

Electric Drives  
Laboratory  
DII - UniPD

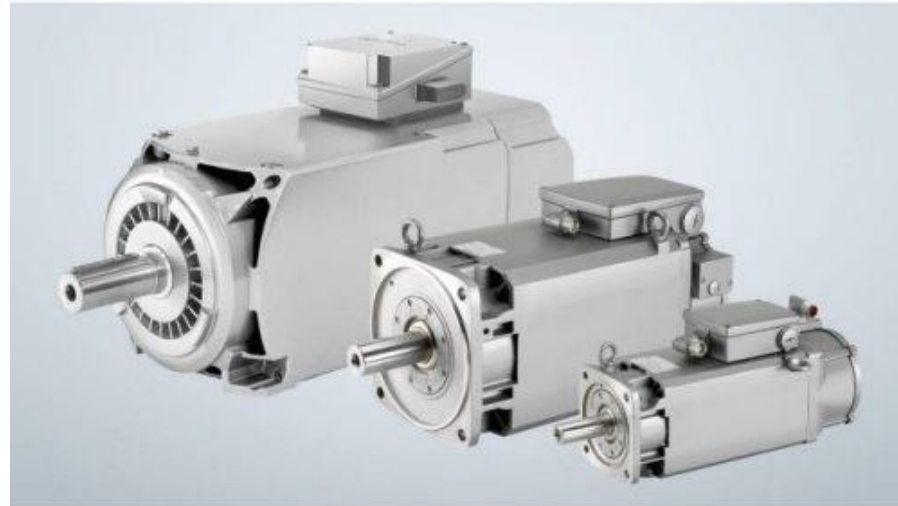
# Azionamenti Elettrici

Lezioni a.a. 2020-2021

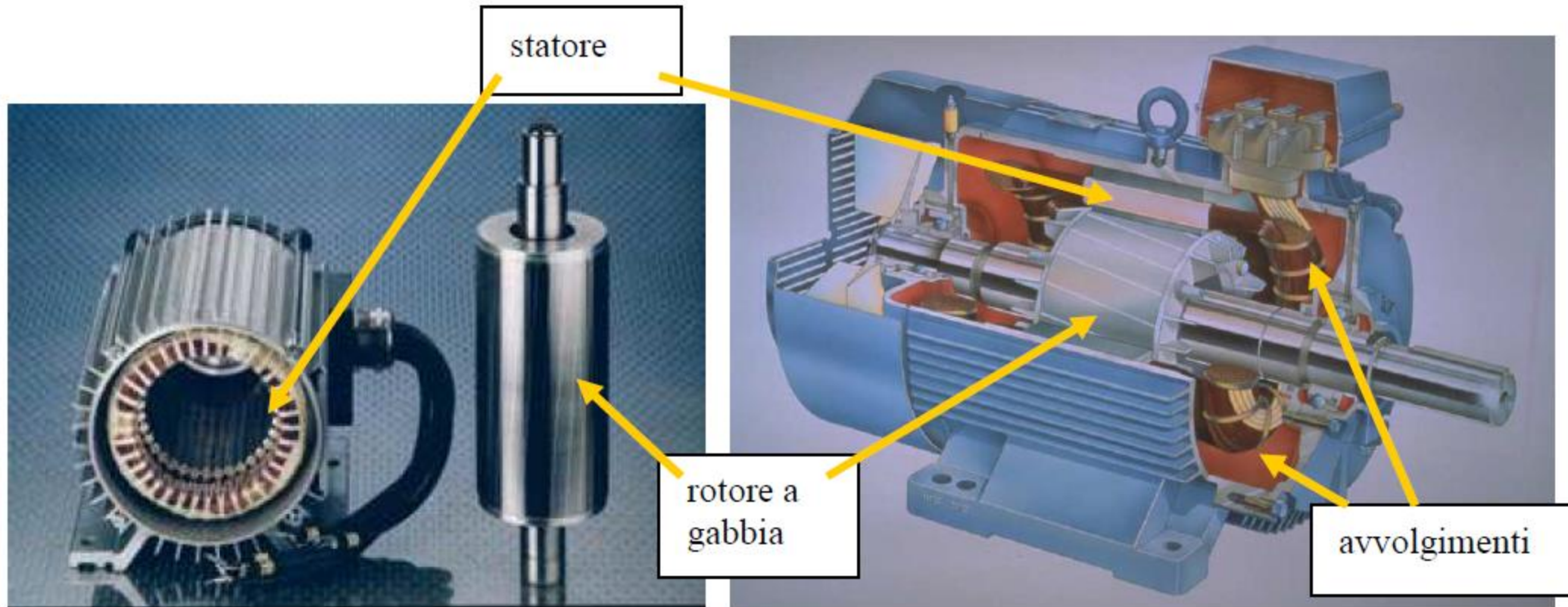
prof. Silverio Bolognani

PARTE IV

# Macchina asincrona (Macchina a induzione)

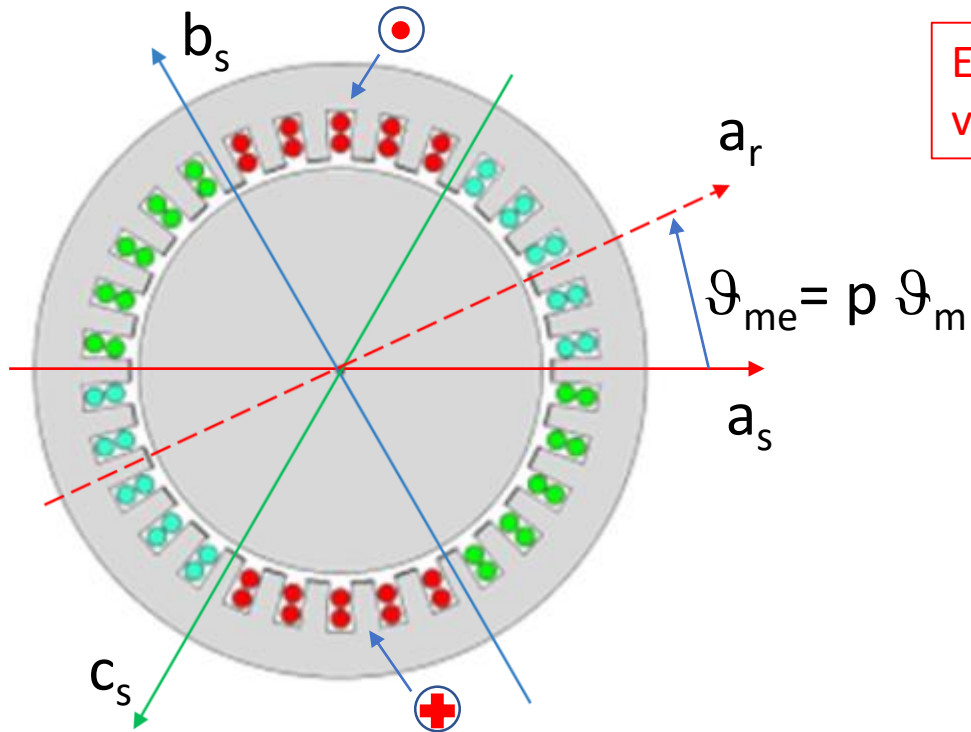


## *Statore con avvolgimento distribuito trifase, rotore a gabbia, isotropo*



# Equazioni elettriche dinamiche

- (a) Rotore «equivalente» avvolto in corto circuito
- (b) Statore e rotore entrambi trifase
- (c) Collegamento a stella; Neutro isolato
- (d) Fasi identiche, sfasate di 120 gradi elettrici



Equazioni di validità generale!

