

**Università di Padova - Scuola di Ingegneria**

**Massimo Guarnieri**

**Elettrotecnica**

**Capitolo 17**

**Reti trifasi**

# Reti trifasi

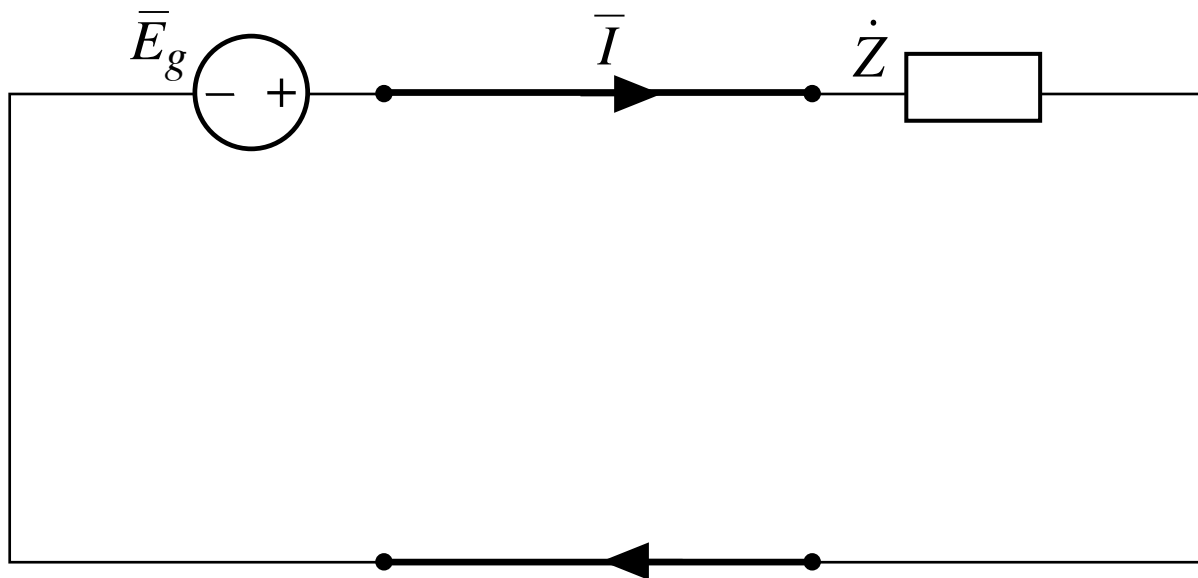
Sono reti in regime sinusoidale dotate di tripla simmetria topologica e tipologica

Sono usate per generare, trasmettere, distribuire ed utilizzare elevate potenze elettriche

Funzionano a 50 Hz (Europa ed altre nazioni del mondo) e 60 Hz (Nord America ed altre nazioni del mondo)

# Rete di alimentazione monofase

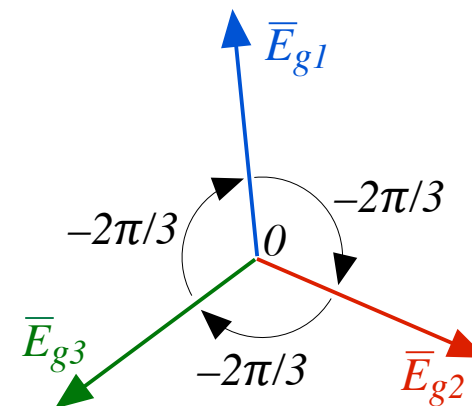
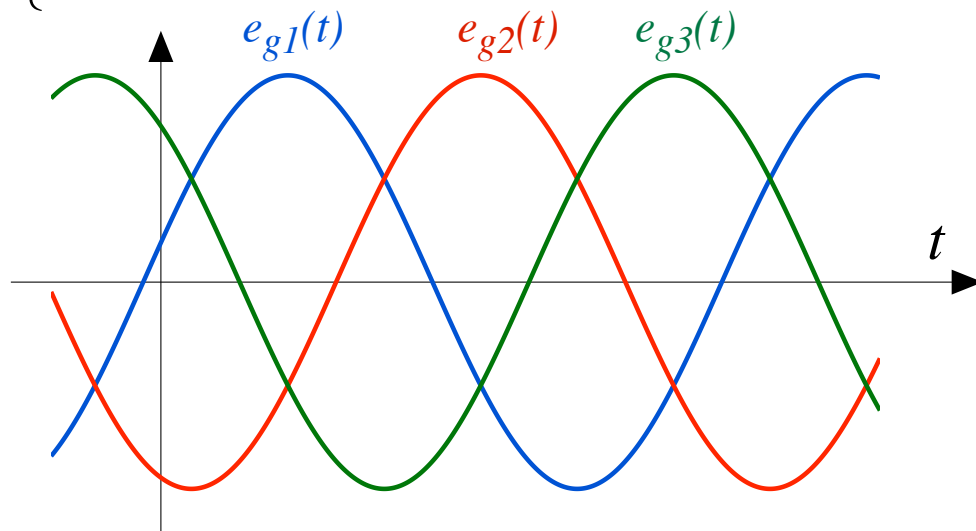
Esempio elementare di sistema di alimentazione monofase in c.a.:  
È formato da un generatore (per semplicità ideale) che alimenta un carico (un'impedenza), tramite un collegamento bifilare



