al movimento della cariche elettroniche.

Appare a prima vista strano che il *diamante* abbia valori di λ elevatissimi: esso, si ricorda, é un cristallo perfetto di atomi di carbonio disposti in modo geometricamente esatto ai vertici di un icosaedro.

Il diamante, proprio per il fatto di non avere elettroni liberi di conduzione, é anche il miglior isolante elettrico. Allora come mai conduce così bene il calore? In realtà é proprio la sua struttura cristallina perfetta la giustificazione dell'elevato valore di λ: i cristalli, infatti, oscillano perfettamente in modo elastico e così possono trasmettere l'agitazione termica delle molecole da un punto all'altro molto bene.



Il calore si trasmette dalla superfice a temperatura T1 verso la superfice a temperatura inferiore T2, nel verso indicato.
Le superfici sono isoterme e il materiale omogeneeo e isotropo, di spessore s e estensione S.
Le caratteristiche trasmissive del materiale sono date dal coefficiente di conducibltà termica.
Il postulato di Fourier si esprime dicendo che la quantità di energia termica trasmessa é proporzionale, secondo il coefficiente di conducibilità, alla differenza di temperatura (T1-T2) e alla superfice S ed é inversamente proporzionale allo spessore di materiale s fra le due superfici considerate.

Figura 1: Postulato di Fourier per la conduzione.

Pertanto nei cristalli puri la conduzione avviene non più per via *elettronica* bensì per via *elastica*[4].

Materiale	Conducibilità [W/(mK)]
Vapore acqueo saturo a 100 °C	0,0248
Ammoniaca	0,0218
Elio	0,1415
Ossigeno	0,0244
Acqua	0,5910
Alcool Etilico	0,1770
Mercurio	7,9600
Olio di oliva	0,1700
Pomice	0,2300
Polistirolo espanso (25 kg/m³)	0,0350
Sughero in lastre	0,0500
Calcestruzzo	0,93-1,5
Laterizi	0,7-1,3
Terreno asciutto	0,8200
Acciao	30-50
Ferro	75
Piombo	35
Oro	296
Rame	380
Argento	419
Diamante	2100

Tabella 1: Conducibilità di alcuni materiali

Ciò spiega anche perché il ferro conduca meglio il calore dell'acciaio: si ricorda, infatti, che l'acciaio é una lega del ferro e quindi una composizione di ferro con percentuali di carbonio, zinco, nichel, cromo, ecc, e pertanto questi componenti ostacolano la conduzione reticolare del ferro e la conduzione termica é solo elettronica e ad un livello inferiore di quella del ferro puro.

[4] Si suole dire che la conduzione é di tipo *fononica* mutuando l'attributo dal *fonone* che é la più piccola quantità di energia oscillatoria (suono) a data temperatura in un cristallo, in analogia con il fotone che é la più piccola quantità di energia di un'onda elettromagnetica (luce).

Quanto sopra detto giustifica l'affermazione che λ sia una ***proprietà termofisica*** dei corpi e quindi reperibile in tutti i manuali specializzati. Tutte le *proprietà termofisiche* (e in genere tutte le proprietà *fisiche*) sono catalogate e raccolte in Manuali tecnici specialistici. La conducibilità termica λ varia con la temperatura dei corpi in modo diverso a seconda dello stato fisico in cui si trovano.

In genere, tranne alcune eccezioni riportate anche nei manuali tecnici, la conducibilità termica λ cresce con la temperatura nei solidi e nei liquidi.

Nei gas l'aumento della temperatura comporta un incremento dell'agitazione atomica o molecolare e quindi un maggiore intralcio reciproco fra gli atomi o le molecole e quindi λ diminuisce.

Fra le eccezioni importanti alla regola sopra indicata si ricorda che *l'**acqua*** fra 0 e 4 °C ha densità maggiore del ghiaccio e anche λ maggiore.

2.2 EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE

Allorquando si desidera studiare il problema della trasmissione del calore in un corpo di geometria non semplice occorre scrivere e risolvere l'*equazione generale della conduzione* ottenuta da un bilancio di energia per un elemento di volume interno ad un corpo. Per un generico corpo solido possiamo scrivere l'equazione di bilancio dell'energia, come già indicato in Termodinamica, nella forma:

Energia_Entrante – Energia_Uscente + Energia_Sorgente = Energia_Accumulata

e quindi, in forma analitica:

$$-\int_S q''\cdot \bar{n} dA + \int_V q''' dv = \frac{\partial}{\partial \tau}\int_V \rho u dv \qquad [4]$$

In questa espressione il primo termine rappresenta il flusso termico netto (*differenza fra quello entrante ed uscente*) attraverso la superficie del corpo, il secondo termine è relativo all'energia generata internamente (*sorgente*) e il secondo membro rappresenta l'energia *accumulata* che, per un solido, coincide con la sola energia interna *u*. Applicando il teorema della divergenza al primo membro si può scrivere:

$$-\int_S q''\cdot \bar{n} dA = -\int_V \nabla q'' dv \qquad [5]$$

Pertanto sostituendo nella [4], tenendo conto che è $\nabla q'' = \nabla\left(-\lambda \nabla T\right)$ per Fourier, passando ai differenziali si ha:

$$\nabla^2 T + \frac{q'''}{\lambda} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial \tau} \qquad [6]$$

ove *q'''* è il calore per unità di volume (*W/m³)* generato all'interno del corpo, *a* è la diffusività termica data dal rapporto $a = \lambda/_{\rho c}$. Il laplaciano $\nabla^2 T$ può essere espresso in vari modi a seconda della *geometria* di riferimento. Per le geometrie più comuni si hanno le seguenti espressioni:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{per coordinate rettangolari} \qquad [7]$$

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{per coordinate cilindriche} \qquad [8]$$

La risoluzione dell'equazione della conduzione non è agevole al di fuori di geometrie semplici ed è oggetto di studi approfonditi che fanno ricorso a metodologie matematiche complesse[5].

Oggi si cerca di superare a tali complessità con il ricorso ai metodi numeri approssimati che possono essere utilizzati su computer da tavolo (vedi §2.2.6).

Qualunque sia il metodo utilizzato per integrare l'equazione occorre porre correttamente le condizioni al contorno, in genere spazio-temporali, che possono essere essenzialmente di quattro tipi.

Condizione del 1° tipo (di Dirichlet:)

- Occorre conoscere le temperature in tutti i punti della superficie ad un dato istante, cioè occorre conoscere la funzione $T(x,y,x,\tau)$ per l'istante iniziale;

Condizione del 2° tipo (di Neumann)

- Occorre conoscere i *gradienti* di temperatura in tutti i punti della superficie ad un dato istante, cioè occorre conoscere la funzione $\frac{\partial \mathrm{T(x,y,x,}\tau)}{\partial n}$ per l'istante iniziale. Se si ricorda il postulato di Fourier appare evidente che una tale condizione equivale a conoscere il *flusso termico* ($q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$) in ogni punto della superficie.

Condizione del terzo tipo

- Matematicamente si esprime nell'essere il *gradiente di temperatura proporzionale alla temperatura stessa*. Se si considera il caso di corpo immerso in un mezzo fluido esterno avente temperatura T_f e si ricorda l'equazione di *Newton* sulla convezione (vedi §5) si intuisce come questa condizione equivalga a porre il flusso conduttivo uscente dalla superficie pari a quello convettivo scambiato con il fluido. Si riconosce facilmente il significato fisico di questa posizione. Infatti per la [3] si ha, anche:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q$$

$$q = h(T - T_f)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_f)$$

da cui deriva:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{h}{\lambda} T + \frac{1}{\lambda} T_f$$

e quindi la condizione del 3° tipo equivale a imporre che il flusso termico specifico uscente dal corpo sia pari a quello scambiato per convezione termica con il fluido circostante.

---

[5] Ad esempio con il *metodo integrale*, con il metodo dei *complessi* o della *trasformata di Laplace* per i casi di trasmissione monodimensionale non stazionaria, metodi dell'integrale di *convoluzione* (teorema di *Duhamel*) per transitori termici di cui sia nota la risposta al *gradino* o all'*impulso* oppure si utilizzano le equazioni di *Sturm-Liouville* per i casi più complessi.

Condizione del quarto tipo:

- si tratta di una combinazione della condizione del secondo tipo (di *Neumann*) fra due corpi solidi a contatto superficiale. Infatti la condizione in oggetto si esprime dicendo che il gradiente uscente dal primo corpo deve essere uguale a quello entrante nel secondo corpo, ovvero anche:

$$-\lambda_1 \left.\frac{\partial T_1}{\partial n}\right|_s = -\lambda_2 \left.\frac{\partial T_2}{\partial n}\right|_s$$

In definitiva la condizione del quarto tipo rappresenta una condizione di congruenza al contorno nel passaggio fra due corpi.

