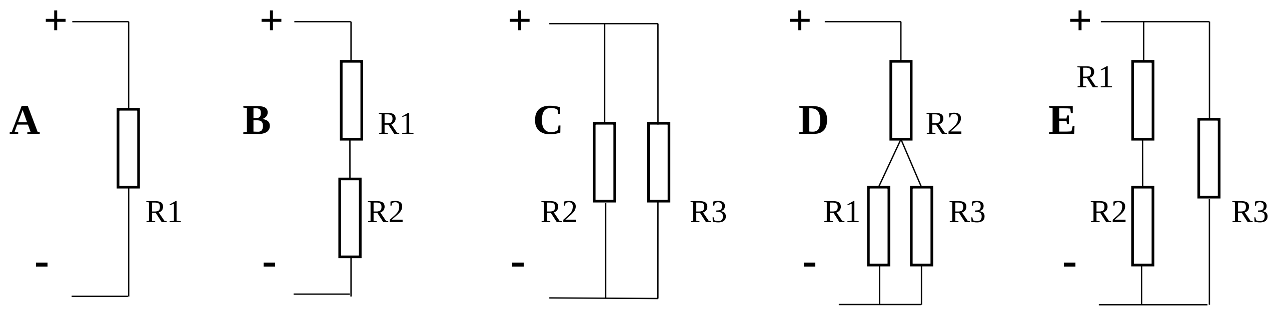
AUTOVALUTAZIONE 15 Marzo 2021

ESERCIZIO 1 – Tre resistori R_1=8 Ω, R_2=16 Ω, R_3=24 Ω sono collegati come nelle 5 configurazioni A, B, C, D, E di figura, tutte alimentate da una tensione continua di 160 V.

a) **Disporre** le 5 configurazioni in ordine crescente di potenza assorbita (dalla più piccola alla più grande).
b) **Progettare** quindi almeno una configurazione che impieghi 1 o 2 o 3 dei resistori dati e che assorbi, con la stessa tensione, una potenza minore della minima trovata.
c) **Progettare** anche almeno una configurazione che impieghi 1 o 2 o 3 dei resistori dati e che assorbi, con la stessa tensione, una potenza maggiore della massima trovata.
d) **Disegnare** tutte le possibili configurazioni che si ottengono con le tre resistenze date (con una resistenza alla volta, poi due resistenze alla volta e poi tre) e calcolare per ciascuna la potenza assorbita e le potenze sui singoli resistori.



Ciascuna delle configurazioni corrisponde ad una certa resistenza equivalente. Data la tensione, la potenza si calcola con la

$$P=V^2/R$$

Siccome la tensione è fissata, uguale per tutte le configurazioni, la potenza assorbita sarà inversamente proporzionale alla resistenza equivalente.
Disporre le 5 configurazioni in ordine crescente di potenza assorbita vuol dire allora "disporle in ordine decrescente di resistenza equivalente". Le resistenze equivalenti valgono:

R_A=R1; R_B= (R1+R2); R_C=R2*R3/(R2+R3); R_D= R2 + R1*R3/(R1+R3);

R_E=(R1+R2)*R3/[(R1+R2)+R3]

Calcolate le resistenze equivalenti, le configurazioni disposte in ordine decrescente di resistenza (a partire quindi dalla più alta) ovvero crescente di potenza sono

B, D, E, C, A

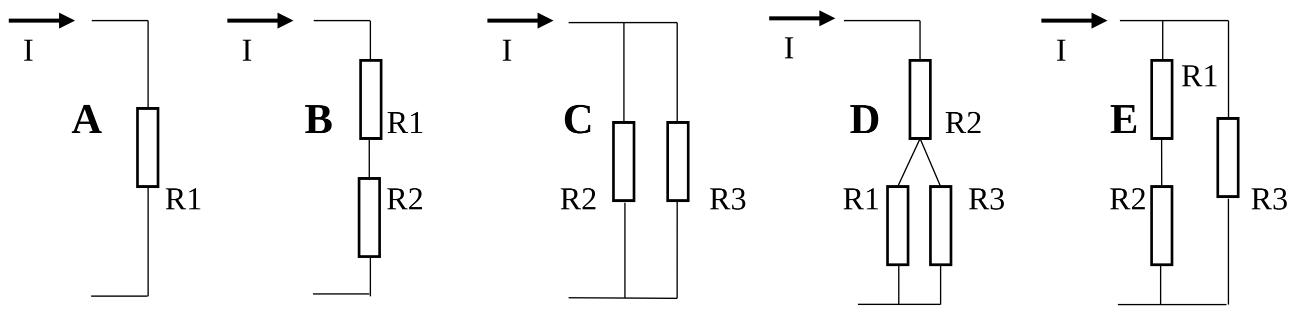
"**Progettare** una configurazione con potenza minore della minima trovata" vuol dire "una configurazione con una R_equivalente maggiore della massima trovata". Una soluzione certa è la serie di tutte e tre le resistenze (che è la massima resistenza che si può ottenere), ma non è l'unica soluzione.

