

Esercizi tutorato Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria - XII incontro

Ex 1. Nello spazio euclideo usuale si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x - y - 2z = 3 \end{cases}, \quad s : \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \left\langle \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

- Determinare una forma parametrica di r e una cartesiana di s ; determinare la posizione reciproca e la loro distanza.
- Determinare un piano π equidistante da r e s .
- Determinare tutti i punti P del piano π tali che si abbia $\text{dist}(r, \pi) = \text{dist}(r, P)$.

Ex 2. Nello spazio euclideo usuale si considerino i punti:

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Sia π il piano passante per A, B, C .

- Si determini il punto $E \in \pi$ di minima distanza da D .
- Si determini il punto F tale che D, E, F siano allineati e si abbia $\text{dist}(D, E) = \text{dist}(E, F)$.

Ex 3. Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino:

$$P = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r : \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad s : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + 3y - 2z = 8 \end{cases}.$$

- Determinare un'equazione cartesiana di π tale che $P \in \pi$ e $r \subset \pi$.
- Determinare la posizione reciproca di s e π e la loro distanza.
- Determinare la distanza reciproca di s ed r .

Ex 4. Dato $p \in \mathbb{C}$, sia $\omega = \frac{p - 2i}{p + i} + \frac{4i - 1}{\bar{p} - i}$.

- Per $p = 2 + i$ determinare ω e tutte le radici di $z^3 - \omega = 0$, $z \in \mathbb{C}$.
- Determinare quali condizioni su p assicurano $\omega \in \mathbb{R}$.