2.2.1 PARETE PIANA

L'equazione della conduzione (vedi [6]) è integrata per uno strato piano indefinito, come rappresentato in Figura 2, e quindi con la sola dimensione *x* che fornisce contributo variabile alla distribuzione della temperatura. Ciò porta ad avere il seguente sviluppo:

$$\nabla^2 T = 0 \qquad [9]$$

che integrata due volte fornisce l'integrale generale:

$$T = ax + b \qquad [10]$$

Le costanti *a* e *b* si determinano in base alle condizioni al contorno:

$$T = T_1 \quad \text{per } x = 0$$

$$T = T_2 \quad \text{per } x = s$$

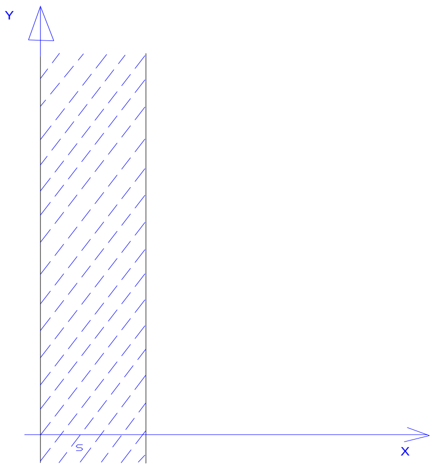


Figura 2: Parete piana indefinita

Effettuando i calcoli si trova:

$$T = -\frac{T_1 - T_2}{s} x + T_1 \qquad [11]$$

che rappresenta una distribuzione lineare di temperatura (nell'ipotesi di λ costante) per la parete piana indefinita nell'ipotesi di λ costante (materiale omogeneo ed isotropo). Nella realtà le pareti sono di dimensioni finite e quindi si hanno sempre effetti di bordo da tenere in conto e che in questa sede, per sola semplicità, si trascurano.

Applicando la [3] si ottiene:

$$q''=\frac{T_1-T_2}{\frac{s}{\lambda}} \qquad [12]$$

la cui derivazione poteva essere fatta direttamente mediante il postulato di Fourier considerato che le superfici isoterme, essendo la parete indefinita, coincidono con piani paralleli alle facce esterne.

2.2.2 CONDUZIONE DEL CALORE IN UNO STRATO CILINDRICO

Nel caso in cui si abbia uno strato cilindrico (detto anche *manicotto cilindrico*), come in Figura 3, l'applicazione della [6]) in coordinate cilindriche porta ad avere:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}=0$$

che può essere scritta anche nella forma più comoda da integrare:

$$\frac{1}{r}\left(\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)\right)=0$$

che integrata due volte conduce all'integrale generale:

$$T(r)=C_1\ln r+C_2 \qquad [13]$$

Le costanti di integrazione C_1 e C_2 si determinano mediante le condizioni al contorno (del 1° tipo) seguenti:

$$T(r_1)=T_1$$
$$T(r_2)=T_2$$

Risolvendo il sistema e sostituendo nella [13] si ottiene la distribuzione della temperatura nel manicotto cilindrico:

$$T(r)=T_1+\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{r_1}{r_2}}\ln\frac{r}{r_1}$$

Applicando la [3] si ottiene il flusso termico:

$$Q=\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{2\pi l\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad [14]$$

ove *l* é la lunghezza del manicotto, λ é la conducibilità termica.

Se la differenza $s=r_2-r_1$ é piccola rispetto ad r_1 allora si dimostra che anziché usare la relazione [14] si può ancora utilizzare la [3]. Infatti risulta:

$$\ln\frac{r_2}{r_1}=\ln\left(\frac{r_1+s}{r_1}\right)=\ln\left(1+\frac{s}{r_1}\right)\cong\frac{s}{r_1}$$

ove l'ultimo termine rappresenta lo sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo termine.

Sostituendo questo risultato nella [14] si ottiene:

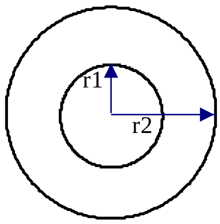
$$Q=\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{2\pi l\lambda}\frac{s}{r_1}}=\frac{T_1-T_2}{\frac{s}{(2\pi l r_1)\lambda}}=\frac{T_1-T_2}{\frac{s}{S\lambda}}$$

e pertanto il flusso termico risulta ancora dato dalla [3].

In pratica se lo spessore del manicotto é piccolo esso si comporta come se fosse una parete piana, come sopra dimostrato.

Ciò risulta utile quando si deve calcolare il flusso trasmesso attraverso una parete curvilinea: se il raggio di curvatura è grande allora si può considerare la parete piana ed applicare le solite relazioni.

La superficie di scambio termico da prendere in considerazione é quella interna o quella esterna a seconda il lato di scambio termico che interessa.



Nel caso di uno strato cilindrico di materiale omogeneo ed isotropo con conducilità termica λ si ha una relazione del flusso termico specifico che dipende dal rapporto dei raggi esterno ed interno.

Figura 3: Trasmissione per conduzione in un manicotto cilindrico

2.2.3 RAGGIO CRITICO

Possiamo immediatamente fare una semplice applicazione dei concetti sopra esposti determinando il *raggio critico di isolamento* per un condotto cilindrico. Si abbia un condotto, come indicato in Figura 4, con raggio esterno pari ad r_1 e raggio di isolamento *r*. Il flusso termico scambiato verso l'ambiente esterno nel quale si suppone il fluido a temperatura t_f vale:

$$Q = \frac{t_1 - t_f}{\dfrac{1}{2\pi l\lambda}\ln\dfrac{r}{r_1} + \dfrac{1}{2\pi r l h}}$$

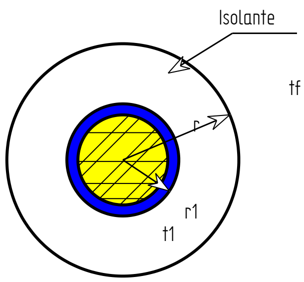


Figura 4: Condotto cilindrico isolato

A denominatore si ha la resistenza termica totale somma di due resistenze: quella del condotto circolare di raggio r_1, cioè $\dfrac{1}{2\pi l\lambda}\ln\dfrac{r}{r_1}$, e quella dell'isolante termico**,** cioè $\dfrac{1}{2\pi r l h}$ **.**

Poiché la prima resistenza ha andamento logaritmico con *r* mentre la seconda è con andamento iperbolico, si può immaginare che esista un valore minimo dato dalla condizione:

$$\frac{dR_t}{dr} = \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{2\pi l\lambda}\ln\frac{r}{r_1} + \frac{1}{2\pi r l h}\right) = 0$$

Il valore cercato, detto *raggio critico*, vale:

$$r_{critico} = \frac{\lambda}{h}$$

La derivata seconda della resistenza totale è positiva e quindi si ha un punto di minimo. In Figura 5 si ha la rappresentazione di quanto detto. In corrispondenza del minimo della resistenza totale, R_t, si ha un massimo del flusso trasmesso verso il fluido esterno e pertanto si possono fare due considerazioni:

- Se il raggio totale r (tubo più isolante) è minore del raggio critico r_c allora un amento dell'isolante porta ad avere una diminuzione della resistenza totale e quindi anche un incremento del flusso trasmesso. Questo caso interessa i cavi elettrici per i quali si desidera che l'isolante esterno, con funzioni sia di isolante elettrico che termico, disperda più potenza possibile per evitare il riscaldamento del conduttore di rame interno;
- Se il raggio totale r è maggiore del raggio critico r_c allora un incremento dell'isolante comporta un aumento della resistenza totale, ossia anche una diminuzione del flusso trasmesso all'esterno. E' questo il caso dei condotti per acqua calda o fredda e per vapore per i quali si desidera limitare il più possibile i disperdimenti verso l'esterno.

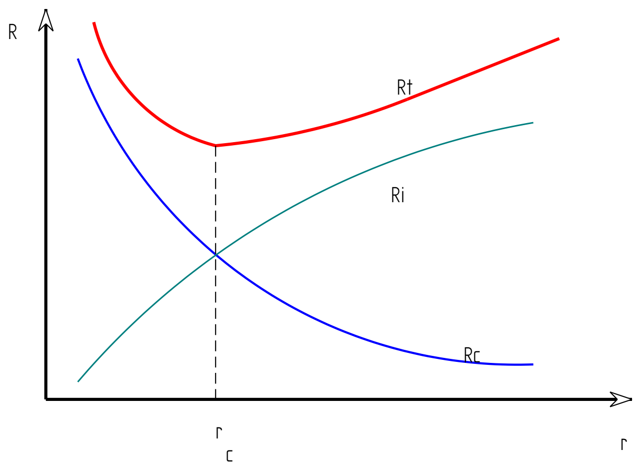


Figura 5: Andamento delle resistenza

Poiché il *raggio critico* dipende sia dalla conducibilità termica dell'isolante che dal valore del coefficiente di convezione esterna, si comprende come il valore corrispondente sia praticamente imposto nelle applicazioni. Ad esempio per λ = 0.032 W/mK (*buon isolante termico*) ed h =10 W/m^2K (*convezione naturale*) si avrebbe $r_c = 0.0032\ m$.

Pertanto per condotti di diametro maggiore di 6.4 mm si ha convenienza ad isolare ($r > r_c$) mentre per condotti con raggio inferiore a 6.4 mm (tubi piccoli usati, ad esempio, negli impianti frigoriferi) non si ha convenienza ad isolare e quindi vengono lasciati nudi.

Per far variare il raggio critico si può agire, per dato isolante (e quindi per dato λ) sul meccanismo di convezione termica, ad esempio, passando dalla convezione naturale a quella forzata che, come si vedrà, produce un incremento di h.

2.2.4 CONCETTO DI RESISTENZA TERMICA PER CONDUZIONE

La [3] può essere scritta in una forma del tutto equivalente:

$$q'' = \frac{T_1 - T_2}{\frac{s}{\lambda}}$$

del tutto *formalmente analoga* alla relazione di *Ohm* per la conduzione elettrica:

$$i = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

ove l'analogia (detta *elettro-termica*) é fra le seguenti grandezze:

- T_1-T_2 , differenza di temperatura, con V_1-V_2 , differenza di tensione;
- q, flusso termico, con i flusso di corrente;
- s/λ , resistenza termica, R resistenza elettrica.