Rotore in corto circuito

Per lo statore

$$u_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d\lambda_{sa}}{dt}$$

$$u_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d\lambda_{sb}}{dt}$$

$$u_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d\lambda_{sc}}{dt}$$

Dipendente da tutte le correnti di statore e rotore

e per il rotore

$$0 = R_r i_{ra} + \frac{d\lambda_{ra}}{dt}$$

$$0 = R_r i_{rb} + \frac{d\lambda_{rb}}{dt}$$

$$0 = R_r i_{rc} + \frac{d\lambda_{rc}}{dt}$$

# Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di statore in  $d^s q^s$  ( $\alpha_s \beta_s$ )

$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\lambda_s^s}{dt}$$

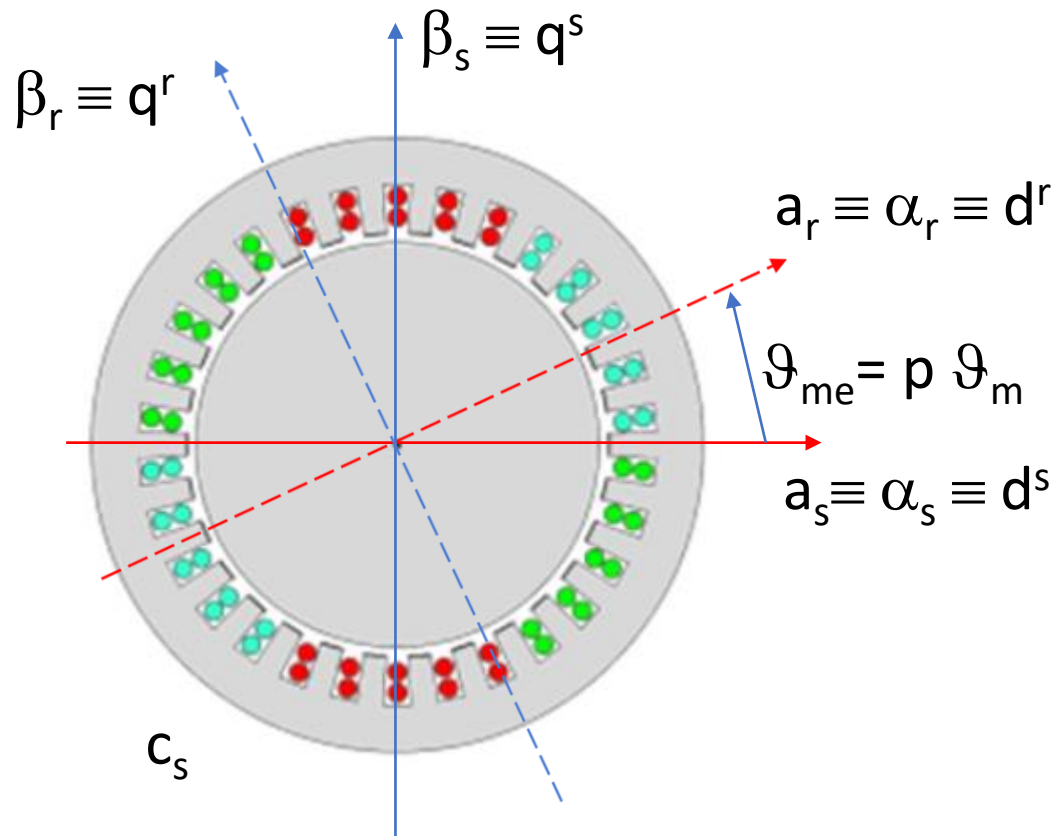
NB:  
grassetto=vettori

Equazioni di rotore in  $d^r q^r$  ( $\alpha_r \beta_r$ )

$$\mathbf{0} = R_r \mathbf{i}_r^r + \frac{d\lambda_r^r}{dt}$$

Rotore in  
corto circuito

Equazioni di  
validità generale!

