A

Cognome ______________________ Nome ______________________ Matricola ______________

FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

Ingegneria Meccanica – CANALE DISPARI
Docente: Francesco Esposito

27 giugno 2018

ESERCIZI

Esercizio 1.

1. Determinare la forma algebrica del numero complesso $w = \frac{9+7i}{3-i} - \frac{2+11i}{1-2i}$.
2. Determinare tutte le radici immaginarie pure del polinomio $X^8 - w$.

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui matrice associata alla scelta della base canonica $\mathcal{E}_3$ sia nel dominio che nel codominio è:

$$A = A_{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Determinare i valori del parametro reale k per i quali $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$ non sia invertibile.
2. Per tali valori di k, determinare una base del nucleo e delle equazioni per l'immagine di $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$.
3. Determinare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che si abbia

$$A_{\mathcal{B},\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare usuale, si consideri il sottospazio $W = < (1, -2, -1), (2, 1, 3) >$ e sia $\sigma : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la simmetria ortogonale di asse W.

1. Determinare una base ortonormale di autovettori di σ.
2. Determinare $\sigma(0, -1, 5)$.
3. Determinare tutti i vettori v per i quali $v + \sigma(v) = (-2, 4, 2)$ e $\sigma(v)$ è ortogonale a v.

(voltare pagina)

Esercizio 4. Sia data, al variare del parametro reale k, la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1-k & k+1 & 0 \\ 1-k & 0 & k+1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare molteplicità algebrica e molteplicità geometrica della matrice A_k, al variare di $k \in \mathbb{R}$.
2. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
3. Determinare i valori di k per i quali esistono due autovettori di A_k ortogonali tra di loro.

Esercizio 5. Si considerino le seguenti due rette di $\mathbb{R}^3$:

$$r_1 : \begin{cases} x - y = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

Siano π_1 e π_2 due piani ortogonali tra loro, con π_1 contenente r_1 e π_2 contenente r_2.

1. Determinare posizione reciproca e distanza tra r_1 e r_2.
2. Determinare un'equazione di π_1 ed una forma parametrica di π_2.
3. Determinare tutti i punti di π_1 che distano $\sqrt{\frac{3}{22}}$ da π_2.

Regole d'esame

- Compilare ogni foglio in ogni sua parte (nome, cognome, n. matricola, docente, ecc..).
- Consegnare **il foglio bianco**, con le soluzioni scritte in modo leggibile e ordinato, e **questo foglio**.
- NON consegnare fogli di brutta copia.
- Verrà valutato solo quanto scritto **a penna (blu o nera) sul foglio bianco**.
- La durata del compito è di **3 ore**.
- È possibile ritirarsi: scrivere, ben visibile, la lettera "R" sul foglio bianco e consegnare tutti i fogli ricevuti dentro il foglio bianco.
- È vietato l'uso di libri, appunti, telefoni e calcolatrici di ogni tipo.
- Non è consentito uscire dall'aula durante la prova per nessun motivo: si potrà uscire solo dopo aver consegnato definitivamente il proprio elaborato.
- Non è consentito comunicare con altri candidati durante la prova per nessun motivo: la prova di chiunque venga sorpreso a comunicare con altri candidati sarà annullata seduta stante dalla commissione.

B

Cognome ______________________ Nome ______________________ Matricola ______________

FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

Ingegneria Meccanica – CANALE DISPARI
Docente: Francesco Esposito

27 giugno 2018

ESERCIZI

Esercizio 1.

1. Determinare la forma algebrica del numero complesso $w = \frac{2+11i}{1-2i} - \frac{9+7i}{3-i}$.
2. Determinare tutte le radici immaginarie pure del polinomio $X^8 - w$.

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui matrice associata alla scelta della base canonica $\mathcal{E}_3$ sia nel dominio che nel codominio è:

$$A = A_{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare i valori del parametro reale k per i quali $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$ non sia invertibile.
2. Per tali valori di k, determinare una base del nucleo e delle equazioni per l'immagine di $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$.
3. Determinare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che si abbia

$$A_{\mathcal{B},\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ -3 & -4 & 0 \\ -1 & -4 & -8 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare usuale, si consideri il sottospazio $W = <(1, 1, 2), (-2, 3, 1)>$ e sia $\sigma : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la simmetria ortogonale di asse W.

