SOLUZIONI CAPITOLO 5

5.1
L'aria nelle condizioni specificate può essere assimilata a un gas perfetto. Quindi il lavoro di variazione di volume per questa trasformazione isotermica è dato da

$$L_v = \int_1^2 p\,dV = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = mRT \ln\frac{p_1}{p_2}$$
$$= (1.2\text{ kg})(0.287\text{ kJ / kg}\cdot\text{K})(285\text{ K}) \ln\frac{150\text{ kPa}}{600\text{ kPa}}$$
$$= \mathbf{-136.1\ kJ}$$

5.2
(a) La pressione del gas varia linearmente con il volume del gas e quindi la linea della trasformazione su un diagramma *p-V* sarà una retta. Il lavoro di variazione di volume compiuto durante questa trasformazione è dato semplicemente dall'area della regione sottesa dalla linea della trasformazione, che è un trapezio. Perciò,

Nello stato 1:

$$p_1 = aV_1 + b$$
$$100\text{ kPa} = (1000\text{ kPa / m}^3)(0.2\text{ m}^3) + b$$
$$b = -100\text{ kPa}$$

Nello stato 2:

$$p_2 = aV_2 + b$$
$$900\text{ kPa} = (1000\text{ kPa / m}^3)V_2 + (-100\text{ kPa})$$
$$V_2 = 1\text{ m}^3$$

e

$$L_v = \text{Area} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{(900+100)\text{ kPa}}{2}(1-0.2)\text{m}^3\left(\frac{1\text{ kJ}}{1\text{ kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{400\ kJ}$$

5.3
Il lavoro di variazione di volume per questa trasformazione politropica è dato da

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n = (150\ \text{kPa})\left(\frac{0.03\ \text{m}^3}{0.2\ \text{m}^3}\right)^{1.3} = \mathbf{12.74\ kPa}$$

e

$$L_v = \int_1^2 p\, dV = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-n}$$
$$= \frac{(12.74\times 0.2 - 150\times 0.03)\text{kPa}\cdot\text{m}^3}{1-1.3}\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{6.51\ kJ}$$

5.4
Il lavoro di variazione di volume compiuto durante questa trasformazione è

$$L_v = \int_1^2 p\, dV = \int_1^2\left(\frac{a}{V^2}\right)dV = -a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$$
$$= -(8\ \text{kPa}\cdot\text{m}^6)\left(\frac{1}{0.1\ \text{m}^3} - \frac{1}{0.3\ \text{m}^3}\right)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right)$$
$$= \mathbf{-53.3\ kJ}$$

5.5
Assumiamo come sistema l'acqua nel dispositivo cilindro-pistone. È un sistema chiuso perché in esso non entra né da esso esce alcuna massa. Applicando l'equazione di conservazione dell'energia, possiamo scrivere

$$\Delta E = Q - L$$
$$\Delta E = (50-8) - 5 = \mathbf{37\ kJ}$$

5.6
(a) L'equazione di conservazione dell'energia per il ciclo è

$$Q - L = 0$$
$$40 - (60) + Q_2 - (-45) = 0$$
$$Q_2 = \mathbf{-25\ kJ}$$

(b) Il calore netto trasferito e il lavoro netto compiuto durante questo ciclo sono

$$Q_n = Q_1 + Q_2 = 40 - 25 = \mathbf{15\ kJ}$$
$$L_n = L_1 + L_2 = 60 - 15 = \mathbf{15\ kJ}$$

5.7

Usando la relazione empirica per $\bar{c}_p(T)$ (Tabella A.2c) e mettendolo in relazione con $\bar{c}_v(T)$, otteniamo

$$\bar{c}_v(T) = \bar{c}_p - R_u = (a - R_u) + bT + cT^2 + dT^3$$

dove a = 29,11, b = -0,1916 × 10^{-2}, c = 0,4003 × 10^{-5} e d = -0,8704 × 10^{-6}. Quindi,

$$\begin{aligned}
\Delta\bar{u} &= \int_1^2 \bar{c}_v\ (T)\ dT = \int_1^2 \left[(a - R_u) + bT + cT^2 + dT^3\right] dT \\
&= (a - R_u)(T_2 - T_1) + \tfrac{1}{2}b(T_2^2 + T_1^2) + \tfrac{1}{3}c(T_2^3 - T_1^3) + \tfrac{1}{4}d(T_2^4 - T_1^4) \\
&= (29.11 - 8.314)(1000 - 400) - \tfrac{1}{2}(0.1961 \times 10^{-2})(1000^2 - 400^2) \\
&\quad + \tfrac{1}{3}(0.4003^{-5})(1000^3 - 400^3) - \tfrac{1}{4}(0.8704 \times 10^{-9})(1000^4 - 400^4) \\
&= 12{,}691\ \text{kJ / kmol}
\end{aligned}$$

$$\Delta u = \frac{\Delta\bar{u}}{M} = \frac{12{,}691\ \text{kJ / kmol}}{2.016\ \text{kg / kmol}} = \mathbf{6295.3\ kJ / kg} \qquad \textit{(errore 0.4\%)}$$