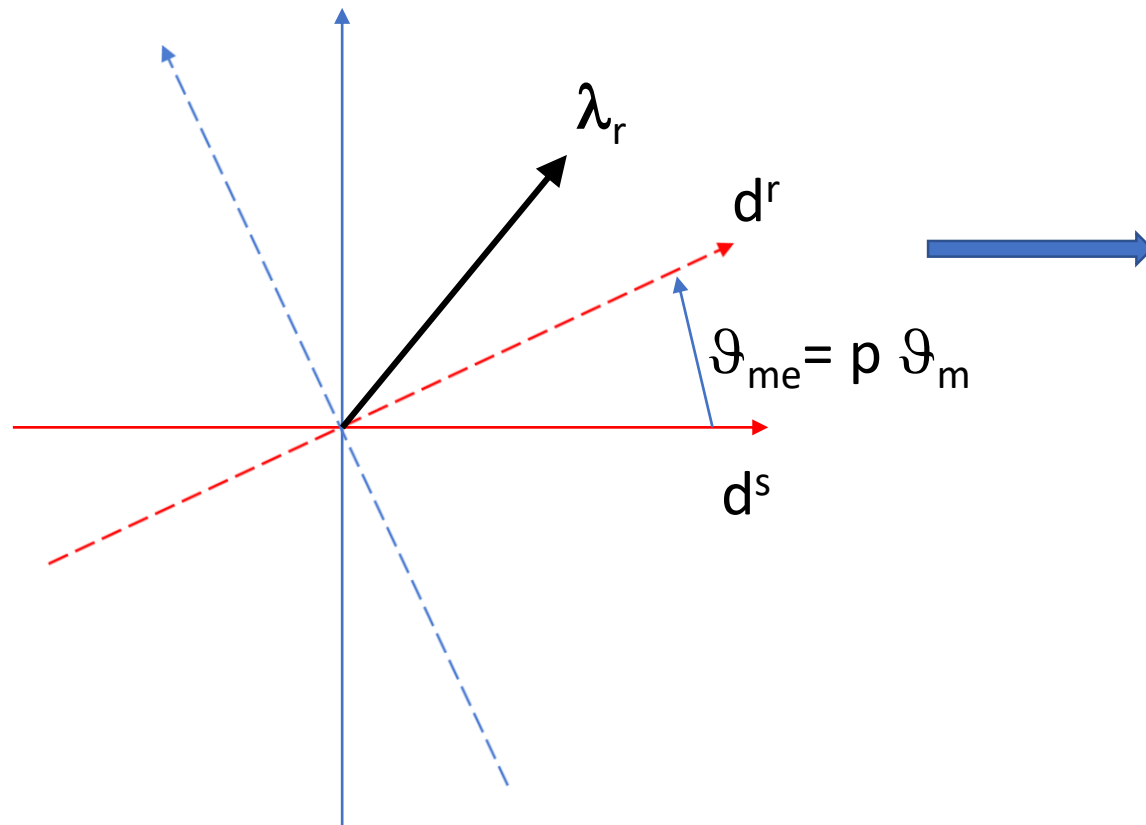


## Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di  
validità generale!

Equazioni di statore e di rotore in  $d^s q^s$  (stazionario,  $\alpha_s \beta_s$ )

$$\mathbf{u}_s^s = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_s^s}{dt}$$



$$\boldsymbol{\lambda}_r^s = \boldsymbol{\lambda}_r^r e^{j\vartheta_{me}} \quad (\text{lo stesso per la corrente})$$