"**Progettare** una configurazione con potenza maggiore della massima trovata" vuol dire "una configurazione con una R_equivalente minore della minima trovata". Una soluzione certa è il parallelo di tutte e tre le resistenze (che è la minima resistenza che si può ottenere), ma non è l'unica soluzione.

Disegnare tutte le possibili configurazioni che si ottengono con le tre resistenze date. Le configurazioni sono quelle sopra rappresentate (con le rispettive formule di calcolo) facendo girare gli indici 1,2,3 delle resistenze (si avranno 3 soluzioni per ciascuna configurazione). La potenza su ciascuna resistenza so ottiene applicando le formule dei partitori di V o di I per dedurre le rispettive tensioni e correnti

ESERCIZIO 2 – Tre resistori $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$, $R_3 = 60\ \Omega$ sono collegati come nelle 5 configurazioni A, B, C, D, E di figura ed ogni configurazione è alimentata da uguale corrente I =10 A.

a) **Disporre** le 5 configurazioni in <u>ordine crescente</u> di potenza assorbita (dalla più piccola alla più grande).
b) **Progettare** quindi almeno una configurazione che impieghi 1 o 2 o 3 dei resistori dati e che assorbe con la stessa corrente una potenza minore della minima trovata.
c) **Progettare** anche almeno una configurazione che impieghi 1 o 2 o 3 dei resistori dati e che assorbi, con la stessa tensione, una potenza maggiore della massima trovata.
d) **Disegnare** tutte le possibili configurazioni che si ottengono con le tre resistenze date (con una resistenza alla volta, poi due resistenze alla volta e poi tre) e calcolare per ciascuna la potenza assorbita e le potenze sui singoli resistori.



Ciascuna delle configurazioni corrisponde ad una certa resistenza equivalente. Data la corrente, la potenza si calcola con la

$$P=I^2 R$$

Siccome la corrente è fissata, uguale per tutte le configurazioni, la potenza assorbita sarà direttamente proporzionale alla resistenza equivalente.
Disporre le 5 configurazioni in ordine crescente di potenza assorbita vuol dire allora “disporle in ordine crescente di resistenza equivalente”. Le resistenze equivalenti hanno le stesse espressioni di prima (le configurazioni sono le stesse). Calcolati i valori si trova che la sequenza delle configurazioni in <u>ordine crescente di resistenza</u> è

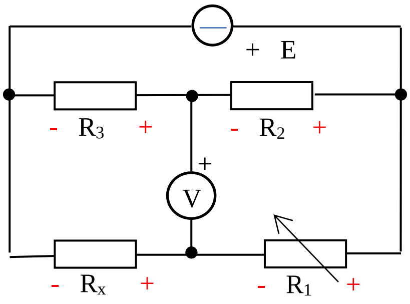
A, C, E, D, B,

“**Progettare** una configurazione con potenza <u>minore della minima</u> trovata” vuol dire “una configurazione con una R_equivalente minore della minima trovata”. Una soluzione certa è il parallelo di tutte e tre le resistenze (che è la minima resistenza che si può ottenere), ma non è l’unica soluzione.

“**Progettare** una configurazione con potenza <u>maggiore della massima</u> trovata” vuol dire “una configurazione con una R_equivalente maggiore della massima trovata”. Una soluzione certa è la serie di tutte e tre le resistenze (che è la massima resistenza che si può ottenere), ma non è l’unica soluzione.