(b) Usando valori costanti di c_p (Tabella A.2b) alla temperatura media di 700 K, otteniamo

$$c_{v,\,med} = c_{v\ a\ 700K} = 10.48\ \text{kJ / kg}\cdot\text{K}$$
$$\Delta u = c_{v,\,med}(T_2 - T_1) = (10.48\ \text{kJ / kg}\cdot\text{K})(1000 - 400)\text{K} = \mathbf{6288\ kJ / kg}$$

(c) Usando valori costanti di c_p (Tabella A.2a) a temperatura ambiente, otteniamo

$$c_{v,\,med} = c_{v\ a\ 300\ K} = 10.183\ \text{kJ / kg}\cdot\text{K}$$
$$\Delta u = c_{v,\,med}(T_2 - T_1) = (10.183\ \text{kJ / kg}\cdot\text{K})(1000 - 400)\text{K} = \mathbf{6100\ kJ / kg}$$

5.8

(a) Nelle condizioni specificate l'aria può essere assimilata a un gas perfetto. Quindi il volume del recipiente può essere ottenuto dall'equazione di stato dei gas perfetti,

$$V = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{[10\text{ kg})(0.287\text{ kPa}\cdot\text{m}^3/(\text{kg}\cdot\text{K})](300\text{ K})}{200\text{ kPa}} = \mathbf{4.305\ m^3}$$

(b) Assumiamo come sistema l'aria nel recipiente. È un sistema chiuso perché in esso non entra né da esso esce alcuna massa. In questo caso l'equazione di conservazione dell'energia si riduce a

$$Q - L^{\nearrow 0} = \Delta U + \Delta E_c^{\nearrow 0} + \Delta E_p^{\nearrow 0}$$
$$Q = m(u_2 - u_1) \cong mC_v(T_2 - T_1)$$

La temperatura finale dell'aria è

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \quad \longrightarrow \quad T_2 = \frac{p_2}{P_1} T_1 = 2 \times (300\text{ K}) = 600\text{ K}$$

Il calore specifico dell'aria alla temperatura media T_{med} = (300 K + 600 K)/2 = 450 K è (vedi Tabella A.2b) $c_{v,med}$ = 0,733 kJ/(kg · K). Sostituendo, otteniamo

$$Q = (10\text{ kg})(\ 0.733\text{ kJ/kg.K})(600 - 300)\text{ K} = \mathbf{2199\ kJ}$$

5.9

Nelle condizioni specificate l'aria può essere assimilata a un gas perfetto. Assumiamo come sistema l'aria nella stanza. Supponendo che la stanza sia ben sigillata e che non vi siano fughe d'aria, abbiamo un sistema chiuso di volume costante. In questo caso l'equazione di conservazione dell'energia si riduce a

$$Q^{\nearrow 0} - L_{el} = \Delta U + \Delta E_c^{\nearrow 0} + \Delta E_p^{\nearrow 0}$$
$$-L_{el} = m(u_2 - u_1) = mC_{v,ave}(T_2 - T_1)$$

da cui

$$-\dot{L}_{el}\Delta t = mc_{v,\text{ med}}(T_2 - T_1)$$

La massa dell'aria è

$$V = 4 \times 5 \times 6 = 120 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{p_1 V}{RT_1} = \frac{(100 \text{ kPa})(120 \text{ m}^3)}{[0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{K})](280 \text{ K})} = 149.3 \text{ kg}$$

Usando il valore di c_v a temperatura ambiente (Tabella A.2a), otteniamo

$$-W_e(15 \times 60 \text{ s}) = (149.3 \text{ kg})(0.718 \text{ kJ / kg} \cdot {}^\circ\text{C})(23-7)^\circ\text{C} = \mathbf{-1.91 \text{ kW}}$$

Il segno negativo indica che viene compiuto lavoro elettrico sul sistema.

