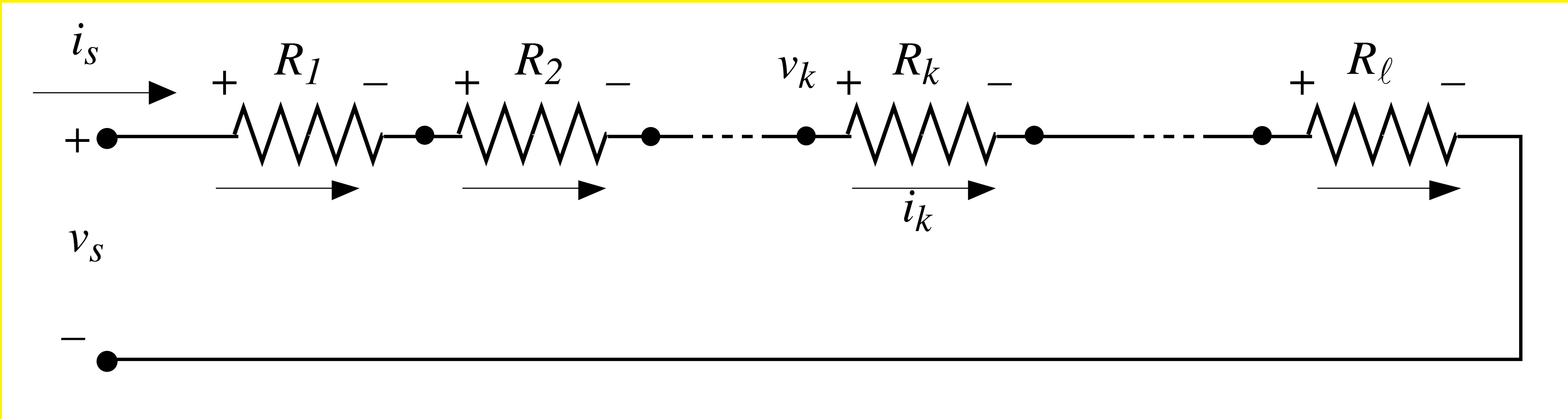
Università di Padova - Scuola di Ingegneria

Massimo Guarnieri

Elettrotecnica

Capitolo 6
Reti di resistori

Serie di resistori -1



Equazioni tipologiche: $v_k = R_k\, i_k \qquad k=1\ldots\ell$

LKT: $v_s = \sum_{k=1}^{\ell} v_k$

LKC: $i_s = i_k \qquad k=1\ldots\ell$

Serie di resistori -2

$$v_s = \sum_{k=1}^{\ell} v_k = \sum_{k=1}^{\ell} \left(R_k i_k \right) = \left(\sum_{k=1}^{\ell} R_k \right) i_s = R_s i_s$$

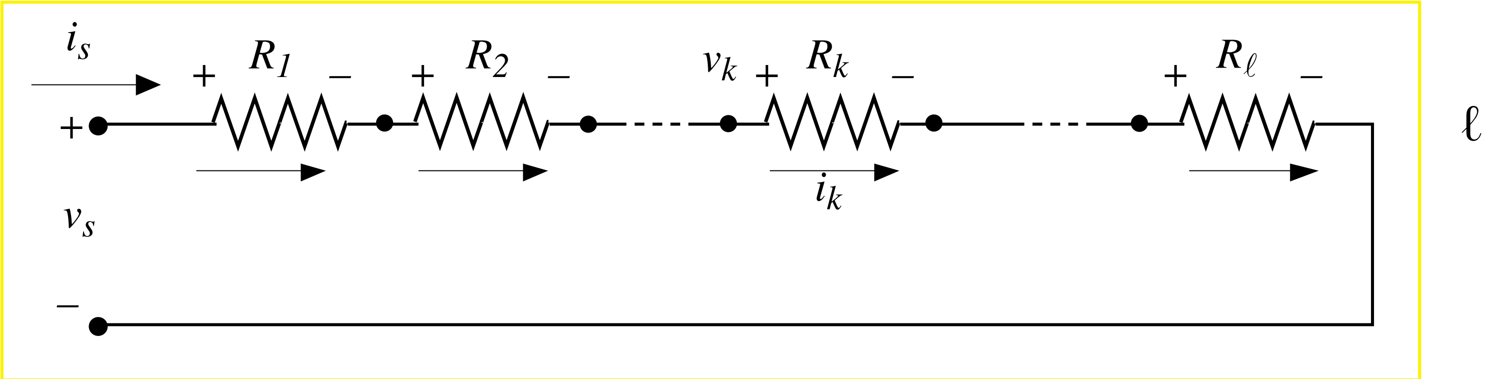
→ il bipolo equivalente alla serie delle resistenze è un resistore con resistenza equivalente:

$$R_s \triangleq \sum_{k=1}^{\ell} R_k \qquad \rightarrow \qquad v_s = R_s i_s$$

e conduttanza equivalente: $G_s = \dfrac{1}{R_s} = \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{\ell} R_k} = \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{\ell} \dfrac{1}{G_k}}$

n.b.: se $\quad \forall R_k > 0 \qquad \rightarrow \qquad R_s > R_k \quad e \quad G_s < G_k \quad \forall k$

Partitore di tensione



Fornisce la quota parte della tensione totale che si ritrova nel generico resistore della serie:

$$v_k = R_k i_k = R_k i_s = R_k \frac{v_s}{R_s} = \frac{R_k}{R_s} v_s = \rho_v v_s$$

ρ_v è il rapporto di partizione in tensione

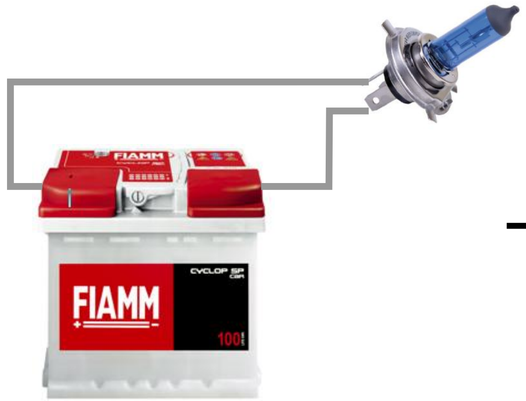
Applicazione 1

Circuito della lampada del faro di profondità di un'automobile:

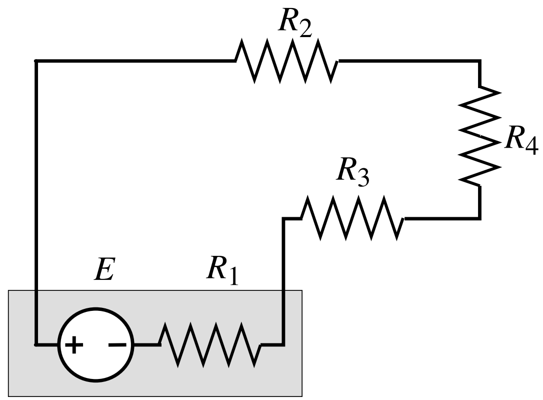
Batteria: E=12,9 V e R_1=3 mΩ

Cavetti: R_2=R_3=8 mΩ

Lampada: R_4=2,6 Ω



→

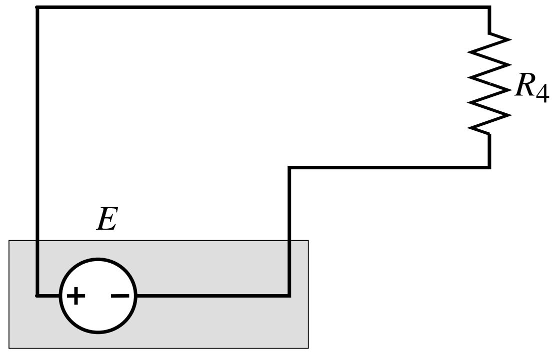


Tensione sulla lampada (partitore di tensione):

$$V_4 = 12{,}9\,\frac{2{,}6}{0{,}003+0{,}008+0{,}008+2{,}6} = 12{,}9\cdot 0{,}993 = 12{,}80\ \text{V}$$

Trascurando R_1, R_2, R_3 : $V_4' = E = 12{,}9$ V

$$\varepsilon = \frac{V_4' - V_4}{V_4}100 = \frac{12{,}9-12{,}8}{12{,}8}100 = 0{,}78\ \%$$



Applicazione 1

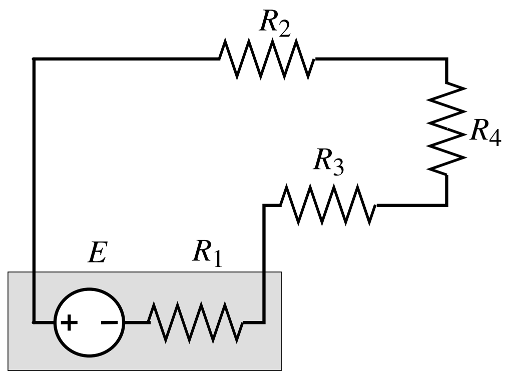
Circuito del motorino di avviamento di un'automobile:

Batteria: E=12,9 V e R_1=3 mΩ

Cavetti: R_2=R_3=8 mΩ

Lampada: R_4= 110 mΩ

→



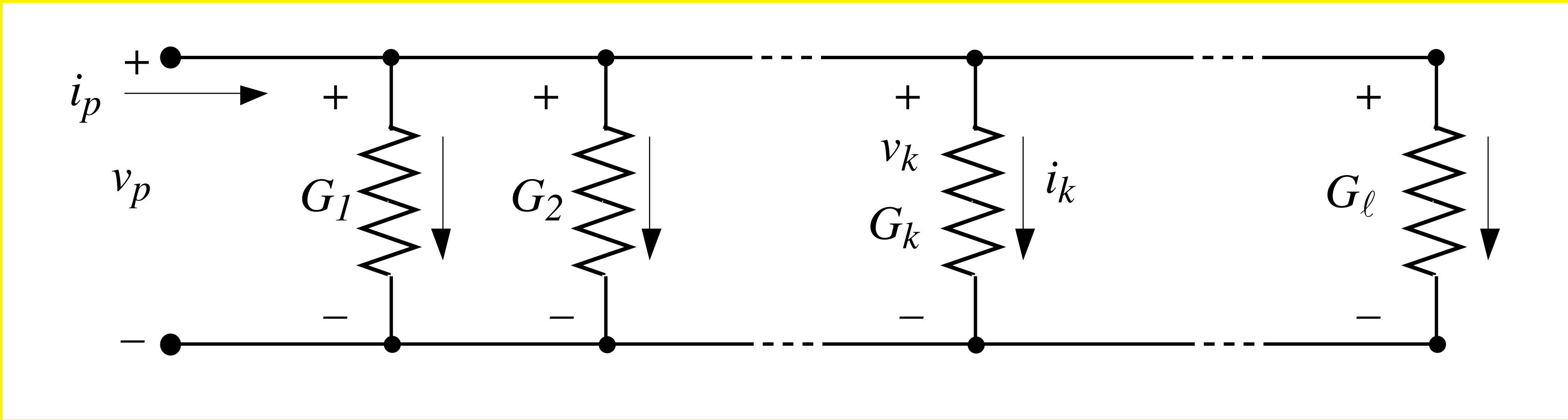
Tensione sul motorino di avviamento (partitore di tensione):

$$V_4 = 12{,}9 \frac{0{,}11}{0{,}003 + 0{,}008 + 0{,}008 + 0{,}11} = 11{,}0 \text{ V}$$

Trascurando R_1, R_2, R_3 : $V_4' = E = 12{,}9$ V

$\varepsilon = 17{,}3$ % Intollerabile!

Parallelo di resistori -1



Equazioni tipologiche: $i_k = G_k\, v_k \qquad k=1\ldots\ell$

LKC: $i_p = \sum_{k=1}^{\ell} i_k$

LKT: $v_p = v_k \qquad k=1\ldots\ell$

Parallelo di resistori -2

$$i_p = \sum_{k=1}^{\ell} i_k = \sum_{k=1}^{\ell} \left(G_k v_k \right) = \left(\sum_{k=1}^{\ell} G_k \right) v_p = G_p \; v_p$$