Disegnare tutte le possibili configurazioni che si ottengono con le tre resistenze date. Le configurazioni sono quelle sopra rappresentate (con le rispettive formule di calcolo) facendo girare gli indici 1,2,3 delle resistenze (si avranno 3 soluzioni per ciascuna configurazione). La potenza su ciascuna resistenza so ottiene applicando le formule dei partitori di V o di I per dedurre le rispettive tensioni e correnti

ESERCIZIO 3 – Del circuito di laboratorio in regime stazionario in figura, alimentato dalla tensione continua E diversa da zero, sono noti e fissi i valori delle due resistenze fisse R_2 e R_3 mentre la resistenza R_1 è aggiustata fino a che il voltmetro ideale indicata tensione nulla. Assumendo che ciò accada con $R_1 = 12,4\ \Omega$, dedurre il valore di R_x.



$R_2 = 8\ \Omega$
$R_3 = 6\ \Omega$

Fissiamo prima di tutto i versi positivi delle tensioni sui resistori, in modo ragionevolmente comodo (ma ogni scelta è lecita!). La scelta fatta è quella proposta in rosso.

Il <u>voltmetro</u> ideale è come se non ci fosse, <u>non assorbe corrente</u>. Se inoltre segna ZERO vuol dire che i nodi su cui poggiano i suoi puntali, sono allo stesso potenziale elettrico, ossia la tensione su R3 è uguale alla tensione su Rx.
Con la regola del partitore di tensione

$$V_{R3} = E\, R_3 / (R_3 + R_2)$$
$$V_{Rx} = E\, R_x / (R_x + R_1)$$

Uguagliando le due tensioni si ottiene un'equazione in sola Rx per la cui soluzione non serve conoscere E (che infatti non è data) purché diversa da zero (altrimenti non è lecito semplificarla nell'equazione)

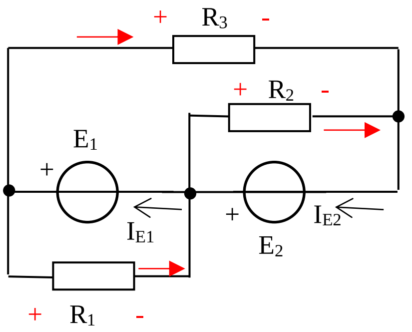
$$R_3 / (R_3 + R_2) = R_x / (R_x + R_1)$$

$$R_3 * (R_x + R_1) = R_x * (R_3 + R_2)$$

$$R_3 * R_1 = R_x * R_2 \quad \text{ossia } Rx = R_3 * R_1 / R2 = 9.3\ \text{ohm}$$

ESERCIZIO 4 – Il circuito in regime stazionario (corrente continua) di figura utilizza due identici generatori di tensione E_1 ed E_2 che si possono assumere ideali. Calcolare le potenze P_{R1}, P_{R2}, e P_{R3} assorbite dalle resistenze e le correnti I_{E1} e I_{E2} erogate dai generatori.

$E_1 = E_2 = 12$ V



$R_1 = 4\ \Omega$
$R_2 = 6\ \Omega$
$R_3 = 8\ \Omega$

Fissiamo prima di tutto i versi positivi delle tensioni e delle correnti sui resistori (conv. segno carichi), in modo ragionevolmente comodo (ma ogni scelta è lecita!). La scelta fatta è quella proposta in rosso.

Con i versi positivi assunti vale

VR1=E1 quindi IR1=VR1/R1=E1/R1=12/4=3 A
VR2=E2 quindi IR2=VR2/R2=E2/R2=12/6=2 A
VR3=E1+E2 quindi IR3=VR3/R3=(E1+E2)/R3=(12+12)/8=3 A

A questo punto, se applichiamo Kirchhoff al nodo di sinistra e poi a quello di destra:

IE1=IR1+IR3=6 A
IR2+IR3=IE2=5A

Per verifica al nodo centrale vale:

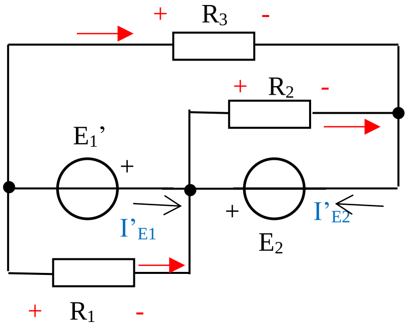
IR1+IE2=IE1+IR2 3+5=6+2 cvd

La potenza assorbita (conv. segno utilizzat.) dalle R è
PR1=R1 * IR1^2
PR2=R2 * IR2^2
PR3=R3 * IR3^2
La potenza erogata (conv. segno generat.) dalle E è
PE1=E1 * IE1
PE2=E2 * IE2

Deve risultare PR1+ PR2+ PR3=PE1+ PE2

Ripetere rovescando il verso di E1 (+ a destra) e di IE1 (freccia verso destra). Il circuito da risolvere è quindi il seguente.