5.10
Nelle condizioni specificate l'aria può essere assimilata a un gas perfetto. Assumiamo come sistema l'aria nella stanza. Supponendo che la stanza sia ben sigillata e che non vi siano fughe d'aria, abbiamo un sistema chiuso di volume costante. In questo caso l'equazione di conservazione dell'energia si riduce a

$$Q^{\nearrow 0} - L_{\text{el}} - L_{\text{v}}^{\nearrow 0} = \Delta U + \Delta E_{\text{c}}^{\nearrow 0} + \Delta E_{\text{p}}^{\nearrow 0}$$
$$-L_{\text{el}} = m(u_2 - u_1) = mC_{\text{v, med}}(T_2 - T_1)$$

La massa dell'aria è

$$V = 4 \times 6 \times 6 = 144 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{p_1 V}{RT_1} = \frac{(100 \text{ kPa})(144 \text{ m}^3)}{[0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{K})](288 \text{ K})} = 174.2 \text{ kg}$$

Il lavoro elettrico compiuto dal ventilatore è

$$L_{\text{el}} = \dot{L}_{\text{el}} \Delta t = (0.15 \text{ kJ / s})(10 \times 3600 \text{ s}) = 5400 \text{ kJ}$$

Sostituendo e usando il valore di c_v a temperatura ambiente (Tabella A.2a), otteniamo

$$-(-5400 \text{ kJ}) = (174.2 \text{ kg})(0.718 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C})(T_2 - 15)^\circ\text{C}$$

$$T_2 = \mathbf{58.2^\circ C}$$

5.11
Nelle condizioni specificale l'elio può essere assimilato a un gas perfetto. La temperatura finale dell'elio può essere determinata in base all'equazione di stato dei gas perfetti,

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \longrightarrow T_2 = \frac{p_2}{P_1} T_1 = \frac{500 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} (298 \text{ K}) = \mathbf{1490 \text{ K}}$$

Assumiamo come sistema l'elio nel dispositivo cilindro-pistone. È un sistema chiuso perché non entra né esce alcuna massa. L'equazione di conservazione dell'energia per questo sistema chiuso di volume costante si riduce a

$$Q - L^{\nearrow 0} = \Delta U + \Delta E_c^{\nearrow 0} + \Delta E_p^{\nearrow 0}$$
$$Q = m(u_2 - u_1) = mc_V(T_2 - T_1)$$

Usando il valore di c_v indicato nella Tabella A.2a, otteniamo

$$Q = (0.5 \text{ kg}) \, [3.1156 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}] \, (1490 - 298)\text{K} = \mathbf{1857 \text{ kJ}}$$

5.12
Assumiamo come sistema il blocco di ferro e l'acqua. Quindi l'equazione di conservazione dell'energia per questa trasformazione si riduce a

$$Q^{\nearrow 0} - L_v^{\nearrow 0} - L_{\text{mul}} = \Delta U + \Delta KE^{\nearrow 0} + \Delta PE^{\nearrow 0} \longrightarrow -W_{pw} = \Delta U$$

da cui

$$-L_{\text{mul}} = \Delta U_{\text{ferro}} + \Delta U_{\text{acqua}}$$

da cui

$$-L_{\text{mul}} = \left[m c (T_2 - T_1) \right]_{\text{ferro}} + \left[mC(T_2 - T_1) \right]_{\text{acqua}}$$

dove

$$m_{\text{acqua}} = \rho V = (1000 \text{ kg / m}^3)(0.08 \text{ m}^3) = 80 \text{ kg}$$
$$= \dot{L}_{\text{mul}} \Delta t = (0.2 \text{ kJ / s})(25 \times 60 \text{ s}) = 300 \text{ kJ}$$

Usando valori dei calori specifici per il ferro e l'acqua liquida (Tabella A.3b) e sostituendo, otteniamo

$$-(-300 \text{ kJ}) = m_{\text{ferro}}[0.45 \text{ kJ/(kg}\cdot°\text{C)}](27-90)°\text{C} + (80 \text{ kg})[4.184 \text{ kJ/(kg}\cdot°\text{C)}](27-20)°\text{C} = 0$$

$$m_{\text{ferro}} = \mathbf{72.1\ kg}$$

5.13
Assumiamo come sistema la stanza senza studenti. Il sistema cede all'esterno una potenza termica data da

$$\dot{Q}_{\text{ceduta}} = (20{,}000 \text{ kJ / h})\left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) = 5.56 \text{ kW}$$

