

2021-10-15

martedì 12 ottobre 2021

18:53

PER GLI STUDENTI

1) Da ora in avanti ogni sabato mattina ci sono i gruppi di studio dedicati agli studenti con debito di matematica OFA. Per partecipare dovete guardare con attenzione la home page del sito della scuola in cui ci sono le informazioni relative all'OFA. I gruppi di studio sono organizzati per dipartimento quindi gli studenti trovano l'appuntamento di zoom nel sito del dipartimento/corso di laurea o ne sono stati informati direttamente.

2) Se non recuperate l'OFA con la prova di novembre o quella di dicembre **NON POTETE ISCRIVERVI AGLI ESAMI DI ANALISI O ALGEBRA DELLA SESSIONE GENNAIO/FEBBRAIO**. Poi ci saranno solo altre 2 sessioni a marzo e a maggio: se non le superate, non potete iscrivervi alle sessioni estive. Vi sarà indicato come fare in questo caso.

3) **IL VOSTRO PRIMO OBIETTIVO, per chi ha il debito è recuperarlo.**

4) **Non** ci sono altri metodi per ingegneria di recuperare il debito se non il test CISIA apposito (in google ci sono notizie errate e altre scuole usano altro metodo).

IL RECAPITO DELLA TUTOR:

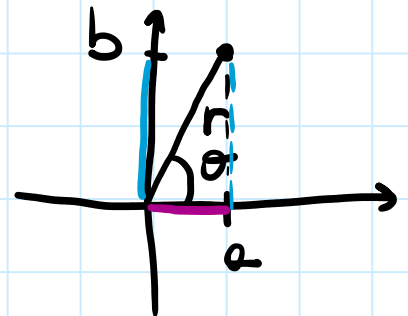
emma.bozza@studenti.unipd.it

1) COORDINATE $z = (a; b)$

2) ALGEBRICA $z = a + bi$

3) ESPONENZIALE $z = r \cdot e^{i\theta}$

4) TRIGONOMETRICA $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$



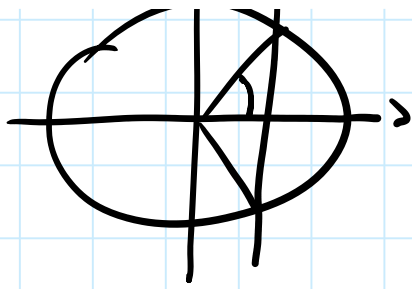
• ALGEBRICA $\begin{matrix} \nearrow \text{ESPONENZIALE} \\ \searrow \text{TRIGONOMETRICA} \end{matrix}$

$$z = a + ib$$

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$\theta: \begin{cases} a = r \cdot \cos\theta \\ b = r \cdot \sin\theta \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} b = r \cdot \operatorname{sen} \theta \\ \cos \theta = a/r \\ \operatorname{sen} \theta = b/r \end{cases}$$

$$z = r e^{i\theta} = r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

- ESPONENZIALE $\begin{cases} \swarrow \text{ALGEBRICA} \\ \searrow \text{TRIGONOM.} \end{cases}$

$$z = r e^{i\theta} = r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

SI CALCOLANO SEN E COS.

- TRIGONOMETRICA (ANALOGO)

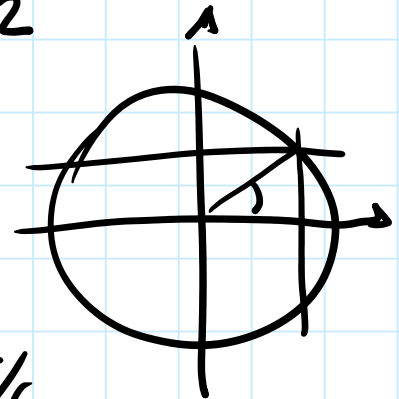
$$z = \sqrt{3} + i$$

$$a = \sqrt{3} \quad b = 1$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\theta: \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \operatorname{sen} \theta = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\theta = \pi/6$$