$E_1' = E_2 = 12$ V



$R_1 = 4\ \Omega$
$R_2 = 6\ \Omega$
$R_3 = 8\ \Omega$

Indichiamo con l'apostrofo ' le nuove grandezze per distinguerle dalle precedenti. Ovviamente E2'=E2. Per tutte le correnti abbiamo mantenuto lo stesso verso positivo di prima (non essenziale, solo per un facile confronto) tranne che per IE1.

Con i versi positivi assunti vale

VR1'= - E1' quindi IR1'=VR1'/R1= - E1'/R1=-12/4=- 3 A

VR2'=E2 quindi IR2'=VR2'/R2=E2/R2=12/6=2 A

VR3' = -E1' + E2 = -12+12=0 quindi IR3'=VR3'/R3 =0

A questo punto, se applichiamo Kirchhoff al nodo di sinistra e poi a quello di destra:

IE1'+IR1'+IR3'= 0 da cui IE1'=-(IR1'+IR3') = 3 A

IR2'+IR3' = IE2' = 2 A

Per verifica al nodo centrale vale (somma correnti con verso entrante= somma correnti con verso uscente):

IR1' + IE1' + IE2' = IR2' -3+3+2=2 cvd

Si poteva risolvere anche in altro modo: lasciare il circuito nella configurazione originale e usare le formule originali (quelle in rosso) semplicemente mettendo E1 = -12 V al posto di E1=12V. Infatti <u>rovesciare il verso</u> del generatore di tensione e <u>mantenere la sua fem</u> al valore di 12 V è come <u>lasciare il verso</u> così com'è e <u>invertire di segno del valore della fem</u> che diventa -12 V.
Se il verso positivo rimane lo stesso, rimangono anche valide le formule scritte (che derivano dai principi di Kirchhoff), semplicemente vanno calcolate per E1=-12 V.
Lasciamo fermo anche il verso positivo della IE1 (verso sinistra) per il momento e quindi ricalcoliamo le formule "rosse" con E1=-12 V

Con i versi positivi assunti vale

VR1=E1 quindi IR1=VR1/R1=E1/R1=-12/4=-3 A

VR2=E2 quindi IR2=VR2/R2=E2/R2=12/6=2 A

VR3=E1+E2 quindi IR3=VR3/R3=(E1+E2)/R3=(-12+12)/8=0 A

A questo punto, se applichiamo Kirchhoff al nodo di sinistra e poi a quello di destra:

IE1=IR1+IR3=-3+0=-3 A

IR2+IR3=IE2=2 A

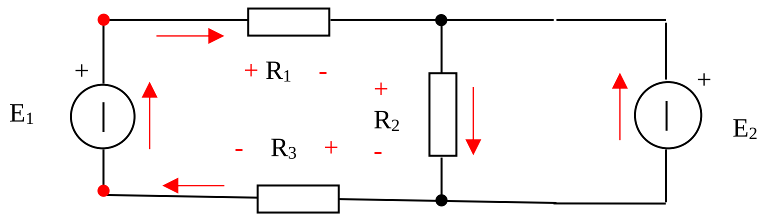
Per verifica al nodo centrale vale:

IR1+IE2=IE1+IR2 -3+2=-3+2 cvd

I risultati nuovi (con E1=-12 V) corrispondono ai valori della grandezze calcolate con le formule "blu", salvo la IE1 perché è qui calcolata con verso contrario (verso sinistra) a quello richiesto dalla consegna (verso destra), usato nelle formule "blu".
Sarà allora IE1' (verso destra) = - IE1 (verso sinistra) = -(-3) = 3 A .

