

## Esercizi tutorato Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria - IX incontro

**Ex 1.** Si consideri l'endomorfismo  $f$  su  $\mathbb{R}^3$ , la cui matrice rispetto alla base canonica (sia per il dominio, sia per il codominio) è:

$$F = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 12 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Si determini, se possibile, una base  $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$  di  $\mathbb{R}^3$  rispetto alla quale la matrice  $F_{\mathcal{B}_1}$  di  $f$  sia diagonale, indicando la matrice di cambio di base  $T$ .

**Ex 2.** Si consideri la matrice  $B \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ :

$$B = \begin{bmatrix} a+2 & 8 & 0 & 0 & -a-8 \\ a & 6 & 0 & 0 & -a-4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ a+2 & 6 & 0 & 0 & -a-6 \\ a & 8 & 0 & 0 & -a-6 \end{bmatrix}.$$

Si determini per quali valori del parametro reale  $a$  è possibile decomporre  $\mathbb{R}^5$  in somma diretta di autospazi di  $B$ .

**Ex 3.** Si consideri l'endomorfismo  $f$  su  $\mathbb{R}^4$  di cui è noto che:

- $[0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$  è autovettore associato all'autovalore 2;
- $[2 \ 1 \ 0 \ 0]^T \in \ker(f)$ ;
- $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  appartiene all'autospazio associato a  $-3$ ;
- $[0 \ 1 \ 1 \ 0]^T$  viene mappato tramite  $f$  in  $[4 \ 4 \ 0 \ 4]^T$ .

$f$  è diagonalizzabile? In caso affermativo, indicare una base rispetto a cui la matrice di  $f$  risulti diagonale.

**Ex 4.** Si considerino le seguenti tre matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -7 & -14 & 21 \\ 3 & 6 & -9 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 13 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Si dica, motivando la risposta, quali di esse possono essere simili.