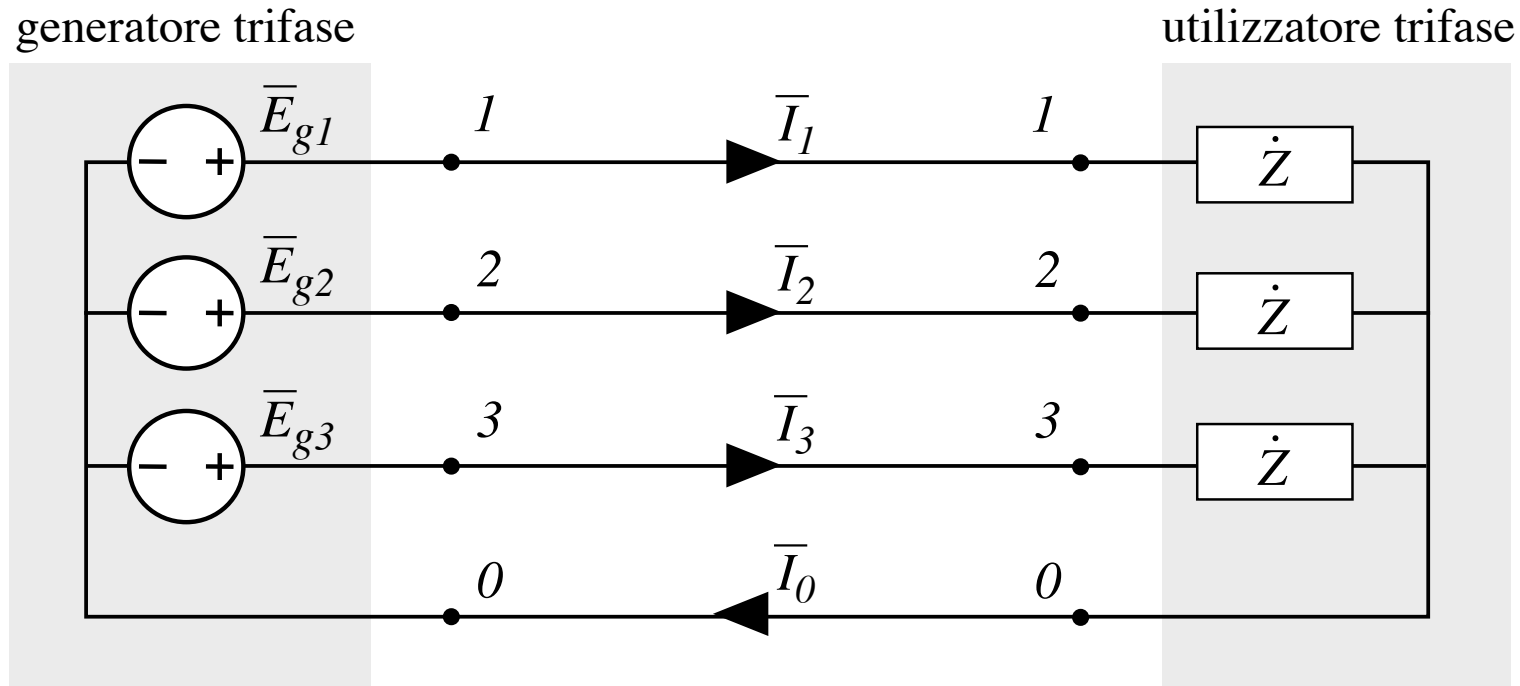
# Rete trifase elementare

Una terna simmetrica di tensioni è costituita da tre tensioni impresse sinusoidali **diverse** (stesso valore efficace  $E_g$ , ma fasi diverse, perché sfasate reciprocamente di  $2\pi/3$ )  $\rightarrow$  fasori corrispondenti. Possono essere prodotte da tre GITS

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{g1}(t) = \sqrt{2}E_g \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \\ e_{g2}(t) = \sqrt{2}E_g \operatorname{sen}\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_{g3}(t) = \sqrt{2}E_g \operatorname{sen}\left(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_{g1} = E_g e^{j\alpha} \\ \bar{E}_{g2} = E_g e^{j(\alpha - 2\pi/3)} \\ \bar{E}_{g3} = E_g e^{j(\alpha - 4\pi/3)} \end{array} \right.$$



# Rete trifase elementare a 4 fili



- **generatore trifase** quadripolare costituito da una **terna di GITS a stella** che produce la **terna simmetrica** di tensioni