Pertanto al rapporto:

$$R_t = \frac{s}{\lambda}$$

si dà il nome di ***resistenza termica di conduzione***.

2.2.5 CONDUZIONE TERMICA NEI MATERIALI IN SERIE E IN PARALLELO

L'analogia elettro-termica può facilmente portare a trovare la relazione del flusso termico attraverso materiali in serie e in parallelo. Nel caso di ***materiali in serie*** (vedi Figura 6a) si ha q costante e quindi combinando la [3] per i due materiali si ottiene la relazione:

$$q'' = q_1'' = q_2'' = \frac{T_1 - T_3}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2}} = \frac{T_1 - T_3}{R_{t_1} + R_{t_2}} \qquad [15]$$

In pratica se si hanno due o più materiali in *serie* si sommano le *resistenze termiche* come nel caso del collegamento in serie dei conduttori elettrici.

Per ***materiali in parallelo***, (vedi Figura 6b), si ha che é comune la temperatura della facce esterne mentre i flussi termici si sdoppiano in q_1 e q_2 ciascuno dato dalla [3] con pari ΔT ma con s/λ dato da ciascuno strato. In definitiva si ha la relazione :

$$q'' = q_1'' + q_2'' = \frac{T_1 - T_2}{\frac{s_1}{\lambda_1}} + \frac{T_1 - T_2}{\frac{s_2}{\lambda_2}} = (T_1 - T_2)\left(\frac{\lambda_1}{s_1} + \frac{\lambda_2}{s_2}\right) = (T_1 - T_2)(G_1 + G_2) \qquad [16]$$

Pertanto nei casi di materiali in parallelo si sommano le *ammettenze termiche* date dagli inversi delle resistenze termiche.

Nei casi misti di ***materiali in serie e in parallelo*** si applicano le regole sopra viste in cascata partendo dalla faccia più esterna a sinistra e andando verso la faccia più esterna a destra.

Quanto sopra detto a proposito della [15] e della [16] riveste grande importanza nelle applicazioni alla termofisica degli edifici. Infatti se colleghiamo in serie e parallelo strati di materiali aventi caratteristiche trasmissive molto diverse fra loro si possono avere effetti indesiderati.

In particolare, se un materiale è molto più conduttore degli altri allora il flusso termico si addensa in esso più che negli altri. Si ha un effetto di *by pass* del calore detto ***ponte termico*** che risulta molto negativo, ad esempio, nelle prestazioni termiche delle pareti degli edifici.

Si consideri, ad esempio il caso di una parete avente una finestra inserita nella muratura. Essendo il vetro molto più conduttore del calore della muratura conduce meglio il calore e funge da *by pass* per la parete.

Poiché la temperatura nelle zone di contatto fra materiali a diversa conducibilità è poco variabile (per la condizione del 4° tipo) ne consegue che la parete in vicinanza del vetro si porta ad una temperatura più bassa di quella in zone maggiormente lontane.

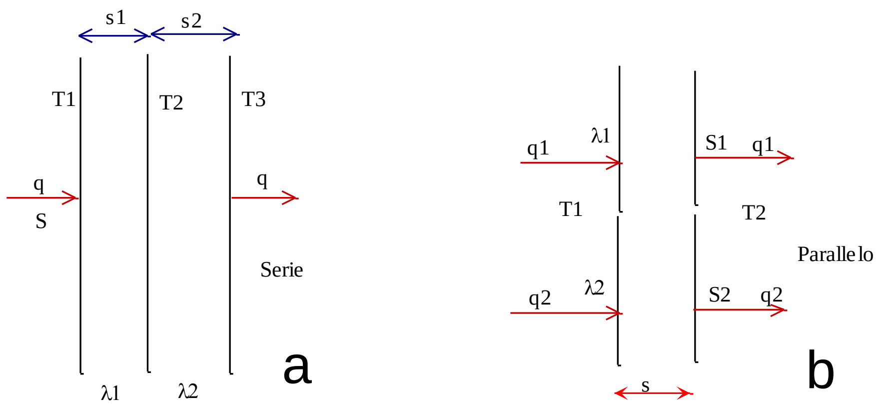


Figura 6: Modalità di trasmissione per conduzione in serie e in parallelo

E' facile, pertanto, che si raggiungano valori di temperatura inferiore alla *temperatura di rugiada* e quindi che si formi condensa superficiale interna che produce ammuffimento e decomposizione dei materiali componenti.

Lo stesso fenomeno si ha a contatto fra la muratura (ancora di più se isolata) e gli elementi strutturali in calcestruzzo (notevolmente più conduttore della muratura) e quindi se non si provvede ad isolare la zona di contatto si rischia di avere condensa di vapore e quindi danni alle pareti stesse.

2.2.6 PARETE PIANA CON SORGENTE DI CALORE INTERNA

L'equazione generale della conduzione [6] fornisce, con riferimento alla geometria di Figura 7, l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{q'''}{\lambda}=0 \qquad [17]$$

con le seguenti condizioni al contorno:

$$T = T_p \quad \text{per x=L}$$

e ancora:

$$q=0 \quad \text{per x=0}$$

Risolvendo la [17] si ottiene l'integrale generale:

$$T=-\frac{q'''}{2\lambda}x^2+C_1x+C_2 \qquad [18]$$

Applicando le sopra indicate condizioni al contorno si ottiene la nuova distribuzione di temperatura nello strato piano:

$$T=T_p+\frac{q'''}{2\lambda}\left(L^2-x^2\right)$$

Come si può osservare (e come indicato in Figura 7) la distribuzione di temperatura è ora *parabolica* e non più lineare, come la [11] indicava nel caso di assenza di sorgente interna.

Il caso qui studiato si può presentare, ad esempio, studiando la distribuzione di temperatura in un getto di cemento durante la reazione esotermica di presa, oppure nella generazione di calore per effetto *Foucault* nelle lamelle di un trasformatore o di una macchina elettrica e nella produzione di calore per effetto Joule nei conduttori.

6 LA CONVEZIONE TERMICA

La convezione termica è dovuta ad una sommatoria di effetti che portano i fluidi a spostarsi da una zona calda ad una fredda. Questo vero e proprio fenomeno di trasporto riveste un'importanza vitale per l'Uomo e per tutta la Scienza e la Tecnica. La metereolgia, le correnti marine, il raffreddamento naturale dei corpi, la vita stessa dell'Uomo dipendono da questa modalità di scambio termico fra le più complesse da studiare.

6.1 IL PROBLEMA DELLA CONVEZIONE TERMICA

Uno dei problemi tecnico-scientifici in assoluto più complesso da studiare è la ***convezione termica***. Con questo termine si suole definire *un insieme di fenomeni di trasporto di massa ed energia per mezzo di un fluido* riscaldato (o raffreddato).

La *convezione termica* é stata originariamente studiata da *Newton* che ne ha proposto una formulazione funzionale ancora oggi utilizzata nella pratica. *Newton* non aveva i mezzi di osservazione che oggi noi possediamo e pertanto non poteva rendersi conto della complessità del problema della convezione termica. In particolare Egli non si accorse dello strato limite (vedi Figura 55) meccanico e termico che si formava fra fluido non disturbato e parete.

La *convezione termica* nasce dall'azione congiunta di trasporto di materia e di energia. Il termine *convezione* deriva dal latino *conveho* che significa *trasporto*. Senza materia in movimento non si può avere convezione termica ma solo conduzione. La *convezione termica* può essere di due tipi:

6.1.1 CONVEZIONE TERMICA NATURALE:

Il movimento di materia si origina per effetto del solo campo di temperatura esistente fra zone diverse di un sistema termico. Se consideriamo una piastra piana verticale di materiale conduttore qualunque (*ferro, rame, alluminio,...*) portata ad una temperatura T_p.

Si supponga che questa piastra sia immersa in un fluido (*aria, acqua,..)* avente una temperatura $T_f < T_p$ (vedi Figura 56).

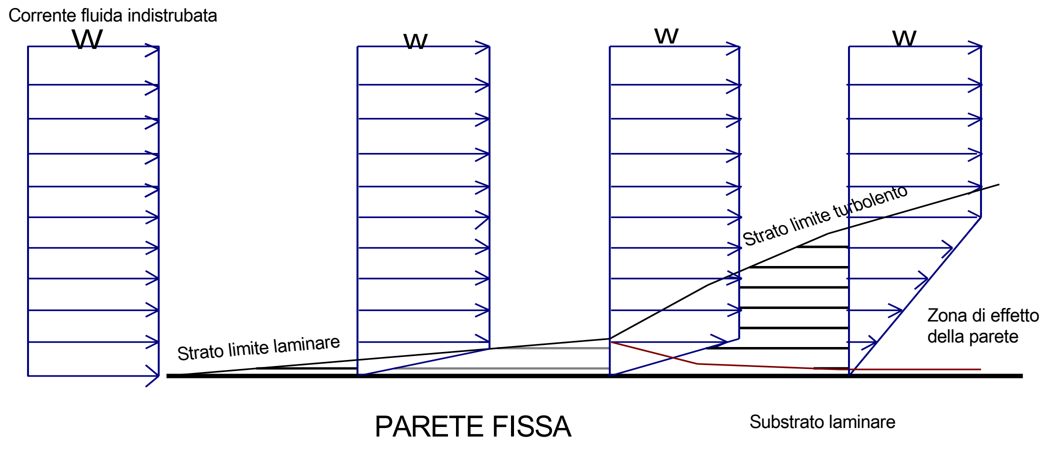


Figura 55: Formazione dello strato limite dinamico sopra una lastra piana

Per effetto della temperatura T_p dell'energia termica passa per conduzione dalla piastra al fluido che si scalda rispetto alla temperatura iniziale T_f e pertanto si dilata. Ciò porta ad avere una diminuzione di densità del fluido caldo rispetto a quello freddo e quindi si genera, per effetto della forza di gravità che agisce sempre verso il basso, un *alleggerimento termico* che fa spostare il fluido caldo verso l'alto e quello freddo verso il basso e quindi un moto rotatorio orario che é il flusso convettivo propriamente detto.

