Esercizio

Data la rete in Figura 1 calcolare le correnti e potenze sulle resistenze R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 e sui generatori V_1 e V_2.

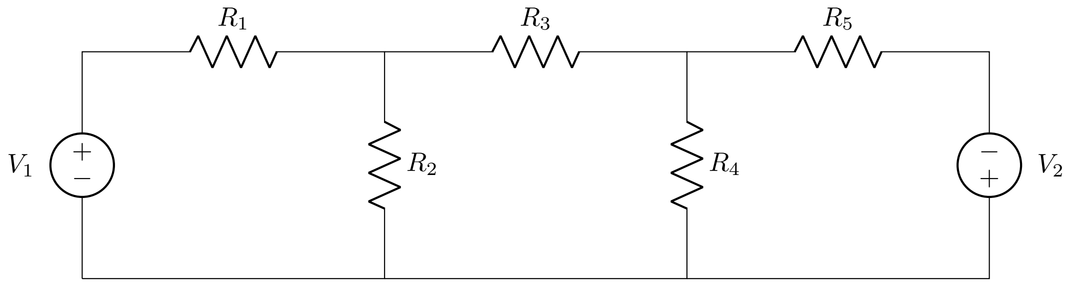

Figure 1: Circuito da risolvere

		Corrente	Potenza
R_1	$2\,\Omega$	$I_{R_1} = ?$	$P_{R_1} = ?$
R_2	$4\,\Omega$	$I_{R_2} = ?$	$P_{R_2} = ?$
R_3	$4\,\Omega$	$I_{R_3} = ?$	$P_{R_3} = ?$
R_4	$4\,\Omega$	$I_{R_4} = ?$	$P_{R_4} = ?$
R_5	$3\,\Omega$	$I_{R_5} = ?$	$P_{R_5} = ?$
V_1	$18\,\mathrm{V}$	$I_{V_1} = ?$	$P_{V_1} = ?$
V_1	$16\,\mathrm{V}$	$I_{V_2} = ?$	$P_{V_2} = ?$

METODO 1

Il primo modo per risolvere la rete in Figura 1 è applicare le leggi di Kirchhoff. In Figura 2 è stato riportato il circuito con evidenziate le convenzioni per i bipoli che verranno adottate per scrivere le equazioni di maglia e ai nodi. Da notare che i generatori di tensione V_1 e V_2 sono stati convenzionati da generatori mentre le resistenze sono state convezionate da utilizzatori. Sono state poi evidenziate le tre maglie (1,2,3) utilizzate per scrivere le relative equazioni con il verso di percorrenza considerato e i nodi A e B sui quali sono state ricavate le equazioni di corrente al nodo.

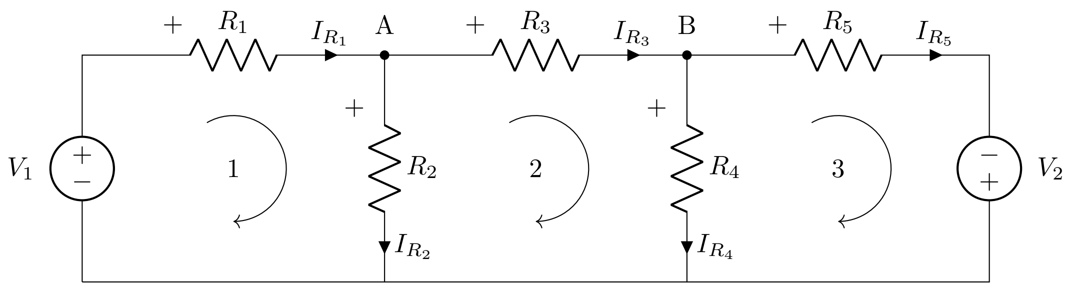

Figure 2

Il sistema da risolvere risulta essere il seguente:

$$\begin{cases} 1): \;\; -V_1 + R_1 I_{R_1} + R_2 I_{R_2} = 0 \\ 2): \;\; -R_2 I_{R_2} + R_3 I_{R_3} + R_4 I_{R_4} = 0 \\ 3): \;\; -R_4 I_{R_4} + R_5 I_{R_5} - V_2 = 0 \\ \text{A}): \;\; I_{R_1} = I_{R_2} + I_{R_3} \\ \text{B}): \;\; I_{R_3} = I_{R_4} + I_{R_5} \end{cases} \tag{1}$$