- **utilizzatore trifase** quadripolare costituito da una terna di **impedenze uguali a stella** (carico equilibrato)
- **collegamento**: 3+1 fili  $\rightarrow$  3 di **fase** con ritorno comune detto **neutro (0)** tra i centri stella  
 $\rightarrow$  Questa è una **rete trifase a 4 fili o con neutro**

# Terna di tensioni di fase o stellate

Sono le tre tensioni tra ciascuna fase e il neutro. Nel caso precedente coincidono con la terna di GITS, ma non sempre è così

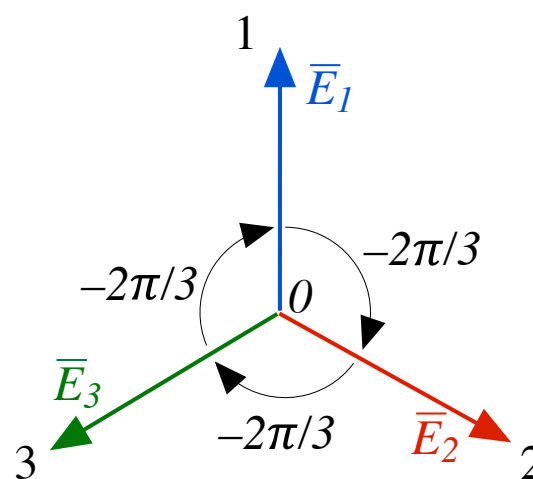
Se i valori efficaci sono uguali e gli sfasamenti sono di  $2\pi/3$ , le terne sono simmetriche. Esistono due possibilità:

- segno – nelle fasi  $\rightarrow$  terna simmetrica diretta
- segno + nelle fasi  $\rightarrow$  terna simmetrica inversa

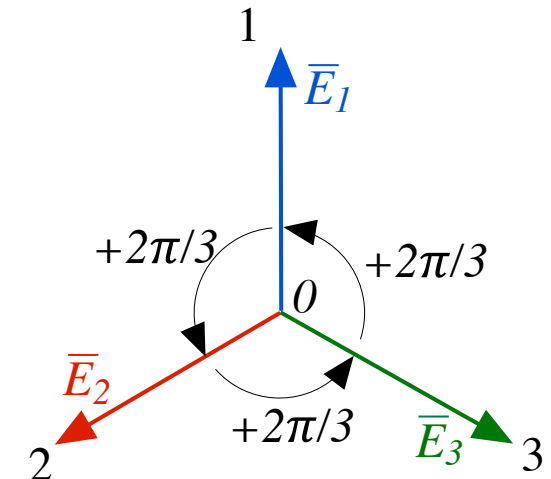
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_1 = \bar{V}_{10} = \bar{E}_{g1} = E_g e^{j\alpha} \\ \bar{E}_2 = \bar{V}_{20} = \bar{E}_{g2} = E_g e^{j(\alpha \mp 2\pi/3)} \\ \bar{E}_3 = \bar{V}_{30} = \bar{E}_{g3} = E_g e^{j(\alpha \mp 4\pi/3)} \end{array} \right.$$