Se si trascura il calore latente, la potenza termica acquistata dagli studenti è

$$\dot{Q}_{\text{acquistata}} = (100 \text{ W/studente})(30 \text{ studenti}) = 3000 \text{ W} = 3 \text{ kW}$$

che è minore della potenza termica ceduta dalla stanza. Perciò, è **necessario** accendere il riscaldatore per impedire che la temperatura della stanza diminuisca…

5.14
Una barretta di cioccolato di 20 g contiene 105 kcal di energia metabolizzabile. La barretta di 30 g conterrà

$$E_{\text{barretta}} = (105 \text{kcal})\left(\frac{30 \text{ g}}{20 \text{ g}}\right) = 157.5 \text{ kcal}$$

di energia. Una donna che va in bicicletta utilizza energia a una potenza di 639 kcal/h. Affinché questa donna soddisfi tutto il suo fabbisogno energetico consumando barrette di cioccolato di 30 g, il numero di barrette che dovrà consumare è dato da

$$N_{\text{barrette}} = \frac{639 \text{ kcal/h}}{157.5 \text{ kcal}} \cong \mathbf{4\ barrette/h}$$

5.15
Il contenuto di energia metabolizzabile di 200 mL di gelato e di una mela sono 220 kcal e 70 kcal, rispettivamente. Perciò, la persona che passa dalla mela al gelato aumenta di

$$E_{\text{extra}} = 220 - 70 = 150 \text{ kcal}$$

la sua assunzione di kilocalorie (assunzione calorica). La quantità di energia che una persona di 60 kg utilizza durante una camminata di 20 min è

$$E_{\text{utilizzata}} = (432 \text{ kcal/h})\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{60 \text{ kg}}{68 \text{ kg}}\right) = 127 \text{ kcal}$$

Perciò, l'uomo ha ora un guadagno netto di 150 kcal – 127 kcal = 23 kcal al giorno, che corrisponde a (23 kcal/giorno) × 30 giorni = 690 kcal/mese.
Il contenuto di energia metabolizzabile di 1 kg di grasso corporeo è pari a 33 100 kJ. Perciò, se si suppone che le kilocalorie extra vengano convertite in grasso corporeo, l'uomo acquisterà

$$m_{\text{grasso}} = \frac{690 \text{ kcal}}{33{,}100 \text{ kJ / kg}}\left(\frac{4.1868 \text{ kJ}}{1 \text{ kcal}}\right) = \mathbf{0.087 \text{ kg}}$$

di grasso corporeo al mese con la nuova dieta. (Se non compisse esercizio fisico, l'uomo acquisterebbe 0,569 kg al mese.)

5.16
La dipendenza della pressione dal volume può essere espressa come

$$V = \frac{1}{6}\pi D^3 \qquad \longrightarrow \qquad D = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{1/3}$$

da cui

$$p \propto D^2 \qquad \longrightarrow \qquad p = kD^2 = k\left(\frac{6V}{\pi}\right)^{2/3}$$

Inoltre,

$$k\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} = p_1 V_1^{-2/3} = p_2 V_2^{-2/3}$$

e

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{2/3} = 2^{2/3} = 1.587$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \qquad \longrightarrow \qquad T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = 1.587 \times 2 \times (500 \text{ K}) = 1587 \text{ K}$$

Perciò,

$$L_v = \int_1^2 p\,dV = \int_1^2 k\left(\frac{6V}{\pi}\right)^{2/3} dV = \frac{3k}{5}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3}\left(V_2^{5/3} - V_1^{5/3}\right) = \frac{3}{5}(p_2V_2 - p_1V_1)$$
$$= \frac{3}{5}mR(T_2 - T_1) = \frac{3}{5}(5\text{ kg})[0.287\text{ kJ/(kg·K)}](1587 - 500)\text{ K} = \mathbf{936\ kJ}$$

5.17
L'energia utilizzata da un adulto medio durante il nuoto veloce, la danza veloce, lo jogging, il biking e il rilassamento sono 860 kcal/h, 600 kcal/h, 540 kcal/h, 639 kcal/h e 72 kcal/h, rispettivamente. Il consumo energetico giornaliero di questo uomo di 100 kg è

$$[(860 + 600 + 540 + 639\text{ kcal/h})(1\text{ h}) + (72\text{ kcal/h})(20\text{ h})]\left(\frac{100\text{ kg}}{68\text{ kg}}\right) = 5999\text{ kcal}$$

Perciò, questa persona brucia (5999 – 3000) kcal = 2999 kcal in più rispetto a quante assume, corrispondenti a

$$m_{\text{grasso}} = \frac{2999\text{ kcal}}{33{,}1000\text{ kJ / kg}}\left(\frac{4.1868\text{ kJ}}{1\text{ kcal}}\right) = 0.38\text{ kg}$$

di grasso corporeo al giorno. Perciò, la persona assumerà soltanto

$$\Delta t = \frac{5\text{ kg}}{0.38\text{ kg /giorno}} = \mathbf{13.2\ giorni}$$

per perdere 5 kg.

