

## Foglio di esercizi 11

**Esercizio 1** Nello spazio affine  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad s = (1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle .$$

- (a) Determinare una forma parametrica di  $r$ .
- (b) Determinare un sistema di equazioni che definisce  $s$ .
- (c) Determinare la posizione reciproca di  $r$  ed  $s$ .
- (d) Determinare un piano parallelo sia ad  $r$  che ad  $s$  e passante per il punto  $(1, 1, 1)$ .

**Esercizio 2** Nello spazio affine  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  si considerino i piani

$$\pi_1 : 2x - y = 2 \quad \text{e} \quad \pi_2 = (1, -1, 1) + \langle (1, 0, 1), (0, 1, 0) \rangle .$$

- (a) Determinare la posizione reciproca di  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .
- (b) Determinare una retta parallela sia a  $\pi_1$  che a  $\pi_2$  e complanare con la retta  $(1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle$ .
- (c) Determinare l'equazione cartesiana di un piano che contenga  $\pi_1 \cap \pi_2$  e sia parallelo a  $(1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle$ .

**Esercizio 3** Nello spazio affine  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  si considerino il piano  $\pi : x - y + z = -1$  e la retta  $s = (2, -1, 1) + \langle (0, 1, 1) \rangle$ .

- (a) Determinare la posizione reciproca di  $\pi$  ed  $s$ .
- (b) Determinare l'equazione del piano  $\pi'$  passante per il punto  $(1, 0, -1)$  e contenente la retta  $s$ .
- (c) Determinare, se esiste, un piano la cui intersezione con  $\pi$  sia una retta parallela ad  $s$ .

**Esercizio 4** Nello spazio affine  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  si considerino i punti  $P_1 = (2, 0, 2)$ ,  $P_2 = (1, -1, 2)$ ,  $P_3 = (2, 2, 2)$ ,  $P_4 = (1, 0, 1)$ .

- (a) Determinare forma parametrica e forma cartesiana della retta  $s$  passante per i punti  $P_1$  e  $P_2$ .
- (b) Determinare forma parametrica e forma cartesiana del piano  $\pi$  passante per i punti  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ .
- (c) Determinare la posizione reciproca di  $\pi$  ed  $s$  e determinare  $s \cap \pi$ .