

Università di Padova - Scuola di Ingegneria

Massimo Guarnieri

Elettrotecnica

Capitolo 3

Principio di equivalenza

Enunciato

Due m-bipoli sono equivalenti se:

- 1) sono dotati dello stesso numero di morsetti, cosicché questi possono essere messi a due a due in corrispondenza;
- 2) presentano le medesime relazioni tensione-corrente tra morsetti corrispondenti, convenzionati allo stesso modo.

Precisazioni e conseguenze

- due m-bipoli equivalenti possono essere sostituiti l'uno all'altro.
- due bipoli equivalenti hanno uguali caratteristiche esterne.
- due m-bipoli equivalenti scambiano la medesima potenza elettrica, a parità di condizioni di connessione.
- nessuna equivalenza vale tra i fenomeni energetici che avvengono all'interno dei due m-bipoli.

Topologia delle reti elettriche

- È data dai collegamenti degli n-poli
- Prescinde dalla collocazione spaziale dei componenti.
- Coinvolge le leggi di Kirchhoff (relazioni tra correnti e relazioni tra tensioni).
- Permette di scrivere in modo efficace tali equazioni.

Considerano prima reti di soli bipoli ...

... e anzitutto le connessioni elementari tra due soli bipoli:

- CONNESSIONE SERIE
- CONNESSIONE PARALLELO

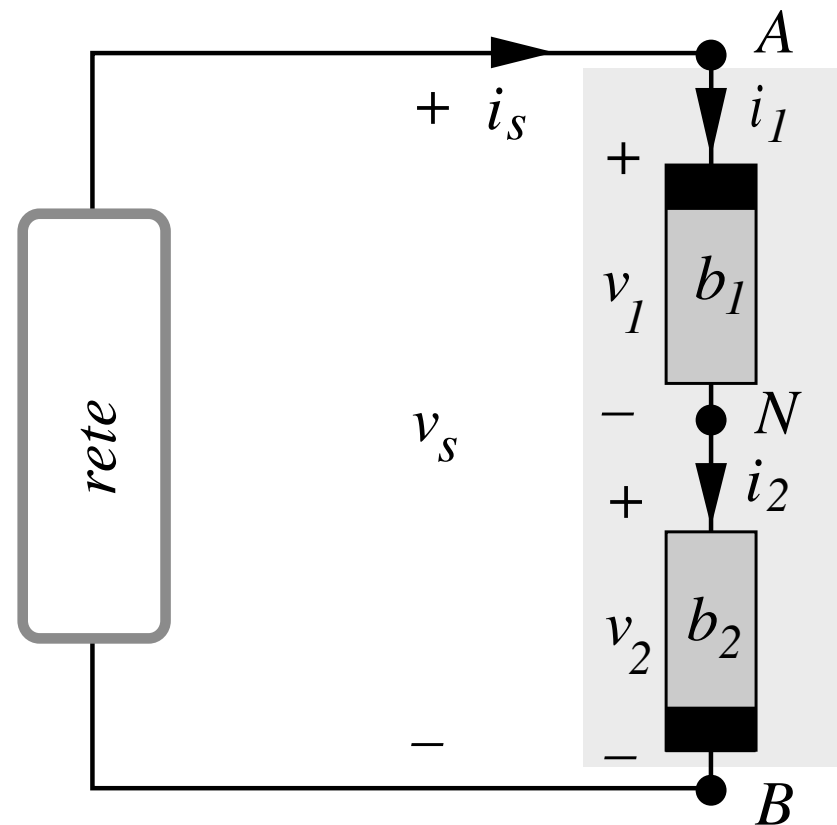
Serie di due bipoli

Esiste un nodo N al quale sono collegati solo due morsetti dei due bipoli:

$$i_s = i_1 = i_2$$

$$v_s = v_1 + v_2$$

vogliono dire che le tensioni si sommano
a parità di corrente



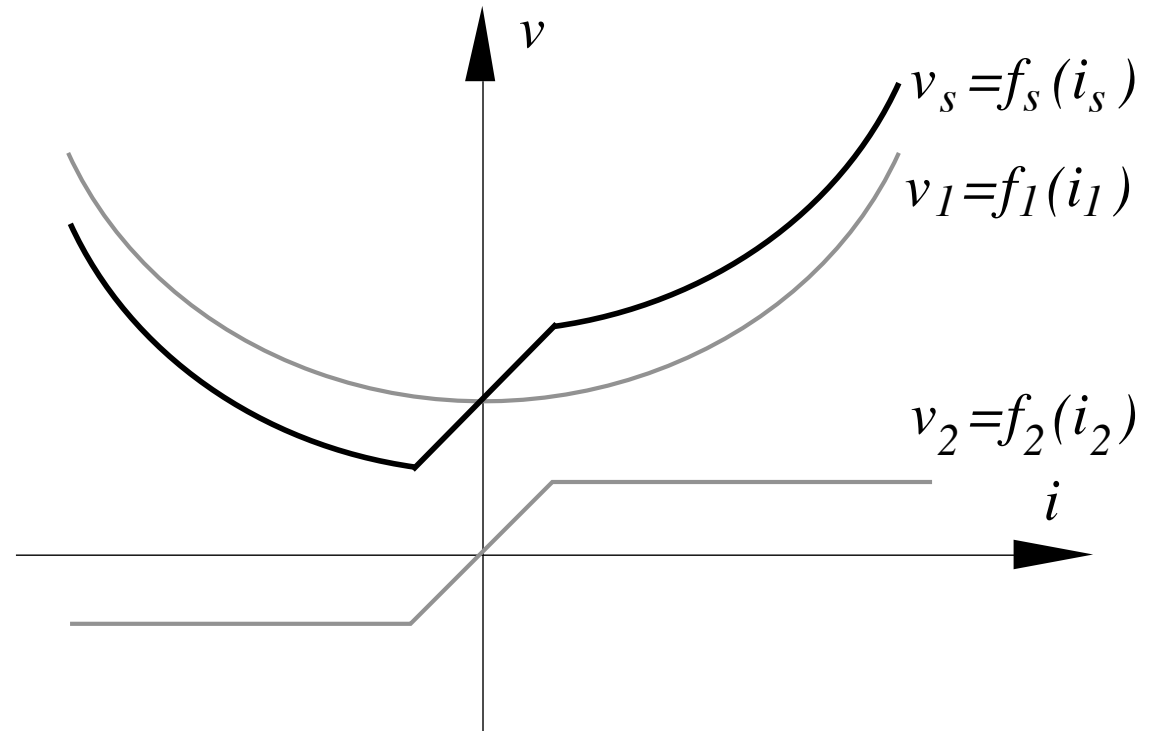
Serie di due bipoli

Esiste un nodo N al quale sono collegati solo due morsetti dei due bipoli:

$$i_s = i_1 = i_2$$

$$v_s = v_1 + v_2$$

vogliono dire che le tensioni si sommano a parità di corrente



Serie di due resistori

Dalle equazioni:

$$v_1 = R_1 i_1 \quad \text{e} \quad v_2 = R_2 i_2$$

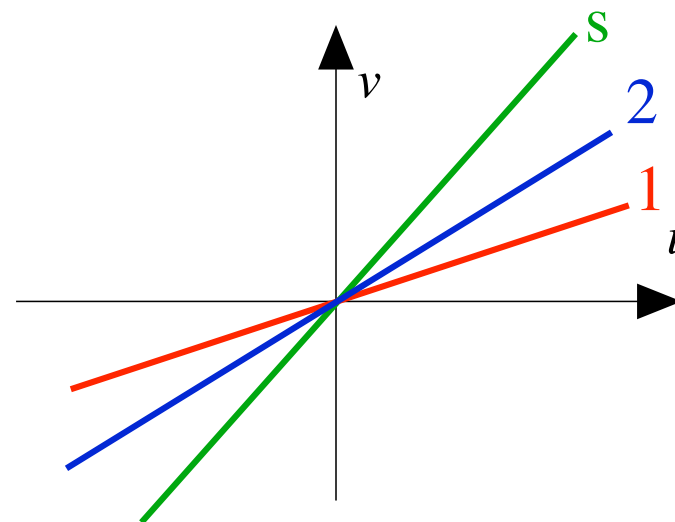
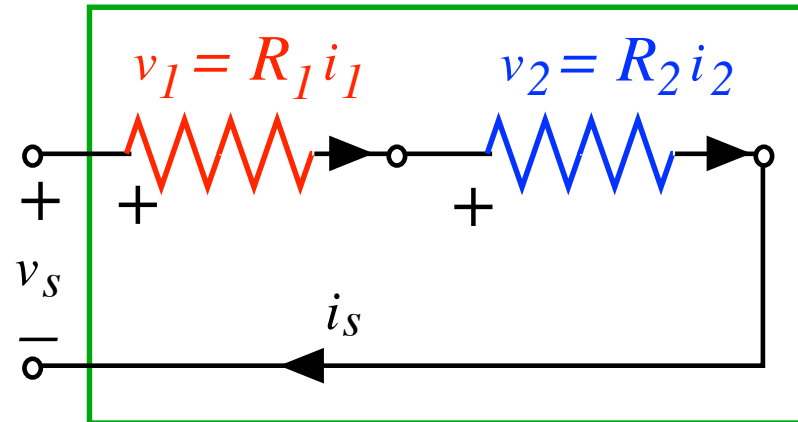
$$i_s = i_1 = i_2 \quad \text{e} \quad v_s = v_1 + v_2$$

si ottiene:

$$v_s = R_1 i_1 + R_2 i_2 = (R_1 + R_2) i_s$$

ossia:

$$v_s = R_s i_s \quad \text{con:} \quad R_s = R_1 + R_2$$



Serie di un GIT e di un resistore

Dalle equazioni:

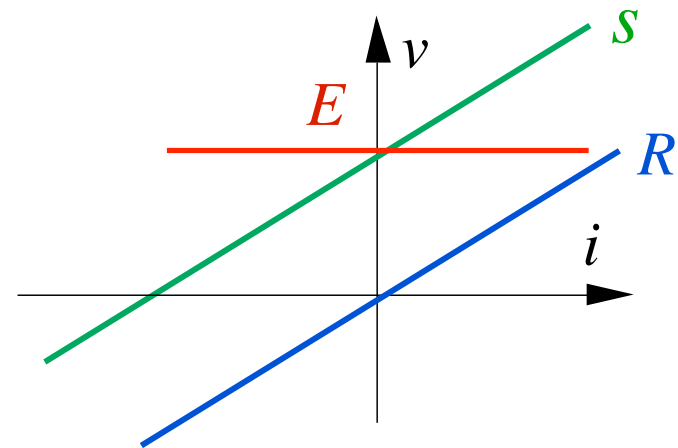
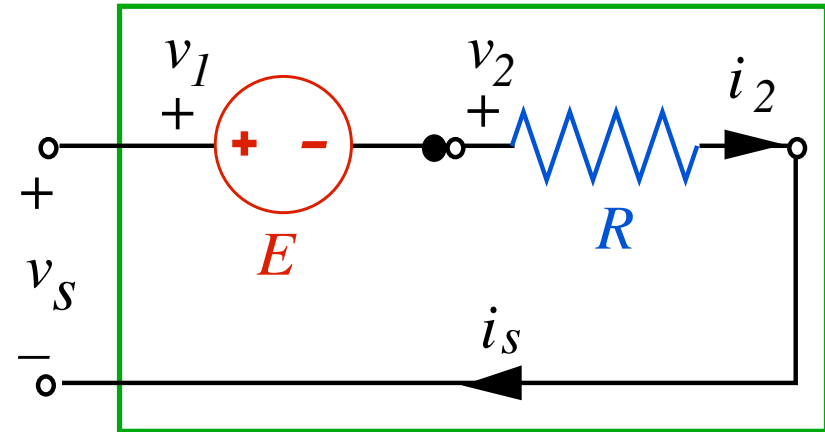
$$v_1 = E \quad \text{e} \quad v_2 = R i_2$$

$$i_s = i_1 = i_2 \quad \text{e} \quad v_s = v_1 + v_2$$

si ottiene:

$$v_s = E + R i_s$$

con la convenzione degli utilizzatori



Serie di un GIT e un resistore

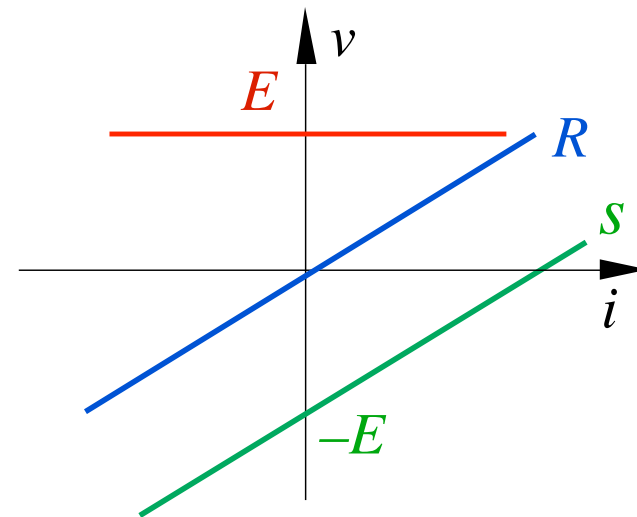
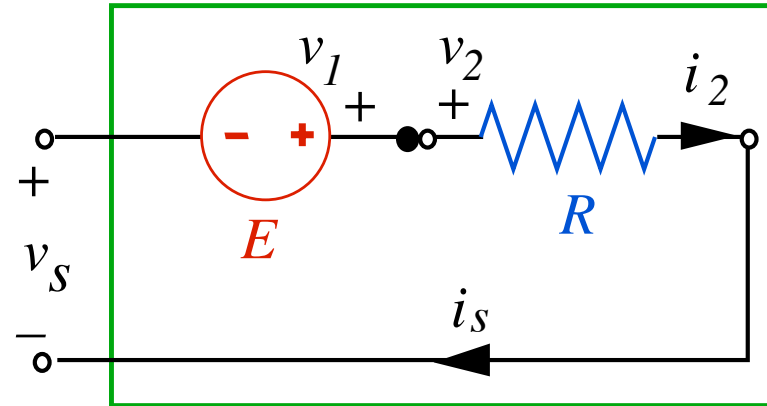
Invertendo la connessione del GIT:

$$v_1 = E \quad \text{e} \quad v_2 = R i_2$$

$$i_s = i_1 = i_2 \quad \text{e} \quad v_s = -v_1 + v_2$$

si ottiene:

$$v_s = -E + R i_s$$



Serie di un GIT e un resistore

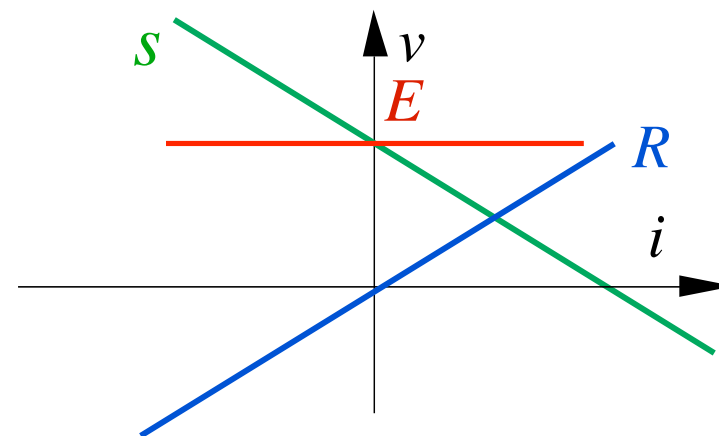
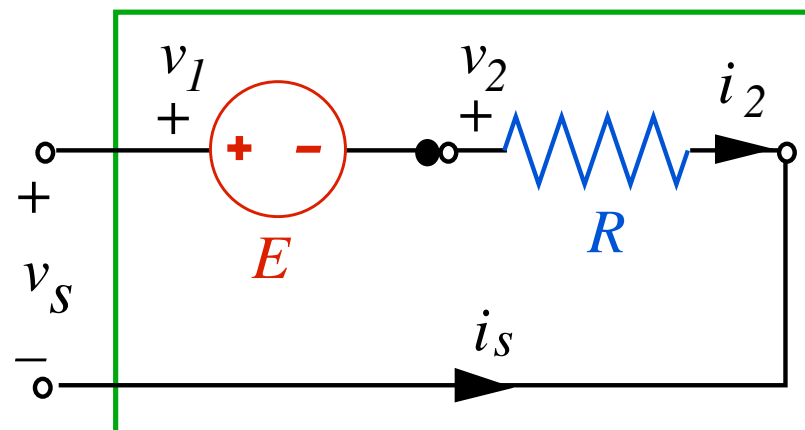
Applicando invece la convenzione dei generatori (invertendo il riferimento di i_s):