Il moto rotatorio orario é generato dalla ***forza di gravità*** che sposta più in basso il fluido freddo rispetto a quello caldo. Questo spostandosi porta con sé la maggiore energia interna dovuta alla maggiore temperatura e pertanto si ha il trasferimento di calore dalla piastra al fluido freddo come effetto finale della trasmissione di calore. E' bene ricordare che nella *convezione naturale* il movimento del fluido avviene per il solo effetto della forza di gravità sugli strati di fluido a diversa densità;

6.1.2 CONVEZIONE FORZATA

Il movimento del fluido avviene non solo (o anche *non più*) per effetto dell'alleggerimento *termico* sopra descritto ma per l'azione meccanica di una macchina sul fluido (*ad esempio una pompa o una ventola*). Pertanto il fluido non si sposta più in relazione alla distribuzione di temperatura e all'azione della forza di gravità bensì per azione meccanica esterna. Ne consegue che il movimento del fluido può essere pilotato come si desidera nelle zone ove si vuole avere lo scambio termico.

Se si riprende l'esempio del radiatore termico domestico dianzi proposto si vede facilmente che senza azioni esterne si ha il movimento dell'aria riscaldata dalla piastra secondo traiettorie che dipendono solo dalla geometria del sistema e dalle differenze di temperature.

Se, invece, si utilizza una ventola a monte della piastra ecco che l'aria riscaldata può essere inviata dove si vuole e in quantità desiderata. Si ha, così, la *convezione forzata*. In entrambi i casi (*naturale o forzata*) la convezione si presenta come una somma di fenomeni complessi associati sia al campo di velocità (*spostamento delle masse di fluido*) che al campo di temperatura (*direttamente e indirettamente legato al campo di velocità*).

Si tratta sempre di fenomeni molto complessi che rappresentano una delle problematiche più ardue di tutta la Scienza e la Tecnica.

Queste problematiche non sono limitate solamente agli scambi termici, come questo capitolo può far pensare, ma a numerosissimi campi della tecnica, della biologia, della meteorologia, armamenti militari, ….

Praticamente ogni campo scientifico è interessato dai problemi convettivi e la loro risoluzione ha sempre avuto caratteri strategici prevalenti su tutti gli altri. Data la limitatezza di questo corso di *Trasmissione del Calore* si cercherà di semplificare al massimo la soluzione di queste problematiche con metodologie di studio semplificate.

Nella realtà lo studio della *Convezione Termica* è sempre stato un argomento arduo, difficile, ostico e che solo in parte trova soluzione oggi con l'utilizzo di codici di calcolo costosi e complessi che richiedono le maggiori risorse in assoluto rispetto a qualsivoglia applicazione software.

6.1.3 CONVEZIONE TERMICA CONFINATA

Se il fluido si trova all'interno di un volume delimitato da pareti fisiche, ad esempio in un condotto, allora la convezione termica si dice *confinata*.

Lo spessore dello strato limite termico, come pure quello dinamico, è al massimo pari alla distanza fra le pareti a diversa temperatura.

In questo caso le condizioni di conservazione della massa impone che ci sia una circolazione interna (*vedi anche quanto si dirà sulle cavità termiche*) fra le stesse pareti.

6.1.4 CONVEZIONE TERMICA APERTA

In questo caso si ha una parete e la convezione termica avviene in uno spessore di strato limite termico indefinito e sempre crescente.

Si può avere anche convezione termica in assenza della stessa parete ma in presenza di fluidi a diversa temperatura (*ad esempio una corrente di aria calda che incontra una corrente di aria fredda o anche un getto di vapore che trascina aria fredda in moto convettivo, come avviene nei getti e nei pennacchi dei quali si dirà nel prosieguo*).

La convezione aperta interessa molto la climatologia e le applicazioni impiantistiche ambientali.

6.2 EQUAZIONE DELLA CONVEZIONE TERMICA

Newton ebbe il grande merito di semplificare la grande complessità del problema (*non sappiamo se coscientemente o non*) scrivendo per la *convezione termica* la seguente legge di definizione:

$$\Delta Q^* = hS(T_p - T_f)\Delta\tau \qquad [90]$$

ove si ha il seguente simbolismo:

- ΔQ^* quantità di energia trasmessa per convezione termica. Unità di misura *[J]* o *[kcal]*;
- h é il *coefficiente di convezione*. Unità di misura *[W/(m^2°C)]* o *[kcal/(hm^2°C)]*;
- S superficie di scambio termico. Unità di misura in *[m^2]*;
- $T_{p,}$- T_f differenza di temperatura fra piastra e fluido (o viceversa se $T_f > T_p$). *[K]* o *[°C]*;
- $\Delta\tau$ tempo intercorso, unità di misura *[s]* o *[h]*.

Si è usato il termine di *definizione* perché questa legge in realtà *definisce univocamente il coefficiente di convezione* nella forma:

$$h = \frac{\Delta Q^*}{S(T_p - T_f)\Delta\tau}$$

In pratica, come meglio si vedrà più avanti, non conosciamo *h* se non mediante il rapporto indicato a secondo membro. E questo perché le modalità di scambio termico non sono univoche, nel senso che una stessa parete con le stesse distribuzioni di temperatura superficiale e con lo stesso fluido può dar luoghi a scambi di calore diversi a seconda della geometria e topologia assunta. Ad esempio una parete orizzontale calda scambia calore per convezione con l'aria soprastante. Una parete calda inclinata scambia per convezione con l'aria ma in modo diverso da quella orizzontale. Una parete a soffitto calda non scambia calore per convezione perché l'aria calda tende ad andare in alto e quindi non si innesca il moto convettivo.

Pertanto non basta dire che si ha una parete ad una temperatura T_p ed un fluido a temperatura T_f per potere calcolare il flusso scambiato. Occorre prima determinare il coefficiente di convezione termica nella situazione topologica reale.

Ecco perché la legge di *Newton* è importante: essa ha semplificato la definizione analitica di un fenomeno complesso con una semplice introduzione di un *coefficiente di convezione* noto il quale si può conoscere il flusso termico effettivamente scambiato. Possiamo definire questo anche un *coefficiente di ignoranza*, anche alla luce di quanto si dimostrerà nel prosieguo.

Il coefficiente *h* non é una proprietà termofisica ma dipende da un grande numero di fattori fra i quali si ricordano:

- le proprietà fisiche del fluido: densità ρ, viscosità dinamica μ (*vedi più avanti*), calore specifico a pressione costante c_p, coefficiente di conducibilità termica λ;
- la differenza di temperatura fra i corpi;
- la velocità del fluido *w* se in convezione forzata o il *coefficiente di dilatazione*[15] *cubica* β del fluido se si è in convezione naturale;
- la geometria della scambio termico che può essere rappresentata da un parametro geometrico (ad esempio il diametro di un condotto, la distanza fra due piastre,....).

Per rendersi conto che *h* varia con la configurazione geometrica, come sopra accennato, a parità di tutto il resto, si consideri l'esempio dato in Figura 56.

Se la piastra si suppone calda e il fluido, per esempio aria, freddo si ha convezione (*cioè si ha movimento di fluido per via naturale*) se la piastra é orizzontale in basso o verticale o con un angolo di inclinazione qualunque.

Non si ha convezione termica se la stessa piastra, a pari temperature e condizioni del fluido, si pone orizzontale ma in alto rispetto al fluido (*ad esempio un soffitto caldo*) perché il fluido dilatato é già in alto rispetto a quello freddo che si trova in basso.

Quindi ***non é possibile conoscere il coefficiente di convezione dati i soli parametri termofisici del fluido e le temperature di scambio***: occorre specificare anche ***la geometria di scambio*** e ciò rende di fatto lo studio della convezione termica molto complesso.

[15] Si definisce *coefficiente di dilatazione* di un corpo, come si è visto in *Termodinamica Applicata*, il coefficiente $\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p$ cioè la variazione relativa di volume al variare della temperatura e pressione costante. Questo coefficiente è *proprietà termofisica* dei corpi e lo si può trovare nei manuali tecnici specializzati. Per un gas ideale esso vale 1/T (con *T* temperatura assoluta) e quindi per i gas si può ritenere β circa pari al suddetto valore.