1. Determinare una base ortonormale di autovettori di σ.
2. Determinare $\sigma(0, 5, -1)$.
3. Determinare tutti i vettori v per i quali $v + \sigma(v) = (-2, -2, -4)$ e $\sigma(v)$ è ortogonale a v.

(voltare pagina)

Esercizio 4. Sia data, al variare del parametro reale k, la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1-k & 1-k & 0 \\ -1-k & 0 & 1-k \end{pmatrix}$$

1. Determinare molteplicità algebrica e molteplicità geometrica della matrice A_k, al variare di $k \in \mathbb{R}$.
2. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
3. Determinare i valori di k per i quali esistono due autovettori di A_k ortogonali tra di loro.

Esercizio 5. Si considerino le seguenti due rette di $\mathbb{R}^3$:

$$r_1 : \begin{cases} -x - z = 1 \\ -y + 2z = 0 \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} -x + y = 0 \\ -x + y - z = 1 \end{cases}$$

Siano π_1 e π_2 due piani ortogonali tra loro, con π_1 contenente r_1 e π_2 contenente r_2.

1. Determinare posizione reciproca e distanza tra r_1 e r_2.
2. Determinare un'equazione di π_1 ed una forma parametrica di π_2.
3. Determinare tutti i punti di π_1 che distano $\sqrt{\frac{3}{22}}$ da π_2.

Regole d'esame

- Compilare ogni foglio in ogni sua parte (nome, cognome, n. matricola, docente, ecc..).
- Consegnare **il foglio bianco**, con le soluzioni scritte in modo leggibile e ordinato, e **questo foglio**.
- NON consegnare fogli di brutta copia.
- Verrà valutato solo quanto scritto **a penna (blu o nera) sul foglio bianco**.
- La durata del compito è di **3 ore**.
- È possibile ritirarsi: scrivere, ben visibile, la lettera "R" sul foglio bianco e consegnare tutti i fogli ricevuti dentro il foglio bianco.
- È vietato l'uso di libri, appunti, telefoni e calcolatrici di ogni tipo.
- Non è consentito uscire dall'aula durante la prova per nessun motivo: si potrà uscire solo dopo aver consegnato definitivamente il proprio elaborato.
- Non è consentito comunicare con altri candidati durante la prova per nessun motivo: la prova di chiunque venga sorpreso a comunicare con altri candidati sarà annullata seduta stante dalla commissione.

C

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________

FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

Ingegneria Meccanica – CANALE DISPARI
Docente: Francesco Esposito

27 giugno 2018

ESERCIZI

Esercizio 1.

1. Determinare la forma algebrica del numero complesso $w = \frac{9-7i}{3+i} - \frac{2-11i}{1+2i}$.
2. Determinare tutte le radici immaginarie pure del polinomio $X^8 - w$.

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui matrice associata alla scelta della base canonica $\mathcal{E}_3$ sia nel dominio che nel codominio è:

$$A = A_{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Determinare i valori del parametro reale k per i quali $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$ non sia invertibile.
2. Per tali valori di k, determinare una base del nucleo e delle equazioni per l'immagine di $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$.
3. Determinare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che si abbia

$$A_{\mathcal{B},\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare usuale, si consideri il sottospazio $W = <(-1,2,1),(3,-1,2)>$ e sia $\sigma : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la simmetria ortogonale di asse W.

1. Determinare una base ortonormale di autovettori di σ.
2. Determinare $\sigma(5,1,0)$.
3. Determinare tutti i vettori v per i quali $v + \sigma(v) = (2,-4,-2)$ e $\sigma(v)$ è ortogonale a v.

(voltare pagina)

Esercizio 4. Sia data, al variare del parametro reale k, la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 0 & 1-k \\ 0 & k+1 & k-1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare molteplicità algebrica e molteplicità geometrica della matrice A_k, al variare di $k \in \mathbb{R}$.
2. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
3. Determinare i valori di k per i quali esistono due autovettori di A_k ortogonali tra di loro.

Esercizio 5. Si considerino le seguenti due rette di $\mathbb{R}^3$:

$$r_1 : \begin{cases} y + z = 1 \\ -x - 2y = 0 \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Siano π_1 e π_2 due piani ortogonali tra loro, con π_1 contenente r_1 e π_2 contenente r_2.

1. Determinare posizione reciproca e distanza tra r_1 e r_2.
2. Determinare un'equazione di π_1 ed una forma parametrica di π_2.
3. Determinare tutti i punti di π_1 che distano $\sqrt{\frac{3}{22}}$ da π_2.