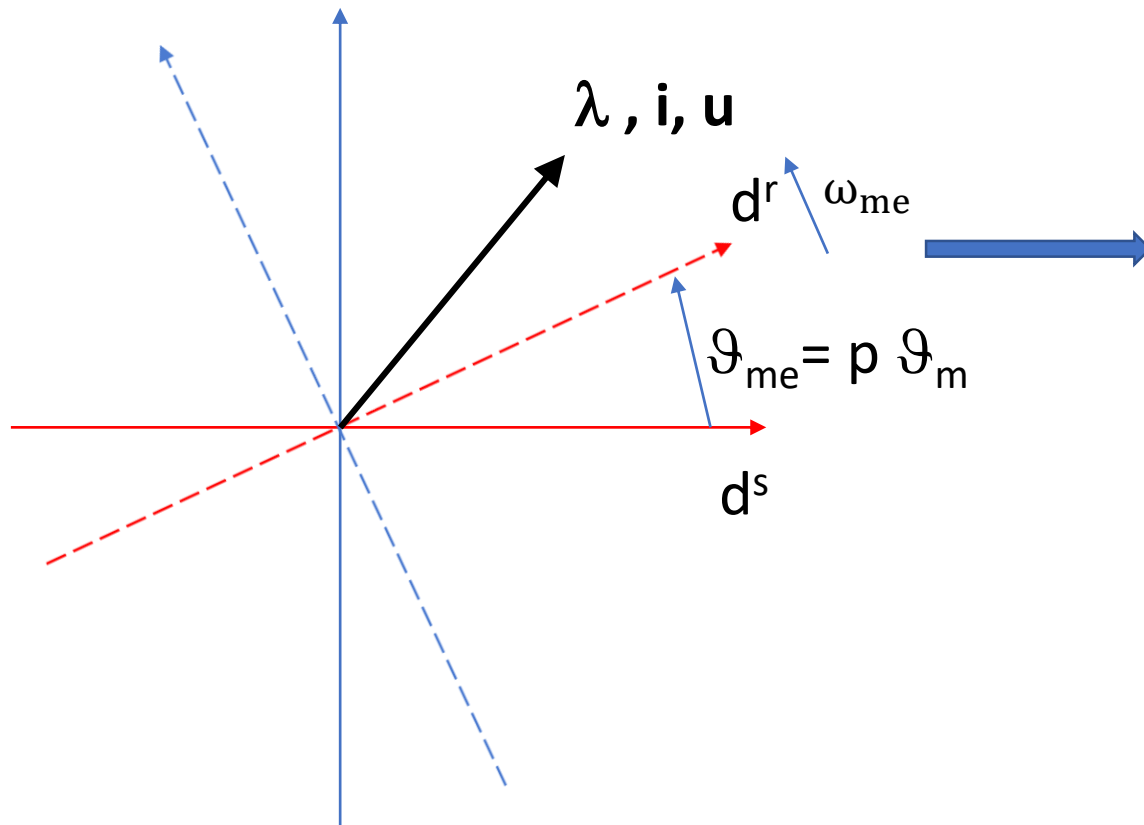
$$0 = \mathbf{R}_r (\mathbf{i}_r^s e^{-j\vartheta_{me}}) + \frac{d(\boldsymbol{\lambda}_r^s e^{-j\vartheta_{me}})}{dt}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_r^s + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_r^s}{dt} - j\omega_{me} \boldsymbol{\lambda}_r^s$$

# Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di validità generale!

Equazioni di statore e di rotore in  $d^r q^r$  (rotante sincrono con rotore,  $\alpha_r \beta_r$ )



$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\lambda_s^s}{dt}$$

$$\mathbf{u}_s^r e^{j\theta_{me}} = R_s \mathbf{i}_s^r e^{j\theta_{me}} + \frac{d(\lambda_s^r e^{j\theta_{me}})}{dt}$$