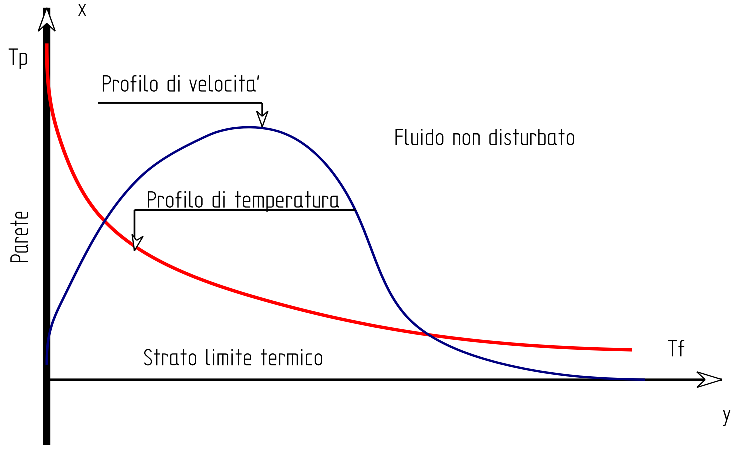


Figura 56: Schematizzazione della convezione termica fra parete e fluido

Se si fa riferimento al flusso termico ($\Delta Q^*/\Delta\tau$) (*omogeneo ad una potenza [J/s]=[W]*), la [90] si può ancora scrivere:

$$\Delta Q = h\,S\,\Delta T$$

· ove ΔT é la differenza di temperatura (*maggiore meno minore)* fra corpo e fluido.

La suddetta relazione, pur nella sua grande semplicità, non ci consente di affrontare la convezione termica con la stessa semplicità con la quale abbiamo affrontato la conduzione termica poiché *h,* come già detto*,* non è una *proprietà termofisica* reperibile nei manuali per i vari materiali.

Questo coefficiente deve essere determinato, sperimentalmente o analiticamente, per tutte le configurazioni di scambio che si intende utilizzare. Oggi si dispongono di migliaia di relazioni per il calcolo di *h* e sempre più questo numero cresce con l'aumentare dei casi reali di scambio studiati. Per il flusso termico specifico $q'' = \Delta Q/S$ si ha la relazione:

$$q'' = h \cdot \Delta T \qquad [91]$$

6.3 RESISTENZA TERMICA PER CONVEZIONE

Con ragionamento analogo a quanto visto per la conduzione termica, riscrivendo opportunamente la [91], si può definire una *Resistenza termica di Convezione* data dalla seguente relazione:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{h}}$$

con il solito simbolismo visto in precedenza. Mediante la resistenza termica per convezione è possibile risolvere qualsiasi problema di trasmissione del calore fra strati in serie e in parallelo.

6.4 TRASMITTANZA TERMICA

Si consideri la situazione indicata in Figura 57 ove si hanno due fluidi separati da una parete, ad esempio si può considerare un muro esterno che separa l'ambiente interno (*e quindi l'aria all'interno di esso*) dall'ambiente esterno (*cioè dall'aria esterna*). Considerando una situazione a regime stazionario si ha, essendo tutti gli elementi disposti in serie, che il flusso termico é costante sia nel fluido 1, che negli strati di parete e poi nel fluido 2. Applicando quanto é stato detto per la trasmissione del calore in serie si può scrivere la seguente relazione :

$$q''=\frac{T_1-T_{p1}}{\frac{1}{h_1}}=\frac{T_{p1}-T_{p2}}{\frac{s_1}{\lambda_1}}=\frac{T_{p2}-T_{p3}}{\frac{s_2}{\lambda_2}}=\frac{T_{p3}-T_2}{\frac{1}{h_2}}$$

Applicando la regola del componendo ai secondi membri si ottiene infine la seguente relazione:

$$q''=\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{h_1}+\frac{s_1}{\lambda_1}+\frac{s_2}{\lambda_2}+\frac{1}{h_2}} \qquad [92]$$

e il termine:

$$K=\frac{1}{\sum\frac{1}{h_i}+\sum\frac{s_j}{\lambda_j}} \qquad [93]$$

é detto ***trasmittanza termica***.

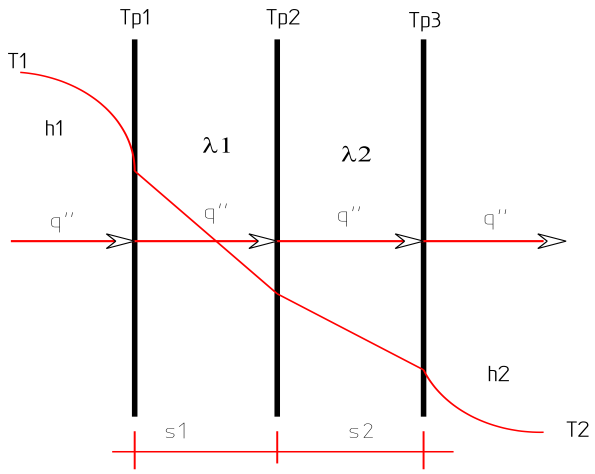


Figura 57: Trasmissione del calore fra due fluidi separati da una parete composta.

A denominatore si hanno le sommatorie delle resistenze termiche per convezione interne alla parete, per conduzione e per convezione esterne alla parete. Dalla [92], tenuto conto della [93], si può scrivere:

$$q''=K\cdot\Delta T$$

e per il flusso totale attraverso la parete:

$$q''=\frac{\Delta T}{\sum\frac{1}{h_i}+\sum\frac{s_j}{\lambda_j}}$$

11 SCAMBIATORI DI CALORE

Gli scambiatori di calore sono le macchine termiche più utilizzate in tutti i settori della Scienza e della Tecnica. Essi consentono di far scambiare calore fra due fluidi (unio caldo ed uno freddo) in modo semplice ed efficace. Gli scambiatori possono essere a superficie (senza mescolamento dei due fluidi) o a miscela (con Mescolamento dei fluidi).

11.1 GLI SCAMBIATORI DI CALORE

Lo scambiatore di calore è un dispositivo capace di trasferire energia termica da un corpo ad un altro. In genere lo scambio energetico è effettuato mediante due fluidi di lavoro ma questa è solo una disposizione impiantistica non vincolante per lo scambio termico. Probabilmente lo scambiatore è il dispositivo più utilizzato nell'impiantistica (sia civile che industriale), nell'industria e nelle applicazioni tutte. Qualunque sia la natura dell'impianto (elettrico, elettronico, meccanico, edilizio, ...) si hanno sempre scambi termici da realizzare. Un computer, ad esempio, ha notevoli problemi di smaltimento del calore generato dal riscaldamento dei suoi componenti elettronici (vedi, ad esempio, il processore centrale) che impediscono, spesso, l'ingegnerizzazione in sistemi di ridotte dimensioni.

Un getto di calcestruzzo genera calore per effetto delle reazioni di presa del cemento e se non si prevede opportunamente come smaltirlo si va incontro a seri problemi specialmente quando le dimensioni del manufatto sono non trascurabili.

Il corpo umano è, in un certo senso, uno scambiatore di calore e la nostra vita è regolata da precisi meccanismi di scambio termico con l'ambiente e di termoregolazione corporea. In una casa moderna si hanno innumerevoli esempi di applicazione degli scambiatori di calore: nei frigoriferi domestici, negli impianti di climatizzazione, …

Data la natura del corso si vuole qui dare un cenno alla problematica degli scambiatori di calore anche in vista di una loro utilizzazione nel corso di Impianti Termotecnici.

11.2 SCAMBIATORI DI CALORE A CORRENTI PARALLELE

Si studieranno, anche a scopo euristico, gli scambiatori a corrente parallele, cioè gli scambiatori che hanno direzione di flusso parallele (tubi concentrici), vedi Figura 130, sia in modo equiverse (nella stessa direzione) che controverso (in direzioni opposte), Figura 131.

Figura 130: Scambiatore di calore a correnti parallele equiverse

Indichiamo con t_{ic}, la temperatura di ingresso del fluido caldo (che supponiamo fluire nel del condotto interno) e t_{uc} la temperatura di uscita del fluido caldo. Analogamente siano t_{if} e t_{uf} le temperature di ingresso e di uscita del fluido freddo (che fluisce nel condotto esterno).

Indichiamo con m' la portata del fluido caldo e con m'' quella del fluido freddo. Un semplice bilancio energetico globale fra i due fluidi, supponendo che all'esterno del condotto freddo ci sia un isolamento termico che impedisce perdite di calore, porta a scrivere l'equazione:

$$Q = m'c'\left(t_{ic} - t_{uc}\right) = \pm m''c''\left(t_{uf} - t_{if}\right)$$

ove vale il segno + per correnti equiverse e il segno – per correnti controverse.

Da questa equazione è possibile calcolare una incognita note le altre grandezze.