Regole d'esame

- Compilare ogni foglio in ogni sua parte (nome, cognome, n. matricola, docente, ecc..).
- Consegnare **il foglio bianco**, con le soluzioni scritte in modo leggibile e ordinato, e **questo foglio**.
- NON consegnare fogli di brutta copia.
- Verrà valutato solo quanto scritto **a penna (blu o nera) sul foglio bianco**.
- La durata del compito è di **3 ore**.
- È possibile ritirarsi: scrivere, ben visibile, la lettera "R" sul foglio bianco e consegnare tutti i fogli ricevuti dentro il foglio bianco.
- È vietato l'uso di libri, appunti, telefoni e calcolatrici di ogni tipo.
- Non è consentito uscire dall'aula durante la prova per nessun motivo: si potrà uscire solo dopo aver consegnato definitivamente il proprio elaborato.
- Non è consentito comunicare con altri candidati durante la prova per nessun motivo: la prova di chiunque venga sorpreso a comunicare con altri candidati sarà annullata seduta stante dalla commissione.

D

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________

FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

Ingegneria Meccanica – CANALE DISPARI
Docente: Francesco Esposito

27 giugno 2018

ESERCIZI

Esercizio 1.

1. Determinare la forma algebrica del numero complesso $w = \frac{2-11i}{1+2i} - \frac{9-7i}{3+i}$.
2. Determinare tutte le radici immaginarie pure del polinomio $X^8 - w$.

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui matrice associata alla scelta della base canonica $\mathcal{E}_3$ sia nel dominio che nel codominio è:

$$A = A_{\mathcal{E}_3,\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare i valori del parametro reale k per i quali $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$ non sia invertibile.
2. Per tali valori di k, determinare una base del nucleo e delle equazioni per l'immagine di $f + k \cdot id_{\mathbb{R}^3}$.
3. Determinare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che si abbia
$$A_{\mathcal{B},\mathcal{E}_3,f} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare usuale, si consideri il sottospazio $W = <(-2,1,1),(1,2,-3)>$ e sia $\sigma : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la simmetria ortogonale di asse W.

1. Determinare una base ortonormale di autovettori di σ.
2. Determinare $\sigma(-1,0,-5)$.
3. Determinare tutti i vettori v per i quali $v + \sigma(v) = (4,-2,-2)$ e $\sigma(v)$ è ortogonale a v.

(voltare pagina)

Esercizio 4. Sia data, al variare del parametro reale k, la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1-k & 1+k & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -k-1 & 1-k \end{pmatrix}$$

1. Determinare molteplicità algebrica e molteplicità geometrica della matrice A_k, al variare di $k \in \mathbb{R}$.
2. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
3. Determinare i valori di k per i quali esistono due autovettori di A_k ortogonali tra di loro.

Esercizio 5. Si considerino le seguenti due rette di $\mathbb{R}^3$:

$$r_1 : \begin{cases} -x+y=1 \\ 2x+z=0 \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} y+z=0 \\ -x+y-z=1 \end{cases}$$

Siano π_1 e π_2 due piani ortogonali tra loro, con π_1 contenente r_1 e π_2 contenente r_2.

1. Determinare posizione reciproca e distanza tra r_1 e r_2.
2. Determinare un'equazione di π_1 ed una forma parametrica di π_2.
3. Determinare tutti i punti di π_1 che distano $\sqrt{\frac{3}{22}}$ da π_2.

Regole d'esame

- Compilare ogni foglio in ogni sua parte (nome, cognome, n. matricola, docente, ecc..).
- Consegnare **il foglio bianco**, con le soluzioni scritte in modo leggibile e ordinato, e **questo foglio**.
- NON consegnare fogli di brutta copia.
- Verrà valutato solo quanto scritto **a penna (blu o nera) sul foglio bianco**.
- La durata del compito è di **3 ore**.
- È possibile ritirarsi: scrivere, ben visibile, la lettera "R" sul foglio bianco e consegnare tutti i fogli ricevuti dentro il foglio bianco.
- È vietato l'uso di libri, appunti, telefoni e calcolatrici di ogni tipo.
- Non è consentito uscire dall'aula durante la prova per nessun motivo: si potrà uscire solo dopo aver consegnato definitivamente il proprio elaborato.
- Non è consentito comunicare con altri candidati durante la prova per nessun motivo: la prova di chiunque venga sorpreso a comunicare con altri candidati sarà annullata seduta stante dalla commissione.