Esercizi tutorato Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria - V incontro

Ex 1. Nello spazio vettoriale $M_{2,2}(\mathbb{R})$, siano definiti i vettori:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2\pi - 1 & e \\ 0 & e \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Si trovi una base di $V = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ di cui non facciano parte multipli di v_1, di v_2, o di v_3. Si determinino poi delle equazioni cartesiane di V.

Ex 2. Dati i seguenti sottispazi vettoriali di $\mathbb{R}^{[\leq 3]}$:

$$V = < x^2, x^3 + 1 >, \quad W = < x + 2, 2x^3 - 5x^2 - x >,$$

si determini una base di $P = V + W$. Inoltre si trovi, se esiste, un sottospazio $U \leq \mathbb{R}^{[\leq 3]}$ tale che $P \oplus U = \mathbb{R}^{[\leq 3]}$.

Ex 3. Si consideri la seguente applicazione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ cosí definita:

$$f(x, y, z) = (2x + 4y, z - 2y).$$

Si dica se f é lineare e se f é iniettiva. Si scelga poi una base v_1, v_2, v_3 di $\mathbb{R}^3$ e si dica se le immagini dei vettori di tale base, $f(v_1)$, $f(v_2)$, $f(v_3)$, generano l'intero spazio $\mathbb{R}^2$.