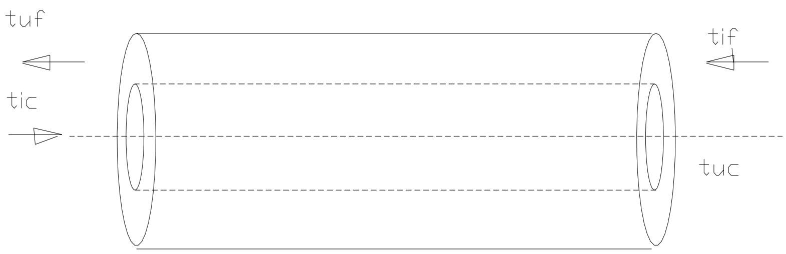


Figura 131: Scambiatore di calore a correnti parallele controverse

Con riferimento alla Figura 132, per un elemento differenziale di superficie *dS*, dette t_c e t_f le temperature correnti dei due fluidi di lavoro, si ha ancora il bilancio differenziale:

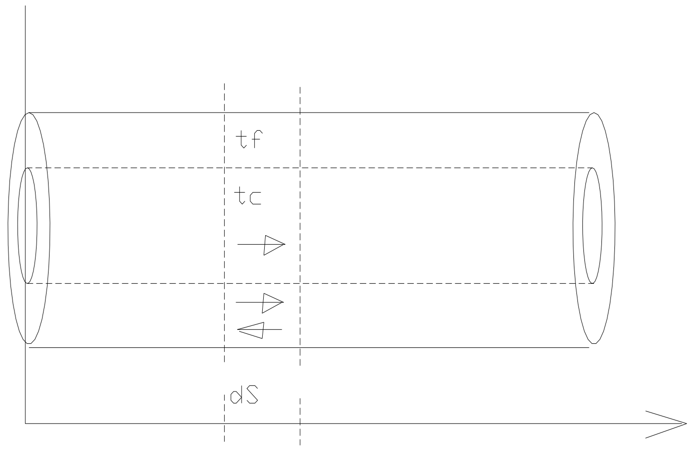


Figura 132: Modalità di scambio in una sezione intermedia

$$dq = -c'm'dt_c = \pm c''m''dt_f$$

che può ancora scriversi nella forma:

$$dq = -\frac{dt_c}{\frac{1}{c'm'}} = \pm\frac{dt_f}{\frac{1}{c''m''}}$$

Combinando il secondo e terzo membro si ottiene anche:

$$dq = -\frac{d\left(t_c - t_f\right)}{\frac{1}{c'm'} \pm \frac{1}{c''m''}} = -\frac{d\theta}{M}$$

ove si sono posti:

$$\theta = t_c - t_f$$

$$M = \frac{1}{c'm'} \pm \frac{1}{c''m''}$$

e la modalità di trasmissione del calore fra i due fluidi porta a scrivere:

$$dq = KdS\left(t_c - t_f\right) = KdS\theta$$

Eguagliando le due espressioni di *dq* si ottiene l'equazione differenziale:

$$-\frac{d\theta}{M} = KdS\theta$$

Supponendo costanti i coefficienti (cioè le proprietà termofisiche e la trasmittanza termica K) si ha un'equazione differenziale a variabili separabili che risolta, tenuto conto delle condizioni iniziali $\theta_i = t_{ic} - t_{if}$ e $\theta_u = t_{uc} - t_{uf}$, porta alla soluzione:

$$\theta = \theta_i e^{-KMS}$$

ove *S* è la superficie totale di scambio termico.

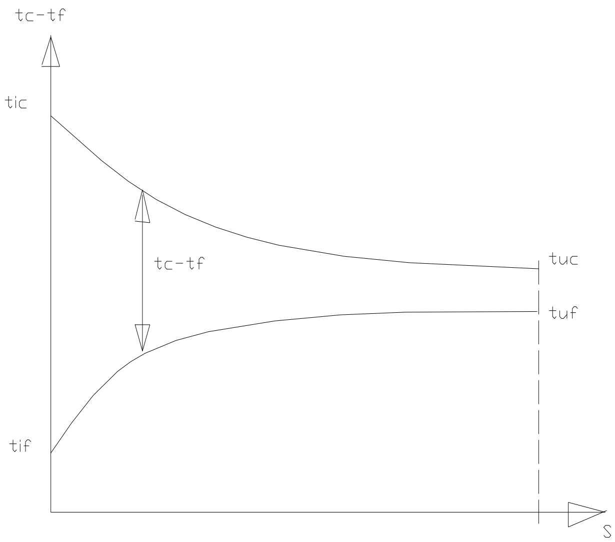


Figura 133: Distribuzione della differenza di temperatura per correnti equiverse

Questa equazione ci dice che la distribuzione della differenza di temperatura all'interno dello scambiatore è esponenziale ed ha andamenti che dipendono dal verso di flusso. In Figura 133 si ha la distribuzione per flussi equiversi.

Si osservi che la differenza di temperatura è massima nella sezione di ingresso ed è minima nella sezione di uscita di entrambi i fluidi. Ciò penalizza il funzionamento dello scambiatore poiché a grandi differenze di temperature si hanno anche grandi irreversibilità del sistema.

Quando si esamina il caso di scambio in controcorrente allora si ha:

$$M = \frac{1}{c'm'} - \frac{1}{c''m''}$$

Ciò significa che M può assumere valori positivi (c'm '< c''m''), negativi (c'm' > c''m'') e nulli (c'm'=c''m'').

I tre casi sono riportati in Figura 134 (M>0), Figura 135 (M<0) e in Figura 136 (M=0).

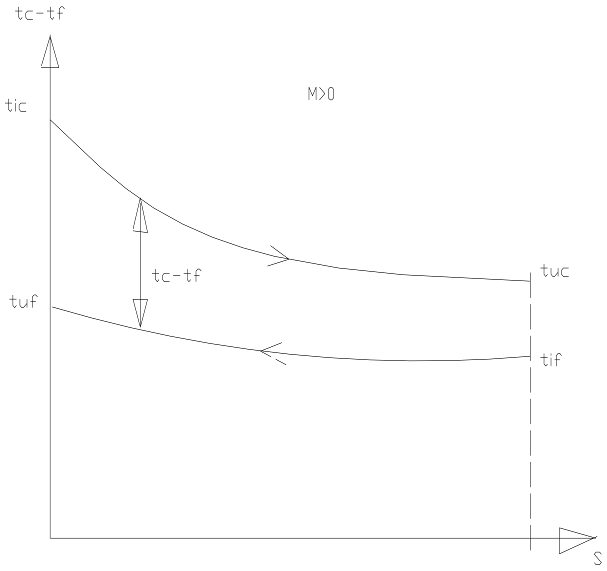


Figura 134: Distribuzione della differenza di temperatura per controcorrente con M>0

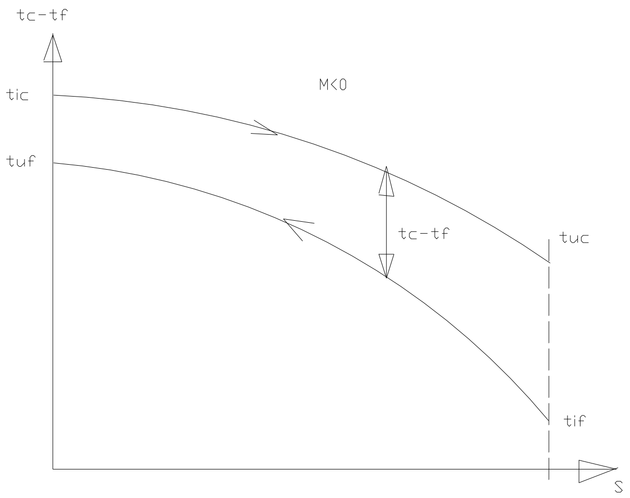


Figura 135: Distribuzione della differenza di temperatura per controcorrente con M<0

So osservi che quando si ha M=0 le curve degenerano in due rette con θ = costante.

I prodotti *c'm'* e *c''m''* sono detti *capacità termiche di flusso* del fluido caldo e del fluido freddo, rispettivamente.

Si osserva immediatamente che, nel caso di scambio in controcorrente, le differenze di temperatura fra i due fluidi si mantengono mediamente inferiori al caso di scambio in equicorrente.

Pertanto le irreversibilità prodotte dagli scambiatori in controcorrente sono minori di quelli in equicorrente, ovvero si hanno modalità di scambio migliori.

Ricordando l'equazione globale di scambio termico e le posizioni sin qui fatte si può ancora scrivere:

$$Q = m'c'\left(t_{ic} - t_{uc}\right) = \pm m''c''\left(t_{uf} - t_{if}\right) = -\frac{\theta_i - \theta_u}{M}$$

Se ricaviamo *M* dall'equazione di distribuzione di temperatura si ha anche:

$$Q = KS\frac{\theta_i - \theta_u}{\ln\dfrac{\theta_i}{\theta_u}}$$

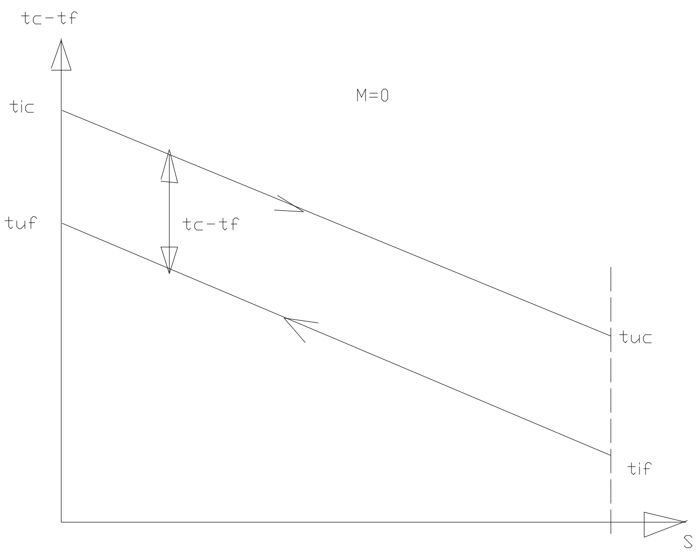


Figura 136: Distribuzione della differenza di temperatura per controcorrente con M=0

Si suole porre:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\theta_i - \theta_u}{\ln \frac{\theta_i}{\theta_u}}$$

e quindi il calore scambiato si può scrivere nella forma:

$$Q = KS\Delta T_{ml}$$

11.3 EFFICIENZA DEGLI SCAMBIATORI

Possiamo definire *efficienza* di una scambiatore di calore il seguente rapporto:

$$\eta = \frac{Calore\,Effettivamente\,Scambiato}{Calore\,Massimo\,Scambiabile}$$

Il calore massimo che può essere scambiato si ha quando la superficie di scambio termico tende ad infinito. L'esame dei diagrammi sulle distribuzioni di temperature mostra che, al tendere di $S \to \infty$ una delle temperature dei due fluidi tende ad eguagliare quella corrispondente dell'altro fluido.