per simmetria:

$$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0$$



a) terna simmetrica diretta



b) terna simmetrica inversa

# Terne di tensione concatenate o a triangolo

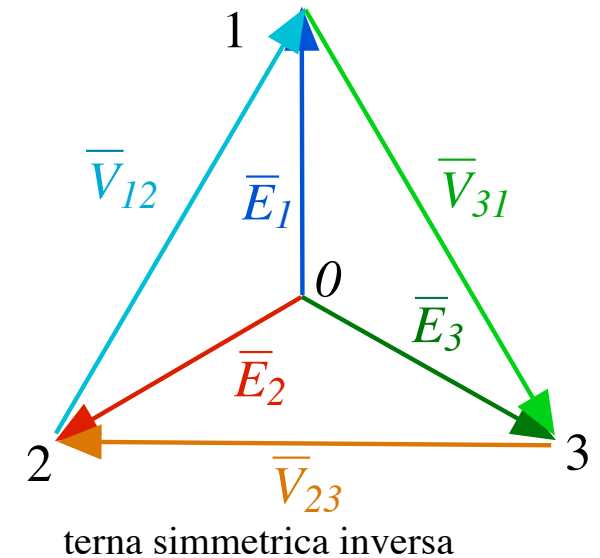
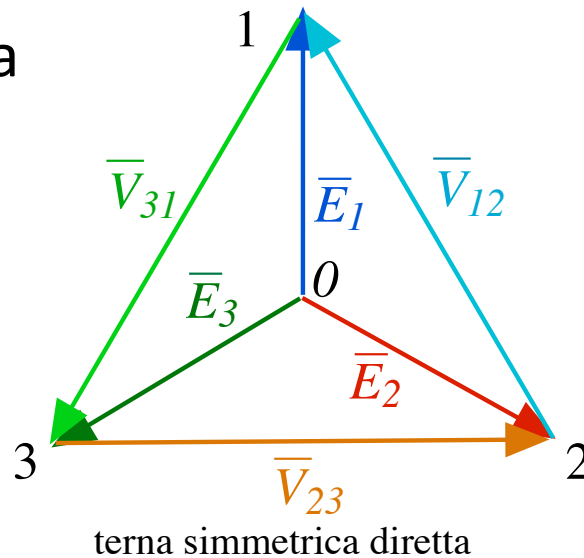
Esiste una seconda terna di tensioni: quelle tra due fasi.

Se la terna stellata è simmetrica, anche quella a triangolo è simmetrica.

Esistono due possibilità:

- terna simmetrica diretta
- terna simmetrica inversa

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 \\ \bar{V}_{23} = \bar{E}_2 - \bar{E}_3 \\ \bar{V}_{31} = \bar{E}_3 - \bar{E}_1 \end{array} \right.$$



Per LKT (prima che per simmetria):  $\bar{V}_{12} + \bar{V}_{23} + \bar{V}_{31} = 0$

# Terne di tensione stellate e concatenate

Se le due terne sono simmetriche, dalla geometria dei triangoli equilateri si verifica facilmente che tra i valori efficaci vale la relazione:

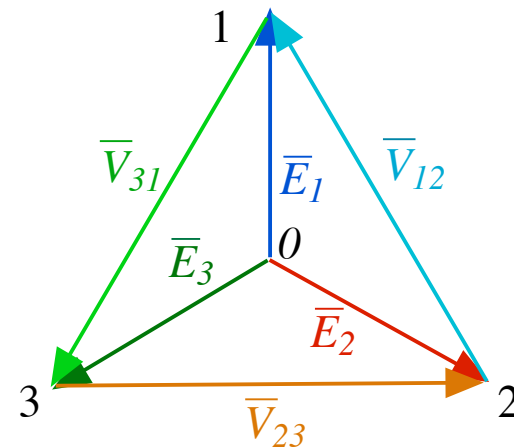
$$V = \sqrt{3} E$$

Es:  $E=127\text{ V}$  e  $V=220\text{ V}$

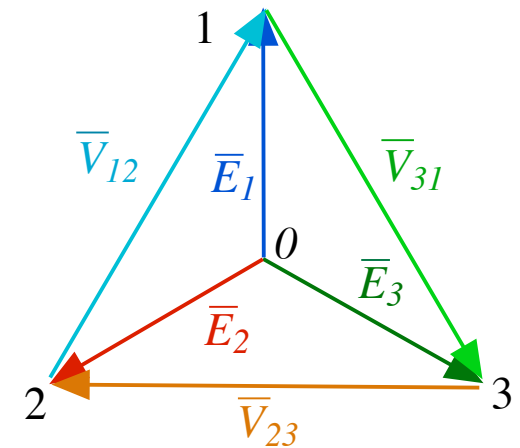
$E=220\text{ V}$  e  $V=380\text{ V}$

Se manca il neutro e i centri stella non sono accessibili:

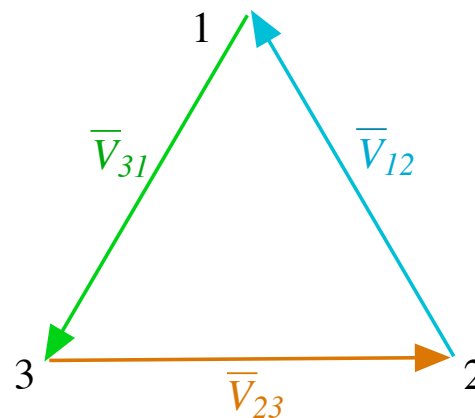
- non esiste la terna stellata,
- ma esiste quella concatenata



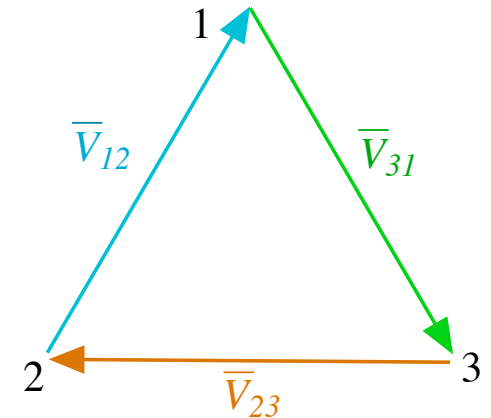
terna simmetrica diretta



terna simmetrica inversa



terna simmetrica diretta



terna simmetrica inversa



# Terne dissimmetriche

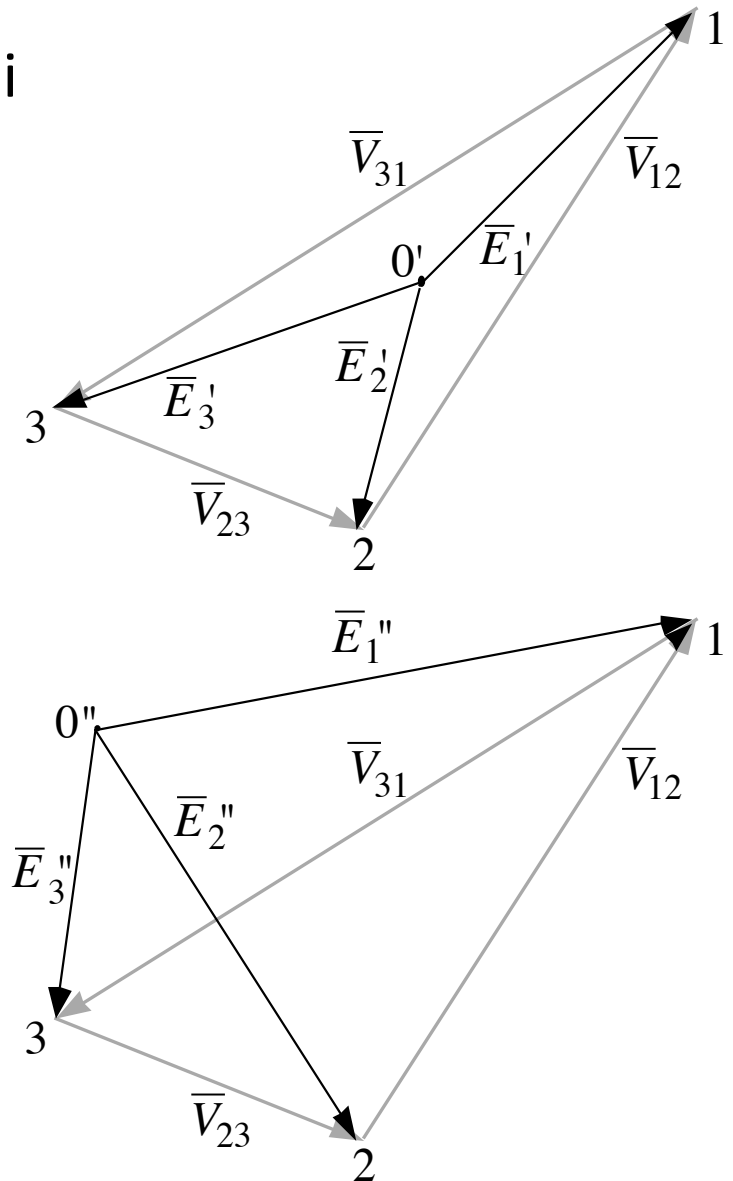
Se i valori efficaci e gli sfasamenti sono diversi

