

Foglio di esercizi 11

Esercizio 1 Nello spazio affine $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad s = (1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle .$$

- (a) Determinare una forma parametrica di r .
- (b) Determinare un sistema di equazioni che definisce s .
- (c) Determinare la posizione reciproca di r ed s .
- (d) Determinare un piano parallelo sia ad r che ad s e passante per il punto $(1, 1, 1)$.

Esercizio 2 Nello spazio affine $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ si considerino i piani

$$\pi_1 : 2x - y = 2 \quad \text{e} \quad \pi_2 = (1, -1, 1) + \langle (1, 0, 1), (0, 1, 0) \rangle .$$

- (a) Determinare la posizione reciproca di π_1 e π_2 .
- (b) Determinare una retta parallela sia a π_1 che a π_2 e complanare con la retta $(1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle$.
- (c) Determinare l'equazione cartesiana di un piano che contenga $\pi_1 \cap \pi_2$ e sia parallelo a $(1, -1, 2) + \langle (1, 1, 0) \rangle$.

Esercizio 3 Nello spazio affine $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ si considerino il piano $\pi : x - y + z = -1$ e la retta $s = (2, -1, 1) + \langle (0, 1, 1) \rangle$.

- (a) Determinare la posizione reciproca di π ed s .
- (b) Determinare l'equazione del piano π' passante per il punto $(1, 0, -1)$ e contenente la retta s .
- (c) Determinare, se esiste, un piano la cui intersezione con π sia una retta parallela ad s .

Esercizio 4 Nello spazio affine $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ si considerino i punti $P_1 = (2, 0, 2)$, $P_2 = (1, -1, 2)$, $P_3 = (2, 2, 2)$, $P_4 = (1, 0, 1)$.

- (a) Determinare forma parametrica e forma cartesiana della retta s passante per i punti P_1 e P_2 .
- (b) Determinare forma parametrica e forma cartesiana del piano π passante per i punti P_2 , P_3 , P_4 .
- (c) Determinare la posizione reciproca di π ed s e determinare $s \cap \pi$.