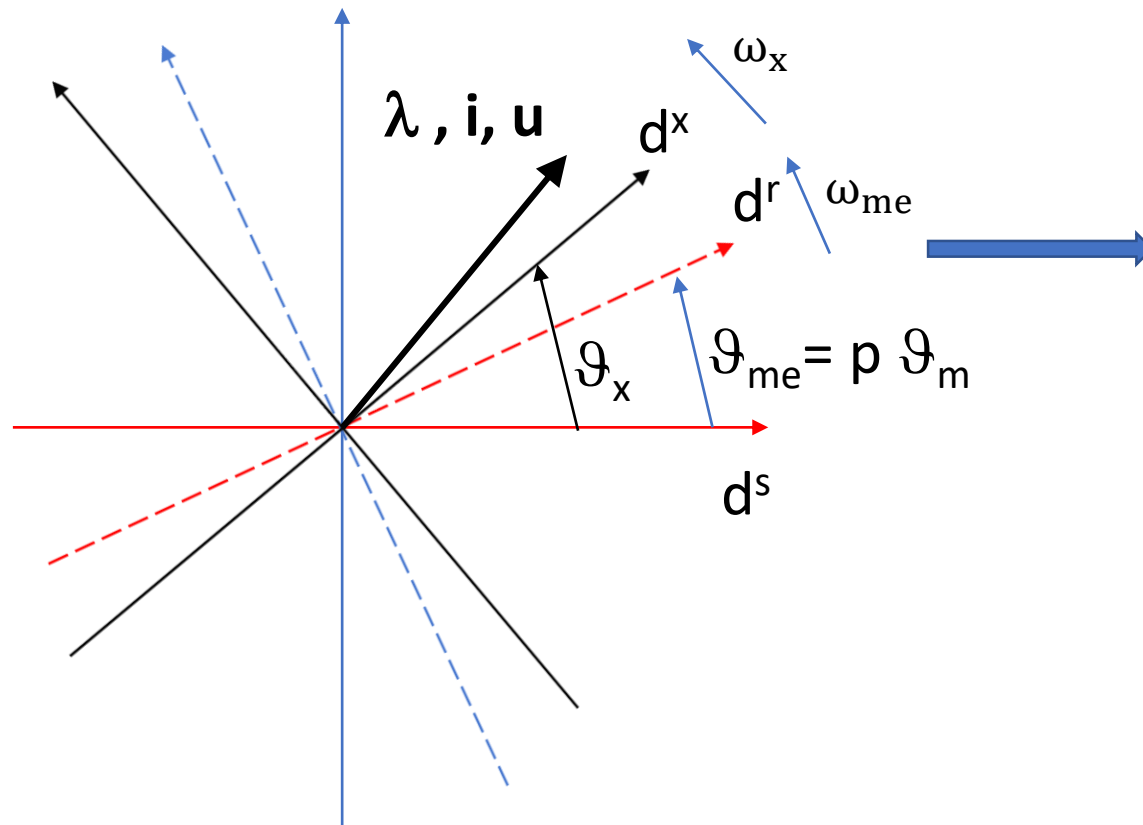
$$\mathbf{u}_s^r = R_s \mathbf{i}_s^r + \frac{d\lambda_s^r}{dt} + j\omega_{me} \lambda_s^r$$

$$\mathbf{0} = R_r \mathbf{i}_r^r + \frac{d\lambda_r^r}{dt}$$

## Equazioni elettriche dinamiche

Equazioni di statore e di rotore in  $d^x q^x$  rotante con velocità  $\omega_x$

Equazioni di  
validità generale!



$$\mathbf{u}_s^x = R_s \mathbf{i}_s^x + \frac{d\lambda_s^x}{dt} + j\omega_x \lambda_s^x$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\lambda_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me}) \lambda_r^x$$



## *Equazioni dinamiche della coppia*

- Si parte dalle equazioni elettriche di statore e di rotore in  $d^sq^s$  ( $\alpha_s \beta_s$ ) e si fa un bilancio delle potenze
- Si ricorda che (per esempio) valgono le espressioni:

$$\text{potenza assorbita} = (3/2)(u_{sd}^s i_{sd}^s + u_{sq}^s i_{sq}^s) = (3/2) \text{Re}(\mathbf{u}_s^s \check{\mathbf{i}}_s^s)$$

- Moltiplichiamo l'equazione delle tensioni di statore per  $\check{\mathbf{i}}_s^s$  e quella di rotore per  $\check{\mathbf{i}}_r^s$  e sommiamo termine a termine. Di ogni addendo poi prendiamo  $(3/2)\text{Re}(\bullet)$

**Assumiamo comportamento magnetico conservativo:**

- no perdite per isteresi magnetica,
- no correnti parassite.