A questo punto si risolve il sistema sostituendo A e B in 1,2,3 ottenendo :

$$I_{R_5} = \frac{16}{3} + \frac{4}{3} I_{R_4} \tag{2}$$

$$I_{R_4} = -\frac{8}{5} + \frac{3}{10} I_{R_2} \tag{3}$$

Si otterà dunque:

		Corrente	Potenza
R_1	$2\,\Omega$	$I_{R_1} = 5\,\mathrm{A}$	$P_{R_1} = 50\,\mathrm{W}$
R_2	$4\,\Omega$	$I_{R_2} = 2\,\mathrm{A}$	$P_{R_2} = 16\,\mathrm{W}$
R_3	$4\,\Omega$	$I_{R_3} = 3\,\mathrm{A}$	$P_{R_3} = 36\,\mathrm{W}$
R_4	$4\,\Omega$	$I_{R_4} = -1\,\mathrm{A}$	$P_{R_4} = 4\,\mathrm{W}$
R_5	$3\,\Omega$	$I_{R_5} = 4\,\mathrm{A}$	$P_{R_5} = 48\,\mathrm{W}$
V_1	$18\,\mathrm{V}$	$I_{V_1} = 5\,\mathrm{A}$	$P_{V_1} = 90\,\mathrm{W}$
V_1	$16\,\mathrm{V}$	$I_{V_2} = 4\,\mathrm{A}$	$P_{V_2} = 64\,\mathrm{W}$

Da notare che la somma delle potenze dei bipoli convenzionati da generatori dev'essere sempre uguale alla somma delle potenze dei bipoli convenzionati da utilizzatori.

$$\sum P_R = \sum P_V = 154\,\mathrm{W} \tag{4}$$

METODO 2

Il secondo metodo che può essere utilizzato è la sovrapposizione degli effetti. Il metodo consiste nel analizzare il circuito in Figura 1 prima considerando solamente il generatore di tensione V_1 e cortocircuitando il generatore di tensione V_2, poi viceversa e infine sommando gli effetti (in questo caso le correnti) calcolate con i due circuiti.
Risolviamo il primo circuito di Figura 3, ci riferiremo a tale circuito con '.

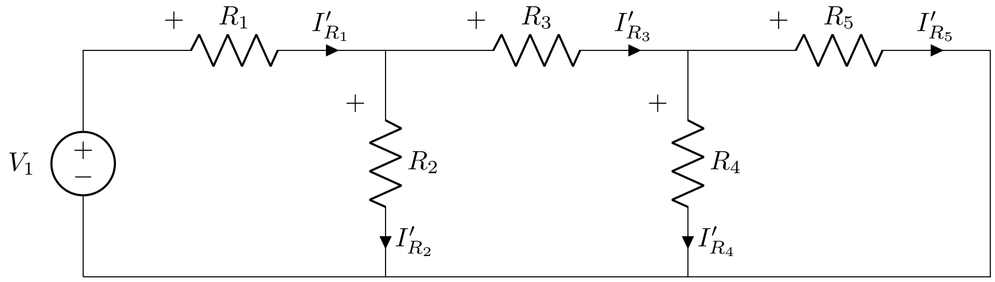

Figure 3

Per calcolare la corrente di tale circuito bisognerà calcolare la resistenza equivalente vista dal generatore V_1 e poi applicare il partitore di corrente nei rami in parallelo. Vediamo ora i vari step per trovare R_{eq}:

1. $R_6 = R_4 \,/\!/\, R_5 = \frac{12}{7}\Omega$
2. $R_7 = R_6 + R_3 = \frac{40}{7}\Omega$
3. $R_8 = R_7 \,/\!/\, R_2 = \frac{40}{17}\Omega$
4. $R_{eq} = R_1 + R_8 = \frac{74}{17}\Omega$

$$I'_{R_1} = \frac{V_1}{R_{eq}} = \frac{153}{37}\mathrm{A} \tag{5}$$

Applico i partitori per trovare tutte le correnti:

1. $I'_{R_2} = I'_{R_1} \frac{R_7}{R_2 + R_7} = \frac{90}{37}\mathrm{A}$

2. $I'_{R_3} = I'_{R_1}\dfrac{R_2}{R_2+R_7} = \dfrac{63}{37}\text{A}$

3. $I'_{R_4} = I'_{R_3}\dfrac{R_5}{R_4+R_5} = \dfrac{27}{37}\text{A}$

4. $I'_{R_5} = I'_{R_3}\dfrac{R_4}{R_4+R_5} = \dfrac{36}{37}\text{A}$

Risolviamo ora il secondo circuito di Figura 4, ci riferiremo a tale circuito con ".

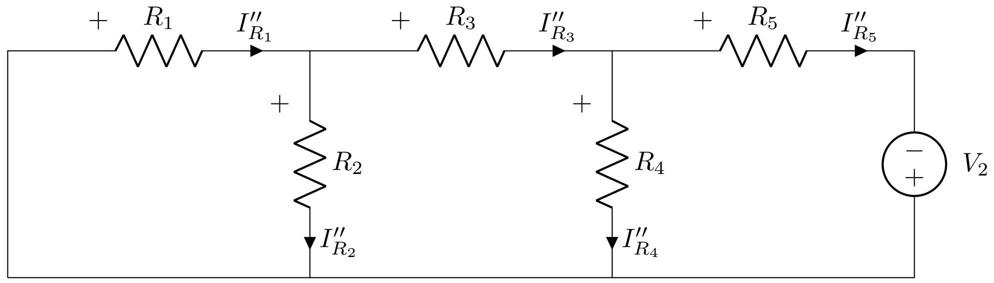

Figure 4

Il metodi di risoluzione è lo stesso.

1. $R_6 = R_1 \mathbin{/\!/} R_2 = \dfrac{4}{3}\Omega$

2. $R_7 = R_6 + R_3 = \dfrac{16}{3}\Omega$

3. $R_8 = R_7 \mathbin{/\!/} R_4 = \dfrac{16}{7}\Omega$

4. $R_{eq} = R_5 + R_8 = \dfrac{37}{7}\Omega$

$$I''_{R_5} = \frac{V_2}{R_{eq}} = \frac{112}{37}\text{A} \tag{6}$$

Applico i partitori per trovare tutte le correnti:

1. $I''_{R_4} = -I''_{R_5}\dfrac{R_7}{R_4+R_7} = -\dfrac{64}{37}\text{A}$

2. $I''_{R_3} = I''_{R_5}\dfrac{R_4}{R_4+R_7} = \dfrac{48}{37}\text{A}$

3. $I''_{R_2} = -I''_{R_3}\dfrac{R_1}{R_1+R_2} = -\dfrac{16}{37}\text{A}$

4. $I''_{R_1} = I''_{R_3}\dfrac{R_2}{R_1+R_2} = \dfrac{32}{37}\text{A}$

Attenzione che in questo caso le correnti I''_{R_4} e I''_{R_2} hanno verso opposto rispetto alla corrente principale del partitore e andranno quindi invertite di segno.
Per trovare ora le correnti TOTALI basterà semplicemente sommare entrabi gli effetti delle due reti analizzate.

$$\begin{cases} I_{R_1} = I'_{R_1} + I''_{R_1} = 5\,\text{A} \\ I_{R_2} = I'_{R_2} + I''_{R_2} = 2\,\text{A} \\ I_{R_3} = I'_{R_3} + I''_{R_3} = 3\,\text{A} \\ I_{R_4} = I'_{R_4} + I''_{R_4} = -1\,\text{A} \\ I_{R_5} = I'_{R_5} + I''_{R_5} = 4\,\text{A} \end{cases} \tag{7}$$