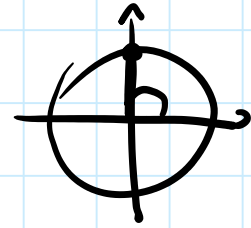
$$z = 2 e^{i\pi/6}$$

$$z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\cdot z = e^{i\pi/2} \quad r = 1 \quad \theta = \pi/2$$

$$z = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

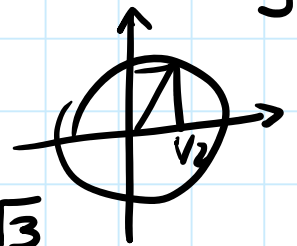
$$z = 0 + i \cdot 1 = i$$



$$\cdot z = 3 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \quad r = 3 \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$z = 3e^{i\pi/3}$$

$$z = 3 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3}{2} + i \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



1) SOMME ALGEBRICHE \rightarrow F. ALGEBRICA

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = -1 - i$$

$$z_1 + z_2 = \overbrace{2 + 3i - 1 - i} = 1 + 2i$$

2) PRODOTTO / DIVISIONE \rightarrow ESPONENZIALE

$$z_1 = 3e^{i\pi/2}$$

$$z_2 = 2e^{-i\pi/3}$$

$$z_1 \cdot z_2 = 6e^{i(\pi/2 - \pi/3)} = 6e^{i\pi/6}$$

3) POTENZA \rightarrow ESPONENZIALE / TRIGONOMETRIA

$$1) z_1 = 2e^{i\pi/6}$$

$$(z_1)^2 = 4e^{i\pi/3}$$

$$1) z_1 = 2e^{i\pi/6} \quad (z_1)^2 = 4e^{i\pi/3}$$

$$2) z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \quad (z_1)^2 = 4\left(\cos\frac{2\pi}{6} + i\sin\frac{2\pi}{6}\right)$$

4) RADICE \rightarrow TRIGONOMETRICA / ESPONENZIALE

$$1) z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$k=0, \dots, n-1$$

$$z_k = \sqrt[n]{r} (\cos\theta_k + i\sin\theta_k) \quad \theta_k = \frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}$$

$$2) z = re^{i\theta}$$

$$z_k = \sqrt[n]{r} e^{i\theta_k}$$

ES $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ RADICI QUARTE

$$z_0 = \sqrt[4]{2} \left(\cos\frac{\pi}{16} + i\sin\frac{\pi}{16}\right) \quad \theta_0 = \left(\frac{\pi}{4}\right)\frac{1}{4} + 0$$

$$z_1 = \sqrt[4]{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2\pi}{4}$$

$$= \sqrt[4]{2} \left(\cos\frac{9\pi}{16} + i\sin\frac{9\pi}{16}\right)$$

$$z_2 = \sqrt[4]{2} \left(\cos\frac{17\pi}{16} + i\sin\frac{17\pi}{16}\right) \quad \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4\pi}{4}$$

$$z_3 = \sqrt[4]{2} \left(\cos\frac{25\pi}{16} + i\sin\frac{25\pi}{16}\right) \quad \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{6\pi}{4}$$

ES $z = 3e^{i\pi/6}$

RADICI TERZE

$$z_0 = \sqrt[3]{3} e^{i\pi/18}$$

$$\frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{3} + 0$$

$$z_1 = \sqrt[3]{3} e^{i3\pi/18}$$

$$\frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}$$

$$z_2 = \sqrt[3]{3} e^{i25\pi/18}$$

$$\frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4\pi}{3}$$

APPLICAZIONI: SCOMPOSIZIONI e EQUAZIONI

- $x^3 + x^2 + 4x + 4$

$$x^2(x+1) + 4(x+1)$$

$$(x+1)(x^2 + 4)$$

$$(x+1)(x^2 - (-4))$$

$$(x+1)(x+2i)(x-2i) \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \sqrt{-4} &= \sqrt{4(-1)} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i \end{aligned}$$