ESERCIZIO 5 - E' dato il circuito di figura con R_1=8 ohm, R_2= 20 ohm, R_3 = 4 ohm. I generatori ideali di tensione hanno fem E_1= 360V e E_2 = 180 V.

a) Calcolare le potenze P_{R1}, P_{R2}, P_{R3} assorbite dalle resistenze e le potenza P_{E1} e P_{E2} erogate dai generatori, risolvendo il circuito applicando i principi di Kirchhof



b) sono suggeriti (ma non imposti) i versi positivi per le correnti e le tensioni. Provare a risolvere invertendo il verso della corrente e della tensione nel resistore R_2.

c) Risolvere poi anche con la sovrapposizione degli effetti.

Calcolare le potenze P_{R1}, P_{R2}, P_{R3} .... e le potenza P_{E1} e P_{E2} .... - Fissiamo a piacere i versi positivi delle tensioni sulle resistenze e poi, <u>con la convenzione di segno degli utilizzatori</u>, anche quelli delle correnti sulle resistenze. <u>Convenzione di segno dei generatori per i generatori</u>. Una soluzione è quella proposta nel testo dell'esercizio.

Le equazioni sono:
maglia di sinistra: E1=VR1+VR2+VR3
maglia di destra E2=VR2

(NB : una delle due potrebbe essere sostituita dall'eq della maglia esterna E1=VR1+E2+VR3)

Per le correnti vale IR3=IE1=IR1 (eq ai nodi terminali di E1)
ed anche IR1+IE2=IR2 (nodo centrale in alto)

Risolvendo si ottiene, (dopo aver espresso le tensioni delle resistenze con V=RI)

IR3=IE1=IR1=(E1-E2)/(R1+R3)= (360-180)/(8+4)=15 A
IR2=E2/R2=180/20=9 A
IE2= IR2-IR1=9-16=-6 A

Le potenze sono:
erogate dai generatori: PE1=E1*IE1=5400 W PE2=E2*IE2= - 1080 W
assorbite dai resistori: $PR1=R1*IR1^{2}$=1800 W $PR2= R2*IR2^{2}$=1620 W $PR3=R3*IR3^{2}$=900 W

VERIFICA: somma PE=somma PR (5400 -1080)=1800+1620+900 cvd!!

Provare a risolvere invertendo il verso della corrente e della tensione nel resistore R_2. Indichiamo con l'apostrofo ' le nuove grandezze per distinguerle dalle precedenti: VR2'=-VR2; IR2'=-IR2.

Le equazioni diventano
maglia di sinistra: E1=VR1-VR2'+VR3
maglia di destra E2=-VR2'

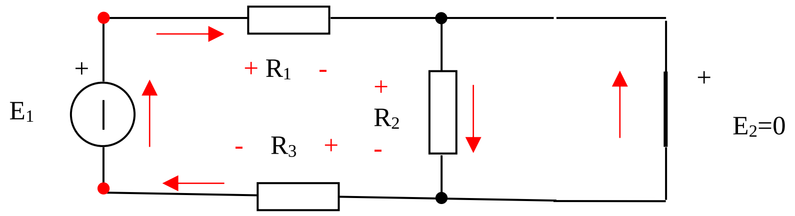
(NB : una delle due potrebbe essere sostituita dall'eq della maglia esterna E1=VR1+E2+VR3)

Per le correnti vale IR3=IE1=IR1 (eq ai nodi terminali di E1)
ed anche IR1+IE2=-IR2' (nodo centrale in alto)

Poi si prosegue come prima. NB: Per tutte le R vale sempre V=RI!

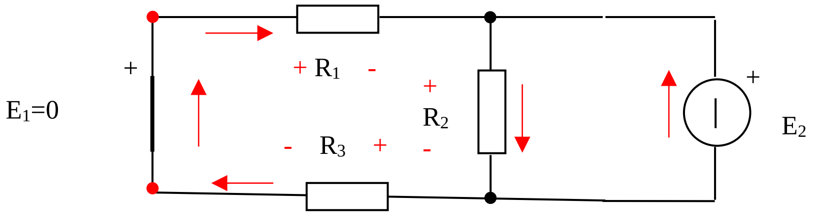
Risolvere poi anche con la sovrapposizione degli effetti.