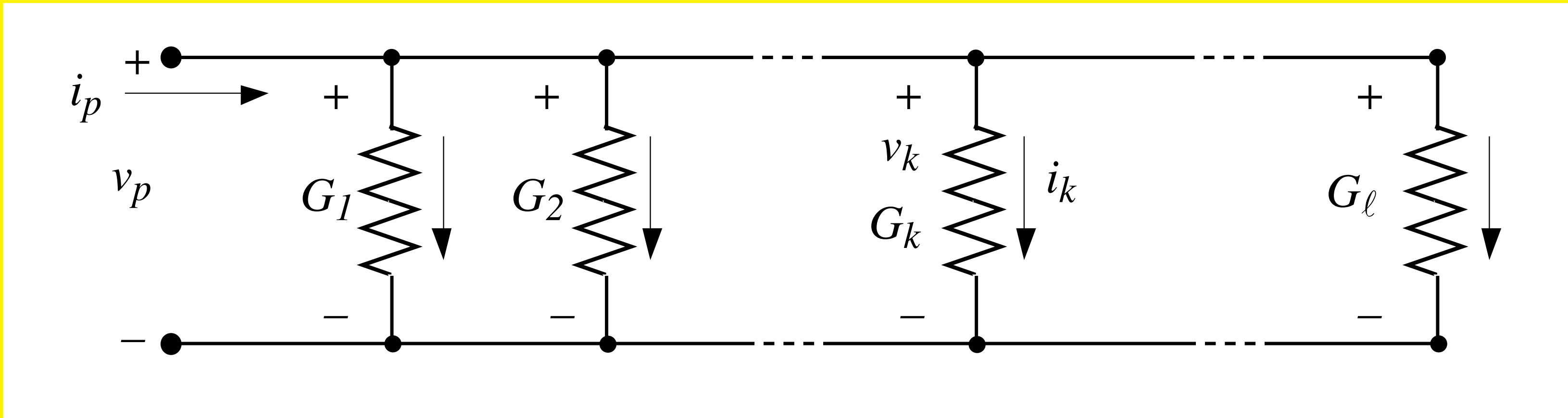
→ il bipolo equivalente al parallelo delle resistenze è un resistore con conduttanza equivalente:

$$G_p \triangleq \sum_{k=1}^{\ell} G_k \qquad \rightarrow \qquad i_p = G_p \; v_p$$

e resistenza equivalente: $R_p = \dfrac{1}{G_p} = \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{\ell} G_k} = \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{\ell} \dfrac{1}{R_k}}$

n.b.: se $\quad \forall R_k > 0 \qquad \rightarrow \qquad R_p < R_k \quad e \quad G_p > G_k \quad \forall k$

Partitore di corrente



Fornisce la quota parte della corrente totale che si ritrova nel generico resistore del parallelo:

$$i_k = G_k v_k = G_k v_p = G_k \frac{i_p}{G_p} = \frac{G_k}{G_p} i_p = \rho_i i_p$$

ρ_i è il rapporto di partizione in corrente

Problemino

Sono giuste le seguenti formule?

- per due resistori in parallelo:

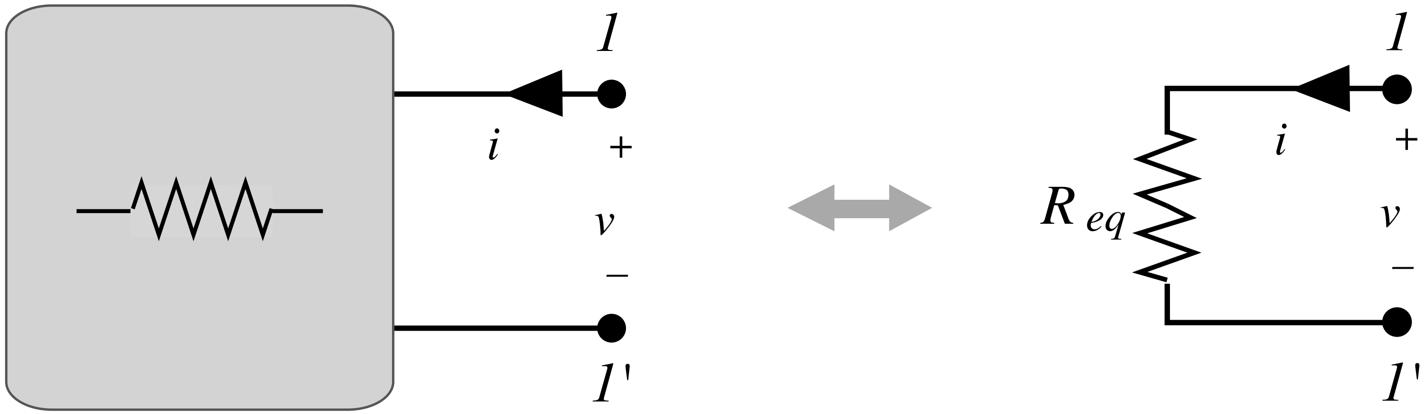
$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_p$$

- per tre resistori in parallelo:

$$R_p = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad i_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} i_p$$

Resistore equivalente 1

Interessa spesso trovare il resistore equivalente ad una rete di resistori variamente interconnessi



Resistore equivalente 1

Esempio:

$E = 200$ V

$R_1 = 16\ \Omega \quad R_2 = 40\ \Omega$

$R_3 = 25\ \Omega \quad R_4 = 35\ \Omega$

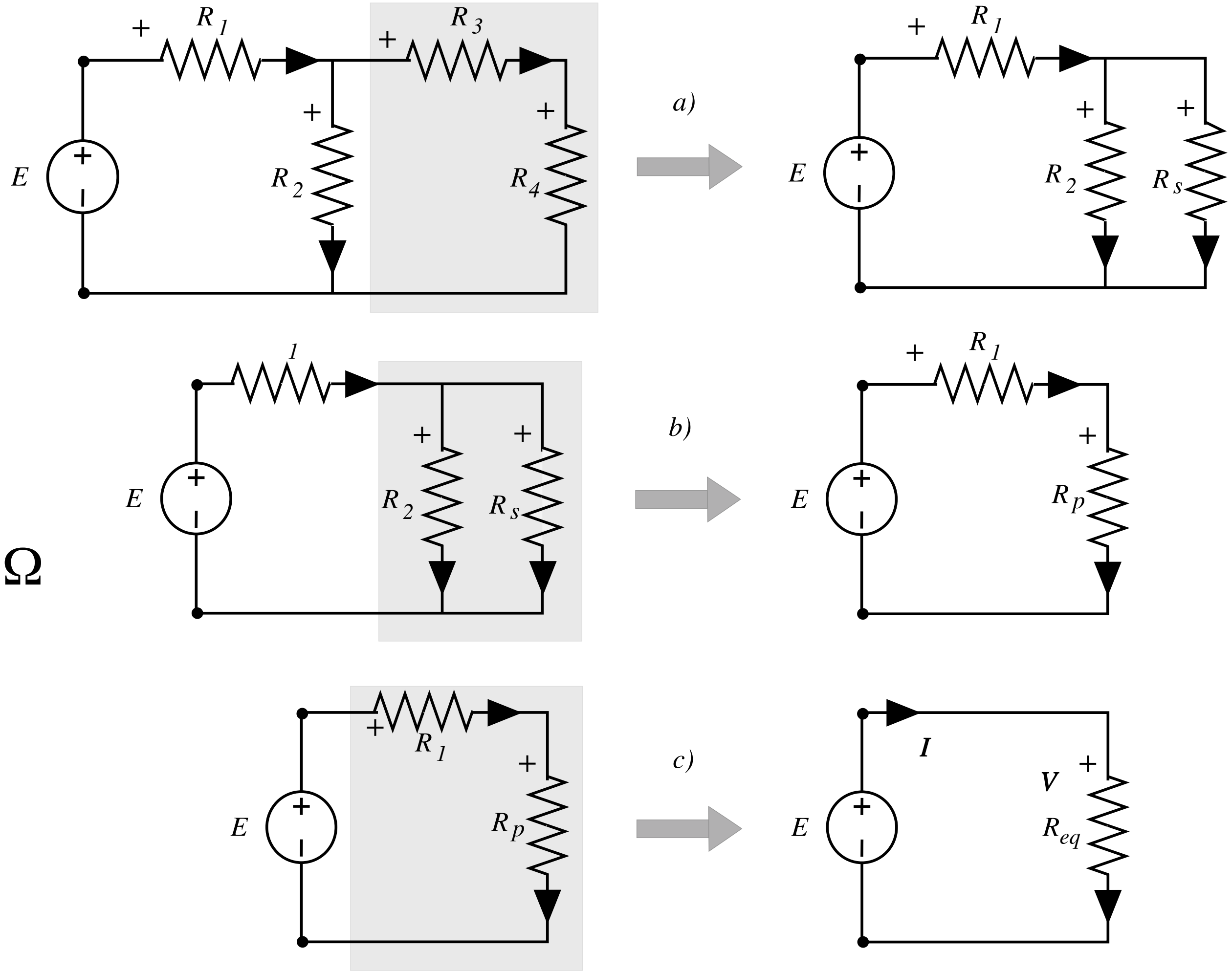
Calcolare $I_E = I_1$

$R_s = R_3 + R_4 = 25 + 35 = 60\ \Omega$

$R_p = R_s R_2 / (R_s + R_2) = 60 \cdot 40 / (60 + 40) = 24\ \Omega$

$R_{eq} = R_p + R_1 = 24 + 16 = 40\ \Omega$

$$\rightarrow \quad I = I_E = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{200}{40} = 5 \quad \text{A}$$