Ad esempio per l'equicorrente, Figura 133, al tendere ad infinito di S le due temperature di uscita dei fluidi tendono ad eguagliarsi: $t_{uc}=t_{uf}$. Pertanto l'efficienza di scambio per correnti equiverse diviene:

$$\varepsilon = \frac{c'm'\left(t_{ic} - t_{uc}\right)}{c'm'\left(t_{ic} - t_{uf}\right)}$$

Nel caso di correnti controverse si hanno tre casi (a seconda del segno di M).

M>0 cioè c'm' < c''m''

Allora il fluido caldo ha minore capacità termica di flusso del fluido freddo. Al tendere all'infinito della superficie la temperatura di uscita del fluido caldo tende a quella di ingresso del fluidi freddo.

L'efficienza diviene:

$$\varepsilon = \frac{c'm'\left(t_{ic} - t_{uc}\right)}{c'm'\left(t_{ic} - t_{if}\right)}$$

M<0 cioè c'm' > c''m''

Il fluido freddo ha minore capacità termica di flusso del fluido caldo. Al tendere all'infinito della superficie la temperatura di uscita del fluido freddo tende a quella di ingresso del fluidi caldo.

L'efficienza diviene:

$$\varepsilon = \frac{c"m"\left(t_{uf} - t_{if}\right)}{c"m"\left(t_{ic} - t_{if}\right)}$$

M=0 cioè c'm' = c''m''

In questo caso si ha un caso limite: i due fluidi hanno eguali capacità termiche di flusso e l'efficienza si calcola indifferentemente con una delle due relazioni sopra viste.

11.3.1 FORMA UNIFICATA DELL'EFFICIENZA DI SCAMBIO TERMICO

Dalle due ultime relazioni si osserva che, indicando con C_{min} la minore delle due capacità termiche di flusso, l'efficienza di scambio termico è data dal rapporto:

$$\varepsilon = \frac{\left|\Delta t\right|_{C_{\min}}}{t_{ic} - t_{if}}$$

cioè a numeratore si ha la differenza di temperatura, in valore assoluto, del fluido di minore capacità termica e a denominatore si ha sempre la differenza fra le temperature di ingresso del fluido caldo e del fluido freddo. Il significato dell'efficienza di scambio termico appare evidente da quanto sopra detto: al crescere dell'efficienza crescono anche le dimensioni dello scambiatore e con esse il costo. Pertanto nella pratica si utilizzano scambiatori di calore che ottimizzano l'efficienza e il costo.

Ad esempio un valore tipico è η=0.80. Valori più elevati comportano incrementi di costi notevoli mentre valori inferiori portano ad avere scambiatori più economici.

Oltre al valore economico sopra evidenziato l'efficienza ha ha un significato termodinamico importante. Se l'efficienza è bassa si hanno anche forti differenze di temperature fra i due fluidi e quindi anche forti irreversibilità di scambio.

Per contro, un valore elevato dell'efficienza comporta minori differenze di temperature e quindi una minore produzione di irreversibilità termica. Se si avesse (al limite) η=1 si avrebbero differenze di temperature nulle (forma indeterminata per η) e quindi si raggiungerebbe la condizione ideale di scambio termico isotermo.

11.4 PROGETTO DI UNO SCAMBIATORE DI CALORE

Il progetto di uno scambiatore di calore può essere fatto in due modi principali dei quali si darà un rapido cenno nel prosieguo. L'Allievo tenga presente che Egli dovrà utilizzare gli scambiatori nel corso di Impianti e pertanto la fase di progetto è demandata agli specialisti del settore.

11.4.1 METODO DELLE DIFFERENZE MEDIE LOGARITMICHE

E' questo il metodo più antico. Si utilizza la relazione già indicata in precedenza:

$$Q = KS \frac{\theta_i - \theta_u}{\ln \dfrac{\theta_i}{\theta_u}}$$

Pertanto, se si conoscono le differenze di temperature fra i due fluidi e il flusso termico scambiato $Q = m'c'\left(t_{ic} - t_{uc}\right) = \pm m''c''\left(t_{uf} - t_{if}\right)$ allora si può ricavare la superficie di scambio *S*.

Le cose sono, nella realtà, più complesse perché il calcolo di K richiede la conoscenza di alcuni parametri geometrici (diametri dei tubi, come si evince dal §2.2.2).

Pertanto il progetto procede per tentativi assegnando i diametri e calcolando la lunghezza dei condotti ($S=\pi dL$).

Se è nota la superficie di scambio, S, le precedenti relazioni consentono di calcolare una delle quattro temperature.

Si osservi che si sono esaminati solamente i casi di fluidi in condizioni di scambio termico normale e si sono trascurati i casi di scambio termico con cambiamento di fase (vaporizzazione o condensazione) di uno o entrambi i fluidi.

Si rimanda l'Allievo ai Manuali specializzati per le applicazioni più particolari.

11.5 SCAMBIATORI CON GEOMETRIA COMPLESSA

Nella pratica l'utilizzo degli scambiatori a correnti parallele sin qui studiati è reso difficile da una serie di motivi tecnici.

Quasi sempre si utilizzano geometrie più complesse che consentono di sfruttare meglio gli spazi, come indicato in Figura 137 per correnti incrociate (vedi percorso tratteggiato).

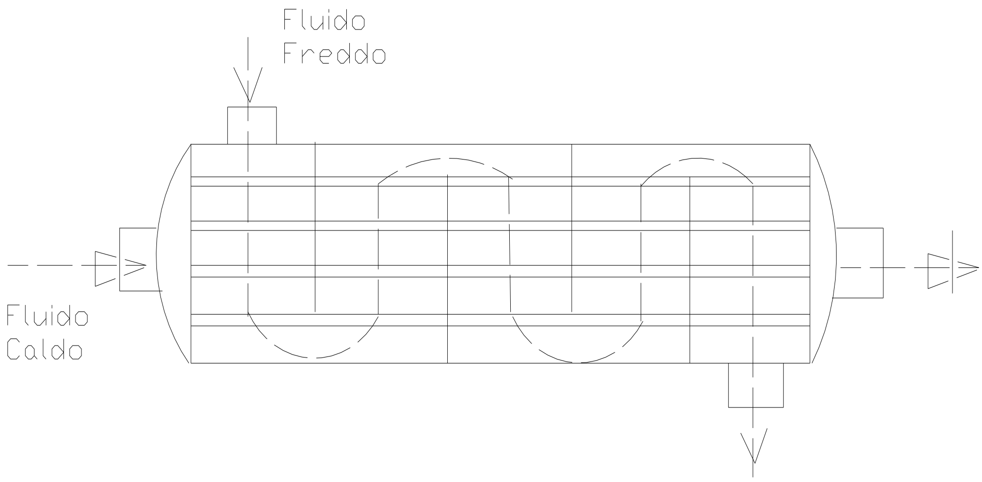


Figura 137: Scambiatore a corrente incrociate del tipo shell and tube

Lo studio analitico di queste geometrie risulta complesso ed è al di fuori degli scopi del presente capitolo.

Si dirà, tuttavia, che per la progettazione si procede in modo semplificato utilizzando la relazione:

$$Q = KS\Delta T_{ml} F$$

ove F è un fattore che dipende dalla geometrica dello scambiatore e dalle temperature dei fluidi di lavoro.

Opportune relazioni pratiche o diagrammi sono fornite dai costruttori in manuali specializzati.

Si osserva, però, che la geometria più efficiente è quella a corrente parallele in controcorrente. Le altre geometrie commerciali pongono vantaggi pratici (migliore ingegnerizzazione dei sistemi) ma non termodinamici.

Figura 138: Fascio tubiero estratto da uno scambiatore di calore

11.6 METODO NTU: UNITÀ DI TRASFERIMENTO TERMICO

Da qualche decennio ha preso campo una nuova metodologia di progetto e verifica degli scambiatori di calore basata sul metodo detto *NTU (Number Transfer Unit*) ovvero *Unità di Traferimento Termico*. Si definisce, infatti, *NTU* il rapporto:

$$NTU = \frac{KS}{(cm)_{\min}}$$

con il simbolismo già visto in precedenza. Esso ha un significato fisico ben preciso: possiamo scrivere, infatti:

$$NTU = \frac{(KS)\cdot 1}{(cm)_{\min}\cdot 1}$$

e quindi l'*NTU* è il rapporto fra il calore scambiato con salto termico $\Delta T=1$ (mediante scambio termico $KS\Delta T$) e trasportato dal fluido, $(cm)_{min}\Delta T$.

A seconda delle geometrie utilizzate si pone l'efficienza η in funzione di *NTU* , di un parametro geometrico e del rapporto fra le capacità termiche di flusso *c'm'/c''m''*.

Oltre che relazioni analitiche si hanno anche grafici, vedi Figura 139 e in Figura 140, che consentono di effettuare facilmente i calcoli.

