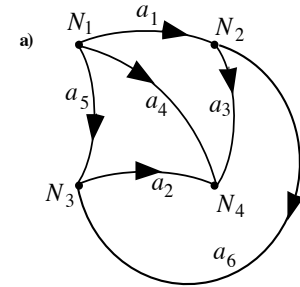


# FORMULAZIONI TOPOLOGICHE MATICIALI cap. 4

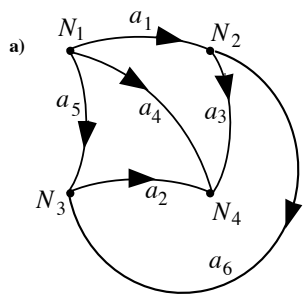
## Matrice di incidenza completa



b)

$$A_a = \begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \begin{matrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

## Matrice di incidenza



b)

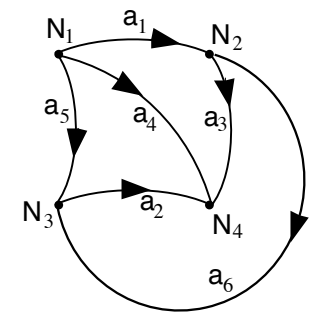
$$A = \begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \begin{matrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

## Vettori delle correnti e LKC

$$\mathbf{i} \triangleq [ i_1(t) \quad i_2(t) \quad \dots \quad i_h(t) \quad \dots \quad i_\ell(t) ]^T$$

$$A = \begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \begin{matrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} i_1 + 0 + 0 + i_4 + i_5 + 0 = 0 \\ -i_1 + 0 + i_3 + 0 + 0 + i_6 = 0 \\ 0 + i_2 + 0 + 0 - i_5 - i_6 = 0 \end{cases}$$

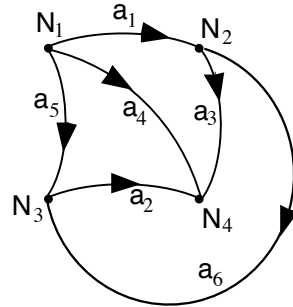


$$\mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{0}$$

## Vettori delle tensioni e LKT

$$\mathbf{v} \triangleq \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) & \dots & v_h(t) & \dots & v_\ell(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{u} \triangleq \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) & \dots & u_h(t) & \dots & u_{n-1}(t) \end{bmatrix}^T$$



$$\mathbf{A}^T = \begin{matrix} & \begin{matrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} u_1 - u_2 + 0 = v_1 \\ 0 + 0 + u_3 = v_2 \\ u_1 + 0 + 0 = v_3 \\ 0 + u_2 + 0 = v_4 \\ u_1 + 0 - u_3 = v_5 \\ 0 + u_2 - u_3 = v_6 \end{array} \right. \mathbf{A}^T \mathbf{u} = \mathbf{v}$$

## A e LKC e LKT

$$\mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{0}$$

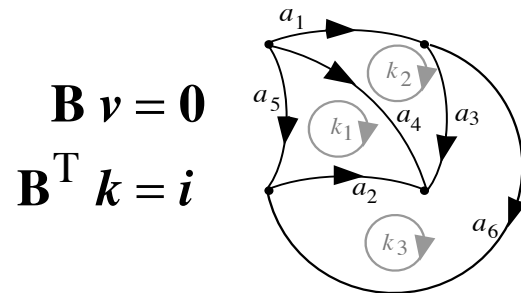
$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} = \mathbf{v}$$

$$\mathbf{i} \triangleq \begin{bmatrix} i_1(t) & i_2(t) & \dots & i_h(t) & \dots & i_\ell(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{v} \triangleq \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) & \dots & v_h(t) & \dots & v_\ell(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{u} \triangleq \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) & \dots & u_h(t) & \dots & u_{n-1}(t) \end{bmatrix}^T$$

## Matrice d'anello B e LKC e LKT



$$\mathbf{B} \mathbf{v} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{k} = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{v} \triangleq \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) & \dots & v_h(t) & \dots & v_\ell(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{i} \triangleq \begin{bmatrix} i_1(t) & i_2(t) & \dots & i_h(t) & \dots & i_\ell(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{k} = [k_1(t) \dots k_m(t)]^T$$

## FORMULAZIONI MATRICIALI DELLE LEGGI TOPOLOGICHE

$$\begin{array}{l} LKC \\ LKT \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u} = \mathbf{v} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B}^T \mathbf{k} = \mathbf{i} \\ \mathbf{B} \mathbf{v} = \mathbf{0} \end{array} \right.$$

# DUALITA' FONDAMENTALI

tensione	corrente
resistore	resistore
resistenza	conduttanza
cortocircuito	circuito aperto
interruttore chiuso	interruttore aperto
generatore ideale di tensione	generatore ideale di corrente
tensione impressa (f.e.m.)	corrente impressa (c.i.)
serie	parallelo

# DUALITA' TOPOLOGICHE

grandezza elettrica	corrente	tensione
legge di Kirchhoff	LKC	LKT
1° sottografo	insieme di taglio	maglia
2° sottografo numero di elementi	nodo $n$	anello* $as$
3° sottografo e numero di lati	albero $r = n - 1$	coalbero $c = \ell - n + 1$ ( $c = as - 1 = a^*$ )
equazioni indipendenti per il 1° sottografo	$t = n - 1$ , ad un sistema di insiemi di taglio indipendenti	$m = \ell - n + 1$ , ad un sistema di maglie indipendenti
equazioni indipendenti per il 2° sottografo	$t$ a $n - 1$ nodi (si esclude il nodo di massa)	$m$ a $as - 1 = a$ anelli* (di solito si esclude l'anello esterno)
equazioni indipendenti per il 3° sottografo	$t$ a ad un sistema di $r$ insiemi di taglio fondamentali	$m$ ad un sistema di $c$ maglie fondamentali
il sottografo 1° ammette come casi particolari i sottografi 2° e 3° i sottografi 2° e 3° possono non coincidere		
n° di grandezze indipendenti e dipendenti	$m$ correnti indipendenti, $n - 1$ correnti dipendenti	$n - 1$ tensioni indipendenti, $m$ tensioni dipendenti
grandezze indipendenti ausiliarie	$m$ correnti cicliche	$n - 1$ potenziali ai nodi
grandezze dipendenti e vincoli con le variabili ausiliarie	$\ell$ correnti di rete espresse come somma algebrica di correnti cicliche (come differenze di due correnti d'anello*)	$\ell$ tensioni di rete espresse come d.d.p.