$$v_1 = E \quad \text{e} \quad v_2 = R i_2$$

$$i_s = i_1 = -i_2 \quad \text{e} \quad v_s = v_1 + v_2$$

si ottiene:

$$v_s = E - R i_s$$



Serie di un GIC e un resistore

Il GIC non è controllato in corrente \rightarrow non si può usare il metodo standard, ma la serie si può fare:

$$i_1 = J \quad (\text{sempre}) \quad \text{e} \quad v_2 = R i_2$$

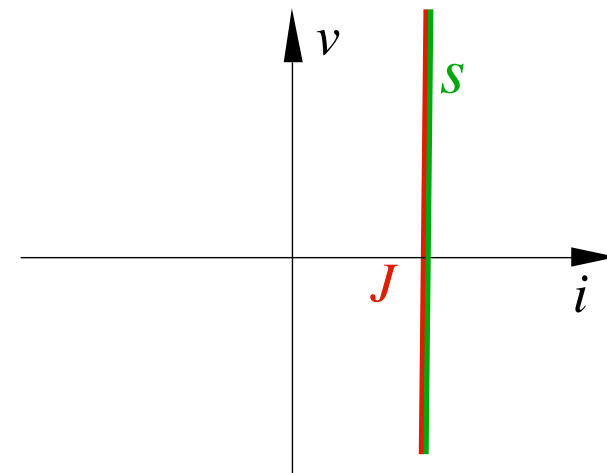
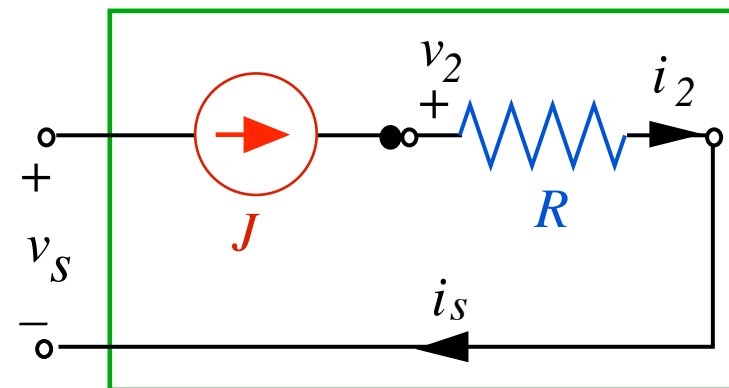
$$i_s = i_1 = i_2 \quad \text{ma} \quad v_s = v_1 + v_2 \quad \text{non è applicabile}$$

però si può procedere così:

$$i_s = J \quad (\text{sempre}) \quad \text{e} \quad \text{inoltre:} \quad v_s = v_1 + R i_2$$