- $x^2 + 3x + 4 = 0$

$$\Delta = 9 - 4(4) = 9 - 16 = -7$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2} \quad \checkmark$$

$$\left(\sqrt{-7} = \sqrt{7(-1)} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{7}i \right)$$

- $x^2 + 5x + 7 = 0$

$$\Delta = 25 - 4(7) = -3$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\left(\sqrt{-3} = \sqrt{(-1)3} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3} = i\sqrt{3} \right)$$

ESPRESSIONI CON NUMERI COMPLESSI

$$(1-i)^2 = 1 - 1 - 2i = -2i$$

$$i^6 - i^{13} = i^2 - i = -1 - i$$



$$i^0 = 1 \leftarrow$$

$$i^4 = 1$$

$$i^8 = 1$$

$$i^1 = i \leftarrow$$

$$i^5 = i$$

$$i^9 = i$$

$$i^2 = -1 \leftarrow$$

$$i^6 = -1$$

$$i^{10} = -1$$

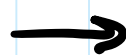
$$i^3 = -i \leftarrow$$

$$i^7 = -i$$

$$i^{11} = -i$$

⋮
⋮
⋮
⋮

ESPOLENTE : n



RESID

ESERCIZIO DI CALCOLO

$$z = 1 + i$$

$$w = 1 + \sqrt{3}i$$

$$z+w? \quad z-w? \quad z \cdot w? \quad z^2? \quad w^3?$$

$$z^{-1}? \quad w^{-1}? \quad \sqrt[2]{z}? \quad \sqrt[3]{w}?$$

$$z = 1 + i \quad a = 1 \quad b = 1$$

$$|z| = \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen} \theta = 1/\sqrt{2} \\ \operatorname{cos} \theta = 1/\sqrt{2} \end{cases} \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{2} e^{i\pi/4} = \sqrt{2} \left(\operatorname{cos} \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

$$w = 1 + \sqrt{3}i$$

$$a = 1 \quad b = \sqrt{3}$$

$$|w| = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \sqrt{3}/2 \\ \operatorname{cos} \theta = 1/2 \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$$



$$\Rightarrow w = 2 e^{i\pi/3} = 2 \left(\operatorname{cos} \frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} \right)$$

$$z+w = 1+i + 1+\sqrt{3}i = 2 + i(1+\sqrt{3})$$

$$z-w = 1+i - 1-\sqrt{3}i = i(1-\sqrt{3})$$

$$z \cdot w = \sqrt{2} e^{i\pi/4} \cdot 2 e^{i\pi/3} = 2\sqrt{2} e^{i7\pi/12}$$

$$z^2 = (\sqrt{2} e^{i\pi/4})^2 = 2 e^{i\pi/2}$$

$$w^3 = (2 e^{i\pi/3})^3 = 8 e^{i\pi}$$

$$z^{-1} = (\sqrt{2} e^{i\pi/4})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{7\pi/4}$$



$$2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi - \pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/4} \quad 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi - \pi}{4}$$

$$w^{-1} = \frac{2\sqrt[2]{2}}{(2e^{i\pi/3})^{-1}} = \frac{1}{2} e^{-i\pi/3} = \frac{1}{2} e^{i5\pi/3}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{6\pi - \pi}{3}$$

$$z = \sqrt{2} e^{i\pi/4}$$

$$z_0 = \sqrt[4]{2} e^{i\pi/8}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2} + 0 \right)$$

$$z_1 = \sqrt[4]{2} e^{i9\pi/8}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2\pi}{2} = \frac{\pi + 8\pi}{8} \right)$$

$$w = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} \right)$$

$$w_0 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{\pi}{9} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{9} \right)$$

$$\left[\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{3} + 0 \right]$$

$$w_1 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{9} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{9} \right)$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}$$

$$w_2 = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{13\pi}{9} + i \operatorname{sen} \frac{13\pi}{9} \right)$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4\pi}{3}$$