Usando a ritroso le equivalenze,
si possono calcolare tutte le tensioni e correnti dei resistori. Es., con i partitori di tensione:

$$V_p = E\frac{R_p}{R_{eq}} = 200\frac{24}{40} = 120 \quad \text{V} \quad , \qquad V_1 = E\frac{R_1}{R_{eq}} = 200\frac{16}{40} = 80 \quad \text{V}$$

Resistore equivalente 2

In molti casi si può ottenere tale resistore per riduzioni iterate di serie e di paralleli

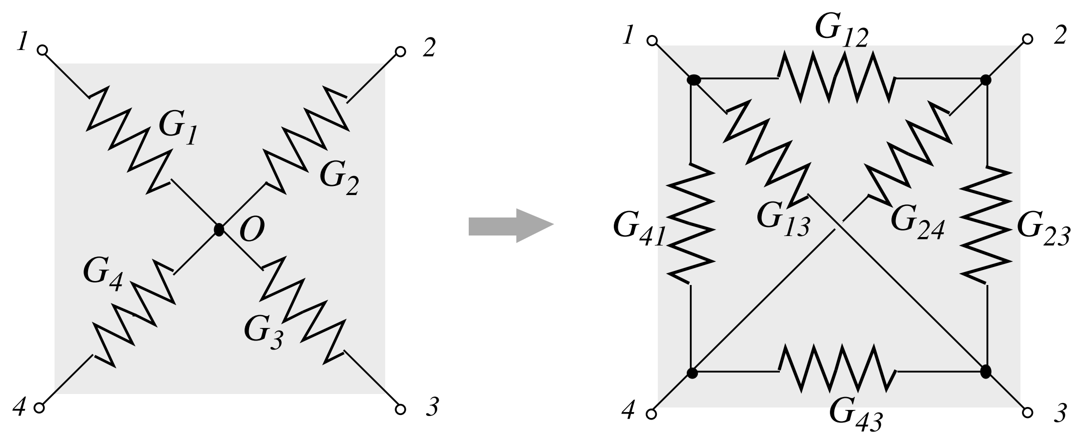
Ma qualche volta ciò non è possibile usando solo le formule delle serie e dei paralleli:

→ Succede quando sono presenti stelle e poligoni di resistori

Stelle e poligoni

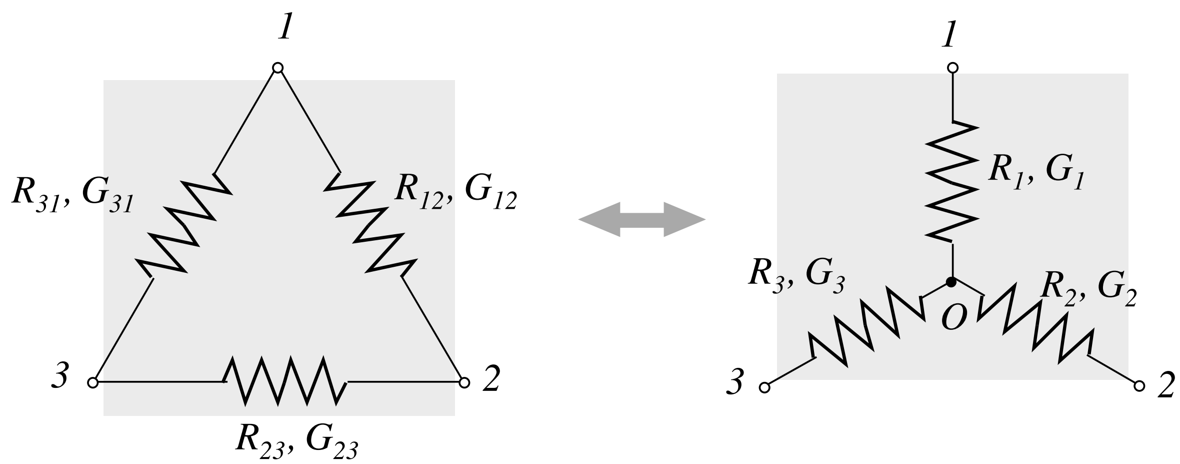
Si possono però applicare trasformazioni stella poligono:

$$G_{hk} = \frac{G_h\, G_k}{\sum_i G_i} \qquad R_{hk} = R_h\, R_k \sum_i \frac{1}{R_i}$$



Trasformazione inversa solo per *n*=3 (vincoli = gradi di libertà)

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$



Stelle e poligoni

esempio