## Equazioni dinamiche della coppia

Risulta:

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{u}_s^s \check{\mathbf{i}}_s^s = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s^s \check{\mathbf{i}}_s^s \\
 + \\
 0 = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_r^s \check{\mathbf{i}}_r^s \\
 + \\
 \frac{d\lambda_s^s}{dt} \check{\mathbf{i}}_s^s \\
 + \\
 \frac{d\lambda_r^s}{dt} \check{\mathbf{i}}_r^s \\
 - \\
 j\omega_{me} \lambda_r^s \check{\mathbf{i}}_r^s
 \end{array}$$

$(3/2)Re(\bullet)$   
Potenza  
assorbita

$(3/2)Re(\bullet)$   
Perdite  
joule

$(3/2)Re(\bullet)$   
 $d(\text{En.magn.})/dt$

$(3/2)Re(\bullet)$   
Potenza elettrica convertita in potenza meccanica  
= Potenza elettromeccanica =  $m\omega_m$

## *Equazioni dinamiche della coppia*

Allora:

$$m\omega_m = \frac{3}{2} \operatorname{Re}(-j\omega_{me} \lambda_r^s \dot{i}_r^s) = \frac{3}{2} \operatorname{Im}(\omega_{me} \lambda_r^s \dot{i}_r^s) = \frac{3}{2} (p\omega_m) \operatorname{Im}(\lambda_r^s \dot{i}_r^s)$$

In definitiva:

$$m = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(\lambda_r^s \dot{i}_r^s) = \frac{3}{2} p (\lambda_{rq}^s i_{rd}^s - \lambda_{rd}^s i_{rq}^s)$$

## Equazioni dinamiche della coppia

Ma si può anche scrivere:

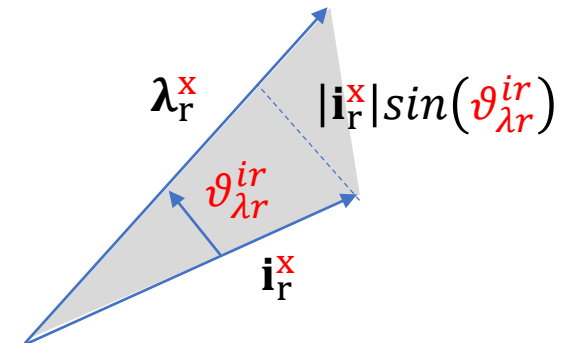
$$m = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(\boldsymbol{\lambda}_r^s \dot{\mathbf{i}}_r^s) = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(|\boldsymbol{\lambda}_r^s| e^{j\vartheta_{\lambda r}^s} |\mathbf{i}_r^s| e^{-j\vartheta_{ir}^s}) = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^s| |\mathbf{i}_r^s| \operatorname{Im}(e^{j(\vartheta_{\lambda r}^s - \vartheta_{ir}^s)})$$

In definitiva:

$$m = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^s| |\mathbf{i}_r^s| \sin(\vartheta_{\lambda r}^s - \vartheta_{ir}^s) = \frac{3}{2} p |\boldsymbol{\lambda}_r^x| |\mathbf{i}_r^x| \sin(\vartheta_{\lambda r}^{ir})$$

Sfasamento fra  
flusso e corrente non  
dipende dal sistema  
di riferimento

I moduli non dipendono dal  
sistema di riferimento



$$m = 3p \cdot \text{area\_triangolo}$$

## Equazioni dinamiche della coppia

Se l'espressione non dipende dal sistema di riferimento, allora vale:

$$m = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(\lambda_r^x \dot{\mathbf{i}}_r^x) = \frac{3}{2} p (\lambda_{rq}^x i_{rd}^x - \lambda_{rd}^x i_{rq}^x)$$

Con analogo procedimento, partendo dalle equazioni in d<sup>r</sup>q<sup>r</sup>:

$$m = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(-\lambda_s^x \dot{\mathbf{i}}_s^x) = \frac{3}{2} p |\lambda_s^x| |\dot{\mathbf{i}}_s^x| \sin(\vartheta_{is}^{\lambda s}) = \frac{3}{2} p (\lambda_{sd}^x i_{sq}^x - \lambda_{sq}^x i_{sd}^x)$$