\rightarrow Il bipolo equivalente è un GIC con stessa J ,
ma diversa tensione

risultati analoghi si ottengono dalla serie di un GIC e un GIT

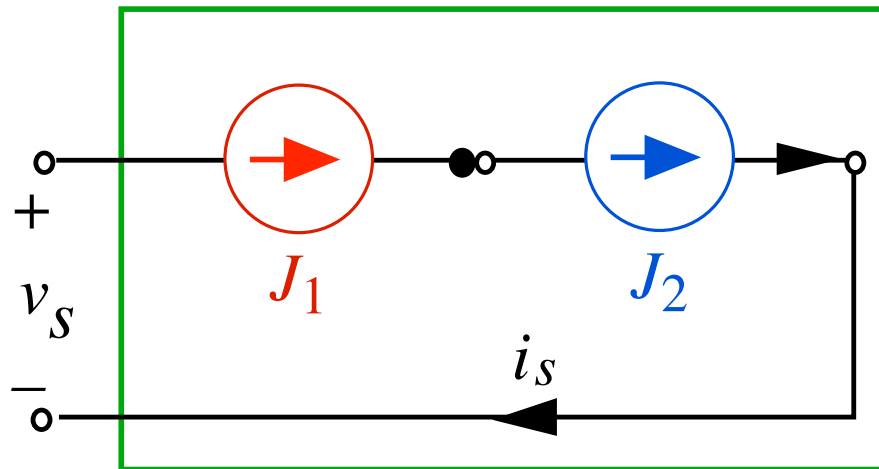


Osservazione

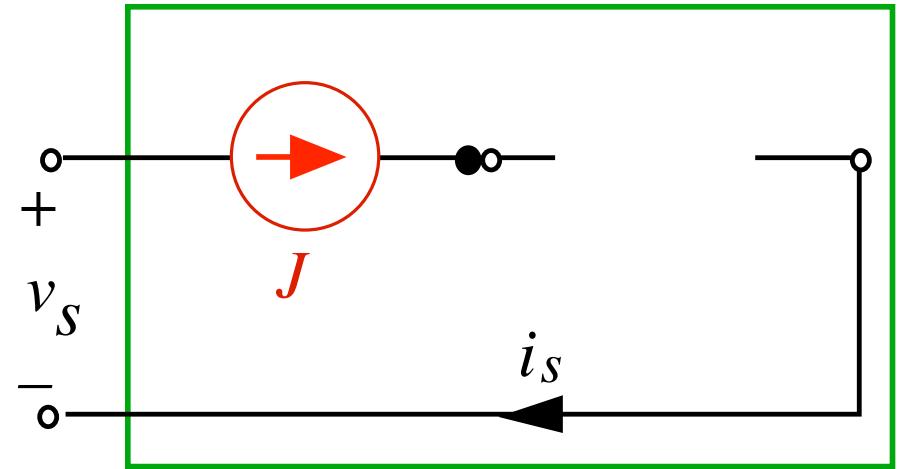
Non tutti le coppie di bipoli possono essere messi in serie

Esempi:

- due GIC con correnti impresse diverse
- un GIC ed un circuito aperto



Sì se $J_1 = J_2$, MAI se $J_1 \neq J_2$



MAI

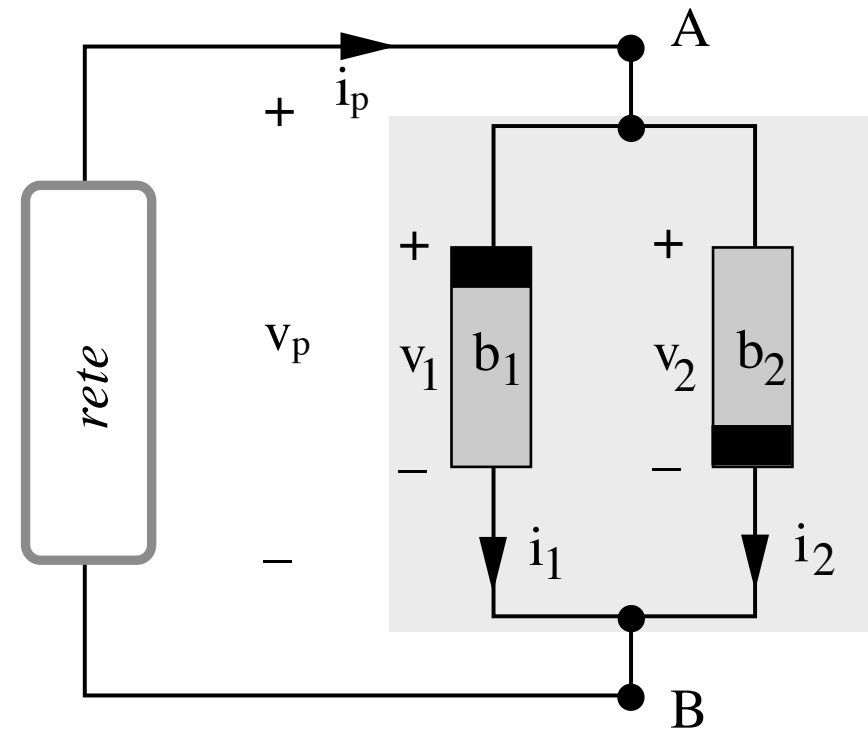
Parallelo di due bipoli

I due bipoli hanno ciascuno un morsetto connesso al nodo A e un morsetto connesso al nodo B:

$$i_p = i_1 + i_2$$

$$v_p = v_1 = v_2$$

vogliono dire che le correnti si sommano a parità di tensione



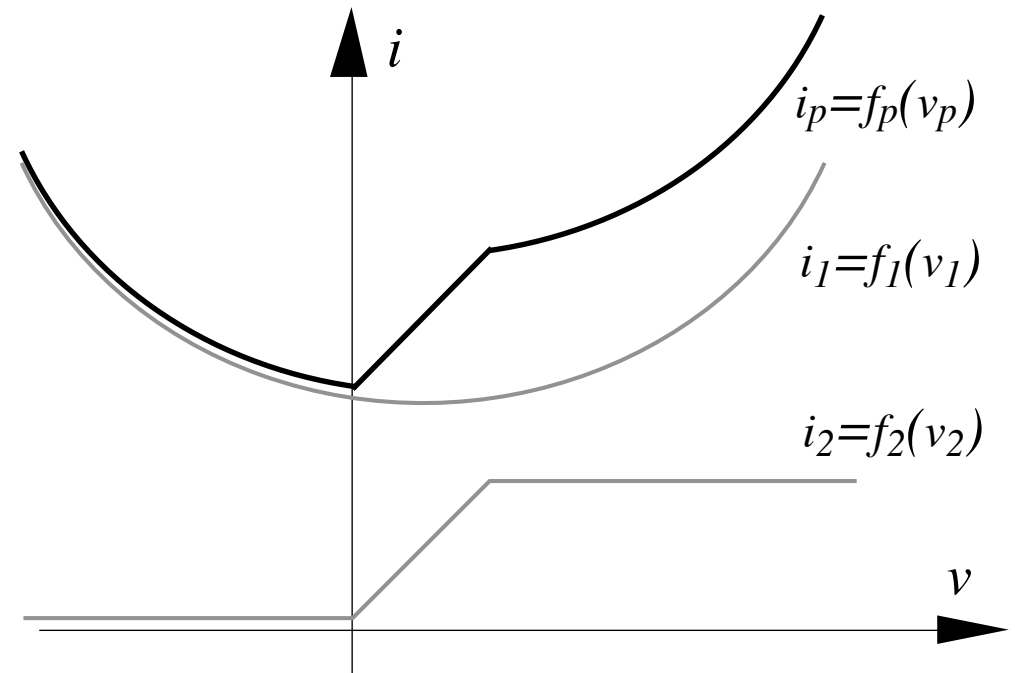
Parallelo di due bipoli

I due bipoli hanno ciascuno un morsetto connesso al nodo A e un morsetto connesso al nodo B:

$$i_p = i_1 + i_2$$

$$v_p = v_1 = v_2$$

vogliono dire che le correnti si sommano a parità di tensione



Parallelo di due resistori

Dalle equazioni:

$$i_1 = G_1 v_1 \quad \text{e} \quad i_2 = G_2 v_2$$

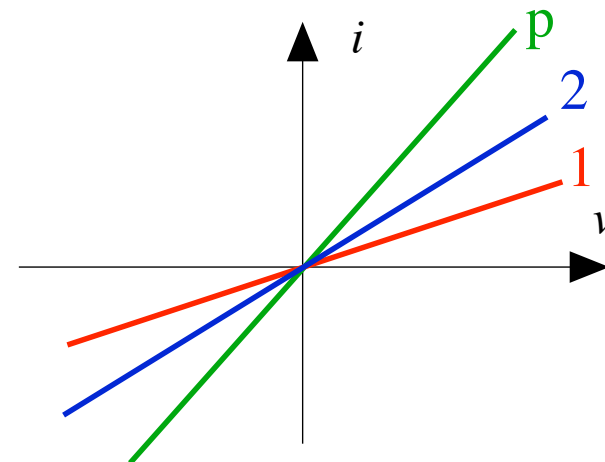
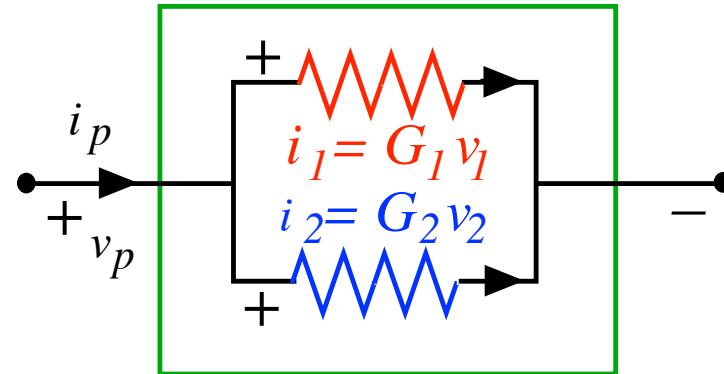
$$i_p = i_1 + i_2 \quad \text{e} \quad v_p = v_1 = v_2$$

si ottiene:

$$i_p = G_1 v_1 + G_2 v_2 = (G_1 + G_2) v_p$$

ossia:

$$i_p = G_p v_p \quad \text{con:} \quad G_p = G_1 + G_2$$



Parallelo di un GIC e di un resistore

Dalle equazioni:

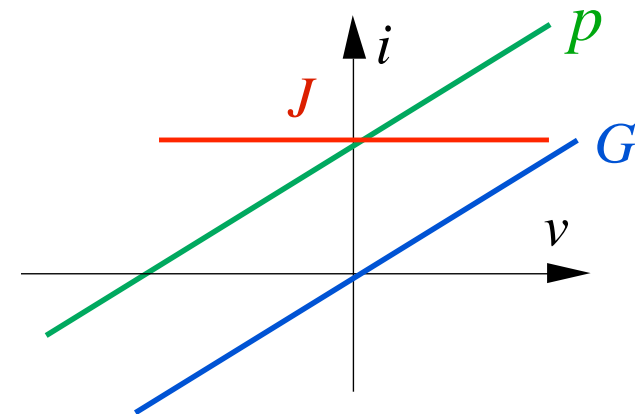
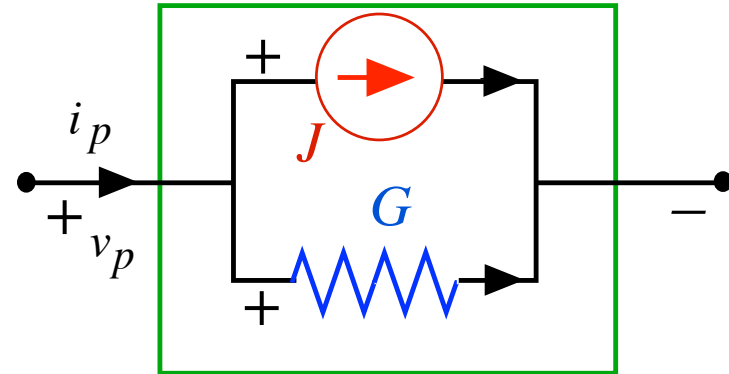
$$i_1 = J \quad \text{e} \quad i_2 = G v_2$$