le terne sono **dissimmetriche**

Si verifica in caso di funzionamento anomalo  
o di guasto

Possono presentarsi terne stellate  
dissimmetriche che corrispondono  
alla stessa terna concatenata

I centri stella  $0'$  e  $0''$  delle due terne  
stellate sono a potenziali diversi



# Livelli di tensione delle reti trifasi

**Bassa tensione** Gli impianti elettrici delle *utenze* residenziali sono tipicamente monofasi con tensioni nominali di 220 V prelevate tra una fase e il neutro di un punto di distribuzione trifase, mentre quelli industriali medio-piccoli sono generalmente trifasi con tensioni concatenate nominali di 380 V.

Questi livelli di tensione sono presenti nelle *linee elettriche trifasi di distribuzione secondaria in bassa tensione (BT)*, che hanno sviluppi non superiori a qualche centinaio di metri e alimentano direttamente le suddette utenze. Le utenze civili (ospedali, scuole, centri servizi, ...), commerciali e industriali più grandi sono alimentate a tensioni nominali di alcuni chilovolt e sono dotate di propri trasformatori che forniscono le basse tensioni.

**Media tensione** Le *reti elettriche trifasi di distribuzione primaria* in media tensione (MT), con sviluppi di decine di chilometri), hanno tensioni nominali tra 10 e 30 kV. Così pure gli impianti di produzione (centrali elettriche di generazione, che comprendono anzitutto il macchinario rotante, vale a dire i generatori elettromeccanici trifasi).