5.18
Il volume e la massa dell'aria nella stanza sono V = 4 m × 5 m × 6 m = 120 m^3 e

$$m_{\text{aria}} = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{(100\text{ kPa})(120\text{ m}^3)}{[0.2870\text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})](295\text{ K})} = 141.7\text{ kg}$$

Assumendo come sistema il contenuto della stanza, compresa l'acqua, possiamo scrivere l'equazione del primo principio come

$$Q - \cancelto{0}{L} = \Delta U + \Delta \cancelto{0}{E_c} + \Delta \cancelto{0}{E_p} = (\Delta U)_{\text{acqua}} + (\Delta U)_{\text{aria}}$$

$$[mc(T_2 - T_1)]_{\text{acqua}} + [mc_v(T_2 - T_1)]_{\text{aria}} = 0$$

Sostituendo, otteniamo

$$(1000\ \text{kg})\ [4{,}184\ \text{kJ/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)}]\ (T_f - 80)\ {}^\circ\text{C} + (147.7\ \text{kg})\ [0{,}718\ \text{kJ/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)}]\ (T_f - 22)\ {}^\circ\text{C} = 0$$

Da cui otteniamo

dove T_f è la temperatura di equilibrio finale della stanza.

5.19
La densità dell'acqua è quasi uguale a 1 kg/L. Perciò, la massa dell'acqua è

$$m_a = \rho V = (1\ \text{kg/L})(1\ \text{L}) = 1\ \text{kg}$$

Assumiamo come sistema l'uomo e l'acqua e trascuriamo gli scambi di calore e di massa e le reazioni chimiche. Ovviamente, queste ipotesi possono essere accettabili soltanto per intervalli di tempo molto brevi, come l'intervallo di tempo impiegato per bere l'acqua. Quindi l'equazione del primo principio può essere scritta come

$$\cancelto{0}{Q} - \cancelto{0}{L} = \Delta U + \Delta \cancelto{0}{E_c} + \Delta \cancelto{0}{E_p} = (\Delta U)_{\text{corpo}} + (\Delta U)_{\text{acqua}}$$

$$[mc_v(T_2 - T_1)]_{\text{corpo}} + [mc_v(T_2 - T_1)]_{\text{acqua}} = 0$$

Sostituendo, otteniamo

$$(68\ \text{kg})\ [3{,}6\ \text{kJ/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)}]\ (T_f - 38)\ {}^\circ\text{C} + (1\ \text{kg})\ [4{,}184\ \text{kJ/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)}]\ (T_f - 3)\ {}^\circ\text{C} = 0$$

Da cui otteniamo

$$T_f = \mathbf{37.4\ {}^\circ C}$$

Perciò, la temperatura corporea media di questa persona dovrebbe diminuire di circa 0,5 °C.

5.20
Assumiamo come sistema il ghiaccio e l'acqua. Quindi possiamo scrivere l'equazione del primo principio come

$$Q^{\nearrow 0} - L^{\nearrow 0} = \Delta U + \Delta E_c^{\nearrow 0} + \Delta E_p^{\nearrow 0} = (\Delta U)_{\text{ghiaccio}} + (\Delta U)_{\text{acqua}}$$

$$\left[mc\left(0^\circ C - T_1\right)_{\text{solido}} + mh_{fg} + mc\left(T_2 - 0^\circ C\right)_{\text{liquido}}\right]_{\text{ghiaccio}} + \left[mC(T_2 - T_1)\right]_{\text{acqua}} = 0$$

$$(80\ \text{kg})\left[(2.1\ \text{kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)})(0-(-5))^\circ\text{C} + 333.7\ \text{kJ/kg} + (4.184\ \text{kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)})(T_2 - 0)^\circ\text{C}\right]$$
$$+(1000\ \text{kg})(4.184\ \text{kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)})(T_2 - 20)^\circ\text{C} = 0$$

Otteniamo

$$T_2 = \mathbf{12.4\ ^\circ C}$$

che è la temperatura di equilibrio finale nel recipiente.