I due circuiti da risolvere sono i seguenti:
PRIMO



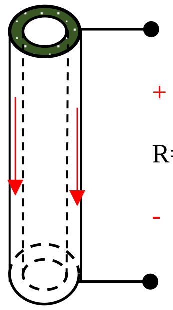
Notare che IR2'=0 ma IE2'=-IR1'=-IR3'=-IE1' = diversa da zero.

SECONDO



Le correnti IR1", IE1", IR3" saranno uguali e negative.

ESERCIZIO 6 – Un resistore è realizzato riempiendo lo spazio fra due cilindri coassiali isolanti (per esempio vetro), con un mezzo conduttore di resistività 0.001 Ωm, come schematizzato in figura.
Il raggio del cilindro interno è pari a $r_i = 4$ cm; il raggio del cilindro esterno è pari a $r_e = 5$ cm; la lunghezza del resistore è l = 1m.
Calcolare la resistenza che si misura fra le basi (a forma di corona circolare) inferiore e superiore della struttura cilindrica, assunte di materiale conduttore (es. rame) in contatto con il mezzo interposto fra i due cilindri.



Non deve trarre in inganno la figura: NON è un resistore cilindrico. Le linee di corrente sono assiali (NON radiali) e la sezione è sempre la stessa lungo tutto il percorso, pari alla sezione della corona circolare. La lunghezza è l=1m.

La resistenza è allora: $R=\rho l/S$ con $S=\pi(r_e^2 - r_i^2)$

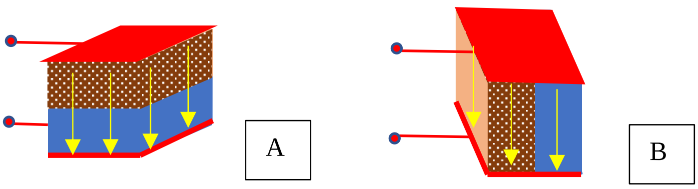
Allora

$$R=0.001*1/(\pi(0.05^2 - 0.04^2))=0.354 \text{ ohm}$$

Estensione: Calcolare la densità di corrente δ e la potenza dissipata P quando la tensione applicata è pari a V = 20V

Sarà P = V^2/R; I = V/R; δ = I/S (uniforme sulla superficie S!)

ESERCIZIO 7 – Si considerino di piastre di rame (rosse in figura) dalle dimensioni di 20 cm x 20 cm, e due mattoni di materiale conduttore dalle dimensioni di 20 cm x 20 cm x 10 cm, uno costituito con un materiale avente resistività $\rho_1 = 1\ \Omega\ mm^2/m$ e il secondo con materiale di resistività $\rho_2 = 0.5\ \Omega\ mm^2/m$. Piastre e mattoni sono disposti come nelle due configurazioni sotto mostrate. Trascurando la resistenza del rame e quella di contatto fra piastre e mattoni, calcolare le resistenze R_A e R_B che si manifestano far i due terminali nelle due configurazioni A e B.



Sono disegnate le linee di corrente quando la piastra positiva è quella superiore.

Il caso A corrisponde a due resistenze in serie ognuna costituita da uno dei due mattoni attraversato dalla corrente "di piatto".
Allora le due resistenze sono:

$$R1= \rho_1 * l_1/S_1 = 1_{[\Omega\ mm2/m]} * 0.1\ _{[m]}/(200*200)_{[mm2]}=2.5\ 10^{-6}\ ohm$$
$$R2= \rho_2 * l_2/S_2 = 0.5_{[\Omega\ mm2/m]} * 0.1\ _{[m]}/(200*200)_{[mm2]}=1.25\ 10^{-6}\ ohm$$

Infine $RA=R1+R2=3.75\ 10^{-6}$ ohm

Il caso B corrisponde a due resistenze in parallelo ognuna costituita da uno dei due mattoni attraversato dalla corrente "di costa".
Allora le due resistenze sono:

$$R1= \rho_1 * l_1/S_1 = 1_{[\Omega\ mm2/m]} * 0.2\ _{[m]}/(100*200)_{[mm2]}=10\ \ 10^{-6}\ ohm$$
$$R2= \rho_2 * l_2/S_2 = 0.5_{[\Omega\ mm2/m]} * 0.2\ _{[m]}/(100*200)_{[mm2]}= 5\ 10^{-6}\ ohm$$

Infine $RB=R1*R2/(R1+R2)=3.33\ 10^{-6}$ ohm