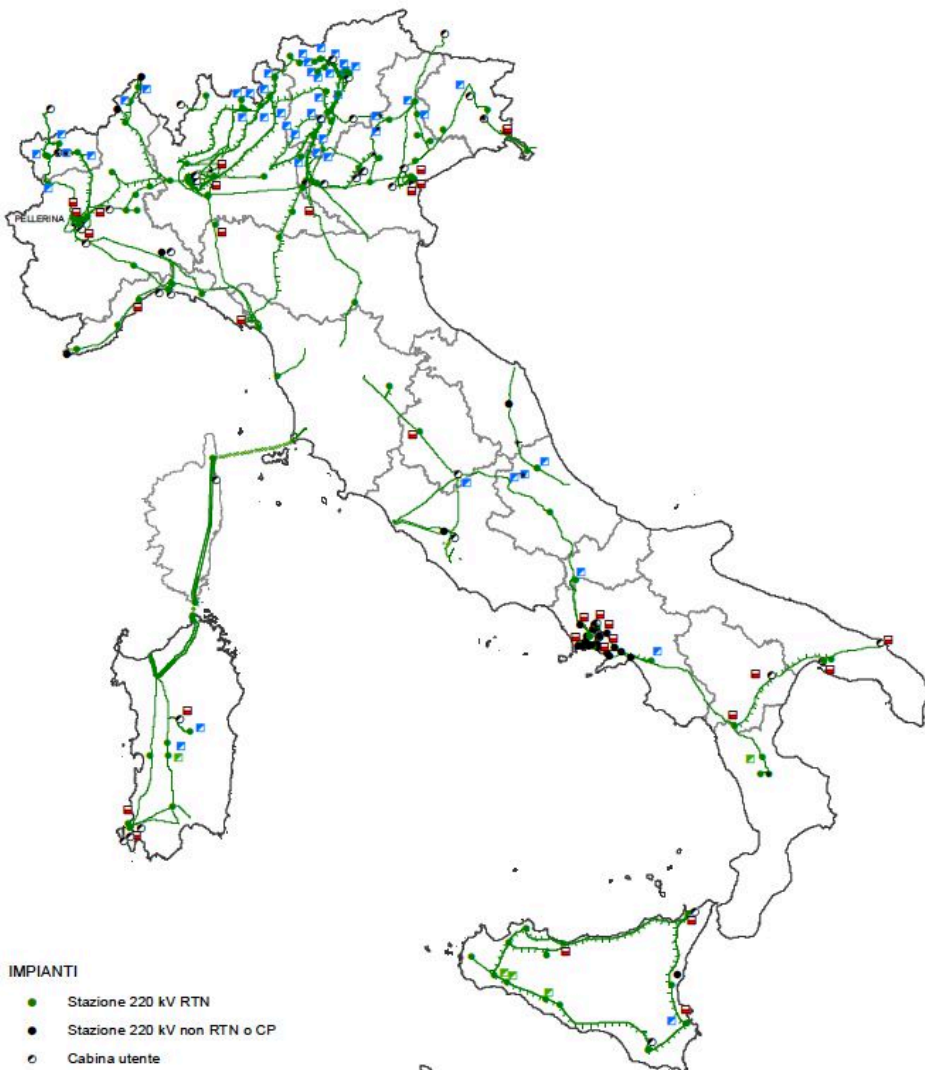
**Alta e altissima tensione** Le linee elettriche trifasi di trasmissione (elettrodotti) in alta e altissima tensione (AT e AAT), con sviluppi anche di centinaia di chilometri in Italia, hanno tensioni nominali tipiche di 60, 127, 220 e 380 kV (in alcuni paesi esistono elettrodotti a 765 kV lunghi varie centinaia di chilometri e anche sistemi semi-sperimentali a 1000 e 1200 kV).

# Elettrodotto a 380 kV



elettrodotto a 380 kV, formato da due linee trifasi in cui ciascuna fase è costituita da tre conduttori in parallelo; alla sommità sono presenti due funi di guardia, di protezione dalle fulminazioni atmosferiche

# Reti nazionali a 220 kV e 380 kV



## IMPIANTI

- Stazione 220 kV RTN
- Stazione 220 kV non RTN o CP
- Cabina utente
- Centrale termoelettrica
- Centrale idroelettrica
- Centrale eolica

## LINEE

- Linea 220 kV RTN
- Linea doppia tema 220 kV RTN
- Linea 200 kVcc RTN
- · · Linea 200 kVcc RTN in cavo

0 50 100 200  
km



## IMPIANTI

- Stazione 380 kV RTN
- Stazione 380 kV non RTN o CP
- Cabina Utente
- Centrale termoelettrica
- Centrale idroelettrica

## LINEE

- Linea 380 kV RTN
- Linea doppia tema 380 kV RTN
- Linea  $\geq 400$  kVcc RTN in cavo
- Linea 380 kV non RTN