Di solito in fase di progetto, fissata la geometria e il rapporto fra le capacità termico di flusso, scelta l'efficienza (ad esempio η=0.8) si determina dai grafici *NTU* e dalla sua definizione si calcola *S*.

Il metodo NTU consente di effettuare facilmente anche le verifiche termiche: dato lo scambiatore di superficie S e note le capacità termiche di flusso si calcola NTU e quindi si ha l'efficienza η.Dalla definizione dell'efficienza si calcola la temperatura incognita desiderata.

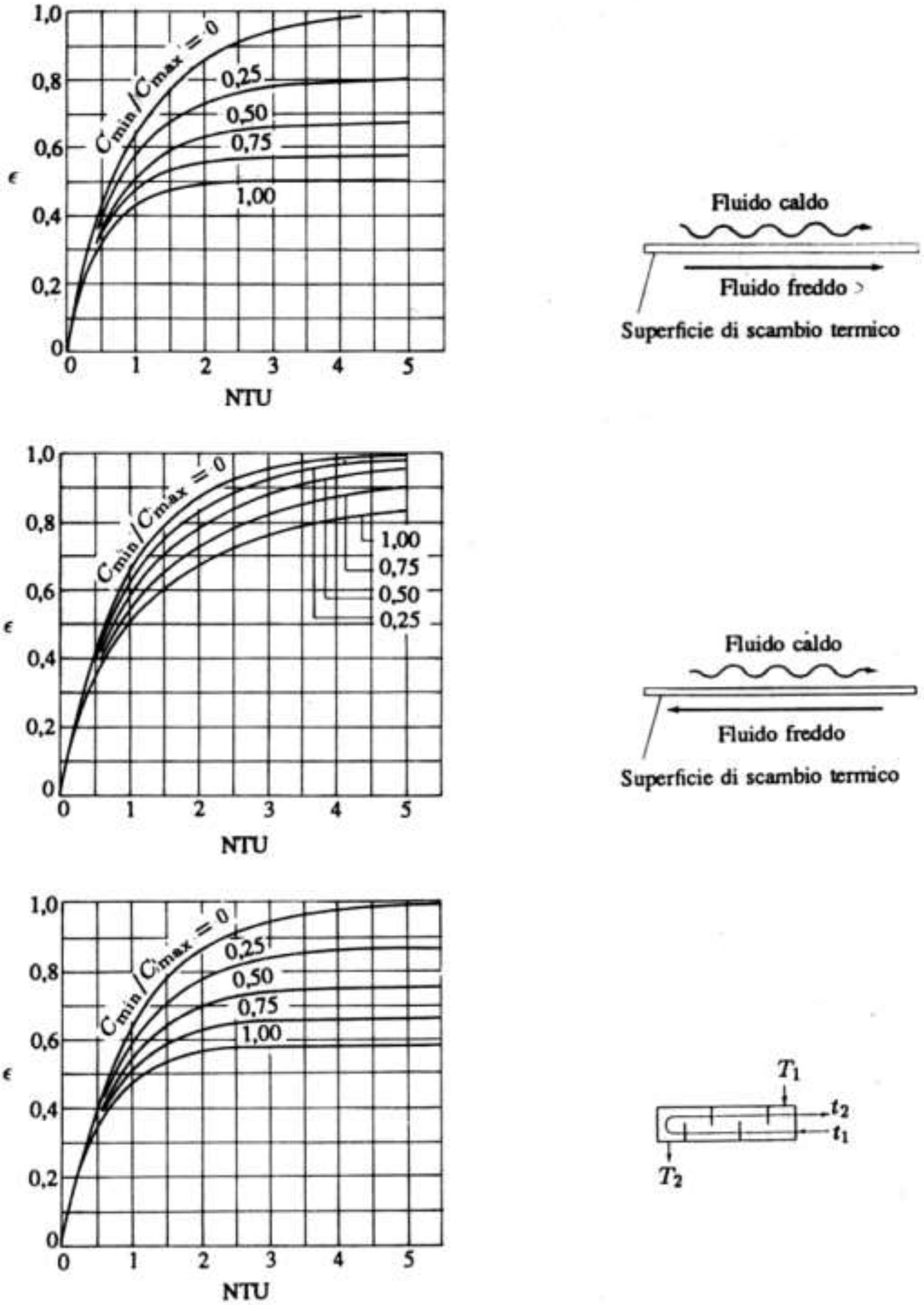


Figura 139: Curve (ε,NTU) per assegnata geometria

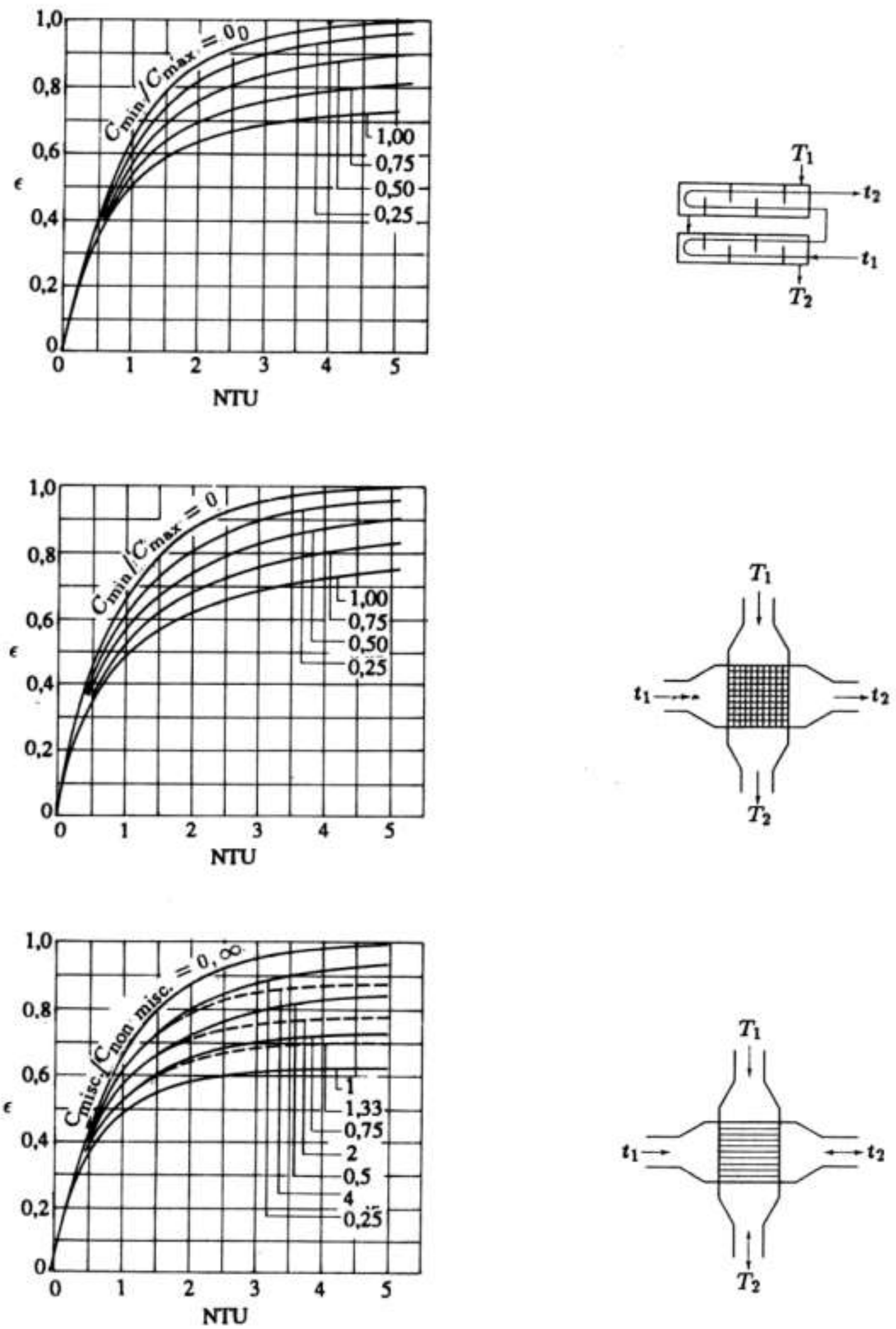


Figura 140: Curve ε - NTU per alcuni tipi di scambiatori di calore

11.7 GLI SCAMBIATORI DI CALORE IN ELETTRONICA

L'uso degli scambiatori di calore nelle applicazioni elettroniche è ampiamente diffuso. A stretto rigore anche i pacchi alettati sono scambiatori di calore ad aria. Il loro utilizzo, tuttavia, è maggiormente diffuso nel caso di scambiatori di calore a liquido, come, ad esempio, nei circuiti di raffreddamento dei quali si parlerà in un prossimo capitolo.

Il fluido di raffreddamento può essere anche diverso dall'acqua nei casi, ad esempio, in cui si scenda con la temperatura al di sotto di 0 °C.

In tempi recenti si stanno diffondendo anche i *nanofluidi* che presentano caratteristiche termo fluidodinamiche molto interessanti incrementando, fra l'altro, la conducibilità termica e quindi rendendo più efficiente lo scambio termico.

Lo studio ed il progetto degli scambiatori di calore è tipicamente un problema meccanico ma l'interdipendenza dei fenomeni termici ed elettrici è forte, come si vedrà nell'esempio applicativo in un prossimo capitolo.

INDICE GENERALE