$$i_p = i_1 + i_2 \quad \text{e} \quad v_p = v_1 = v_2$$

si ottiene:

$$i_p = J + G v_p$$

con la convenzione degli utilizzatori



Parallelo di un GIC e un resistore

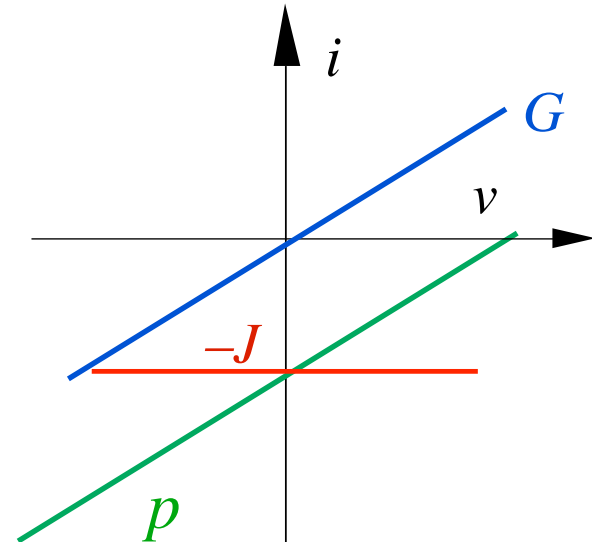
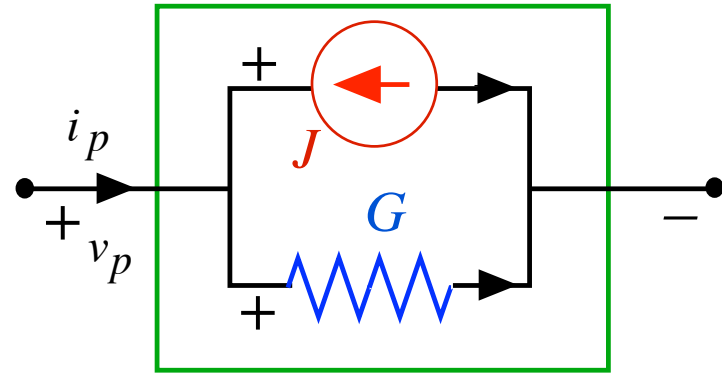
Invertendo la connessione del GIC:

$$i_1 = J \quad \text{e} \quad i_2 = G v_2$$

$$v_p = v_1 = v_2 \quad \text{e} \quad i_s = -i_1 + i_2$$

si ottiene:

$$i_p = -J + G v_p$$



Parallelo di un GIC e di un resistore

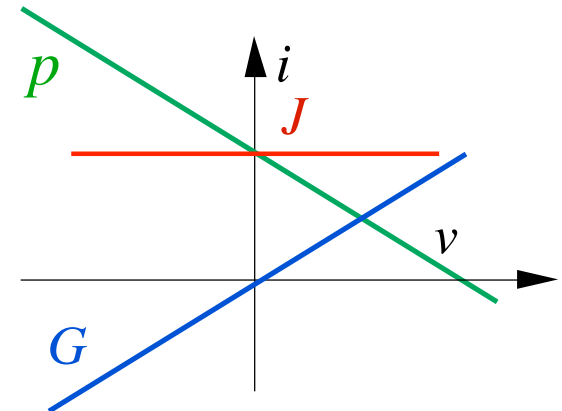
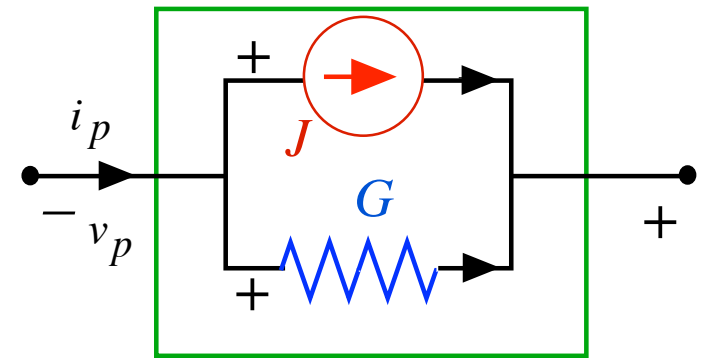
Applicando invece la convenzione dei generatori (invertendo il riferimento di v_p):

$$i_1 = J \quad \text{e} \quad i_2 = G v_2$$

$$i_p = i_1 + i_2 \quad \text{e} \quad v_p = -v_1 = -v_2$$

si ottiene:

$$i_p = J - G v_p$$



Parallelo di un GIT e un resistore

Il GIT non è controllato in tensione \rightarrow non si può usare il metodo standard, ma il parallelo si può fare:

$$v_1 = E \quad (\text{sempre}) \quad \text{e} \quad i_2 = G v_2$$

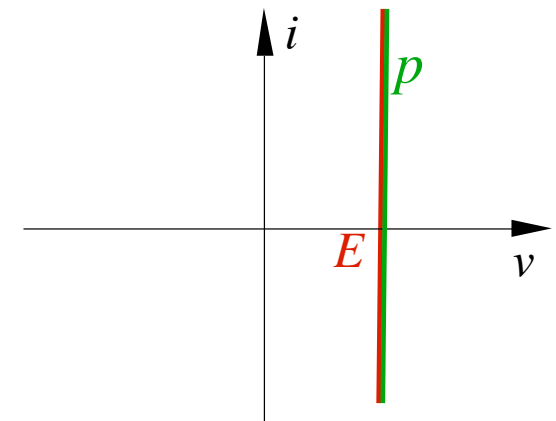
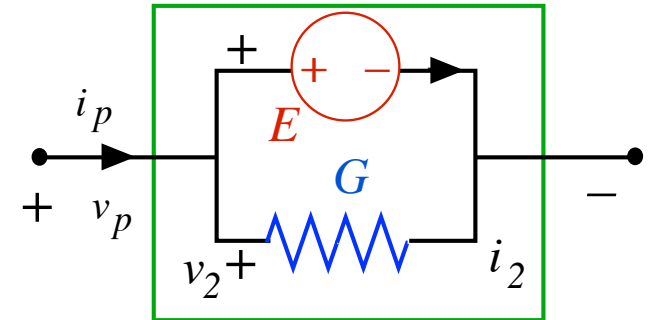
$v_p = v_1 = v_2$ ma $i_p = i_1 + i_2$ non è applicabile

però si può procedere così:

$$v_p = E \quad (\text{sempre}) \quad \text{e} \quad \text{inoltre: } i_p = i_1 + G v_2$$

\rightarrow Il bipolo equivalente è un GIT con stessa E ,
ma diversa tensione

risultati analoghi si ottengono dal parallelo di un GIT e un GIC

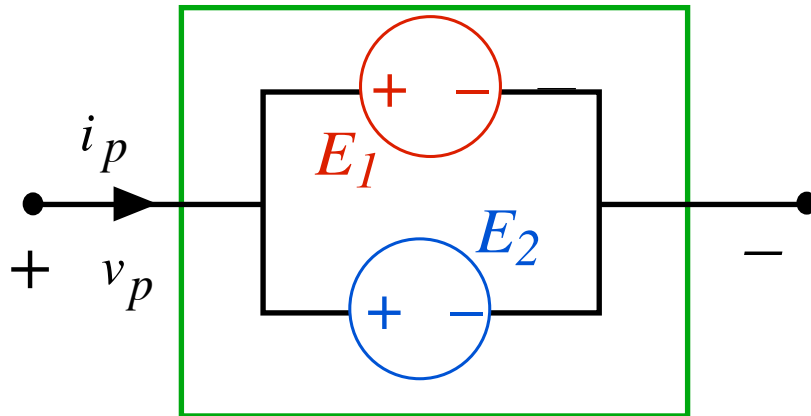


Osservazione

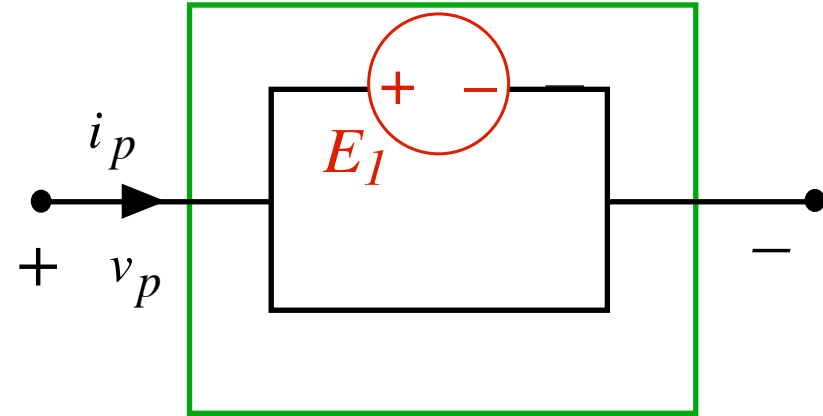
Non tutti le coppie di bipoli possono essere messi in parallelo

Esempi:

- due GIT con correnti impresse diverse
- un GIT ed un cortocircuito



Sì se $E_1 = E_2$, MAI se $E_1 \neq E_2$



MAI

Principio di dualità

Le presentazioni delle slide precedenti rivelano alcune notevoli analogie tra concetti considerati a coppie.

Esse non sono casuali e derivano da una proprietà fondamentale delle reti elettriche (che si trova però anche in altri sistemi fisici): il **principio di dualità**.

Ci basa sulla evidenza che, data un'affermazione circuitale valida, se in essa permutiamo tra loro i ruoli di tensione e corrente ed adattiamo di conseguenza i parametri coinvolti, otteniamo una nuova affermazione circuitale valida, che è duale di quella di partenza.

Quelle che abbiamo incontrato finora, richiamate nella slide successiva, sono alcune sue evidenze, relative alle tipologie degli elementi elettrici.

Molte altre ne incontreremo nelle prossime lezioni

Dualità tipologiche

tensione	corrente
resistore*	resistore
resistenza	conduttanza
cortocircuito	circuito aperto
interruttore chiuso**	interruttore aperto
generatore ideale di tensione	generatore ideale di corrente
tensione impressa (f.e.m.)	corrente impressa (c.i.)

n.b.:

* il resistore è duale di sé stesso

** l'interruttore è un componente che può commutare, ossia cambiare stato, presentandosi come aperto (=circuito aperto) o chiuso (=cortocircuito)