0 50 100 200  
km

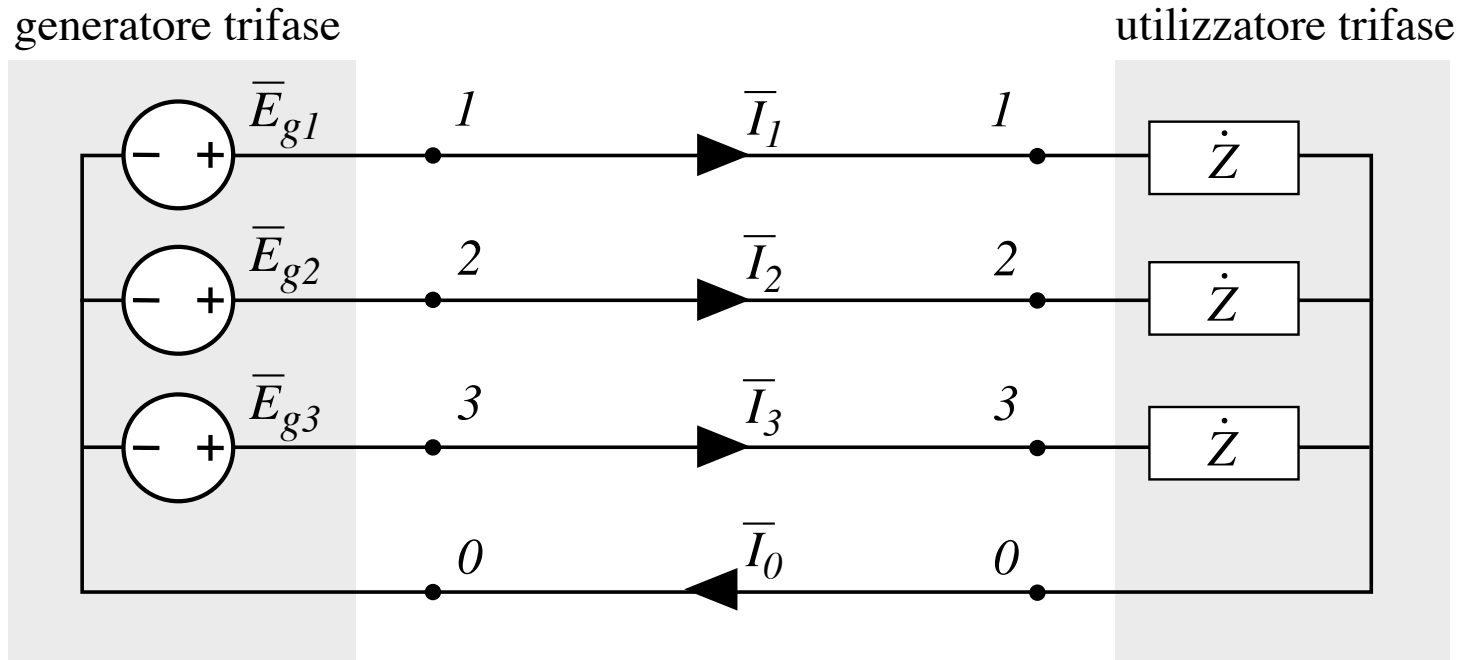
# Perché l'alta tensione

Gli elevati valori di tensione delle linee di trasmissione e di distribuzione primaria comportano, a parità di potenze trasmesse, correnti proporzionalmente ridotte. Conseguenze:

- diminuiscono le cadute di tensione in linea (esprimibili in prima approssimazione come  $\Delta V_\ell = Z_\ell I$ , ove  $Z_\ell$  è il modulo dell'impedenza longitudinale della linea che è proporzionale alla sua lunghezza);
- diminuiscono le perdite ohmiche (esprimibili in prima approssimazione come  $P_\ell = R_\ell I^2$ , ove  $R_\ell$  è la resistenza longitudinale ossia la parte reale dell'impedenza longitudinale della linea
- aumentano i rendimenti di trasmissione  $\eta = (P - P_\ell) / P$  (con  $P$  potenza attiva immessa nella linea);
- si possono usare conduttori più sottili, più leggeri ed economici, che richiedono strutture di supporto più semplici ed economiche

L'interconnessione tra BT, MT, AT, AAT è effettuata con *trasformatori di potenza trifasi* che realizzano l'elevamento delle tensioni e la riduzione delle correnti in uscita dalle centrali di produzione e la riduzione delle tensioni e l'elevamento delle correnti in prossimità delle utenze, con rendimenti molto alti (anche > 99%).

# Rete trifase a 4 fili



**rete trifase a 4 fili o con neutro:**

Conduttori 1-2-3: conduttori di fase: **terna di correnti di linea**

Conduttore 0 tra i centri stella: neutro

LKC:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

# Terna di correnti di linea

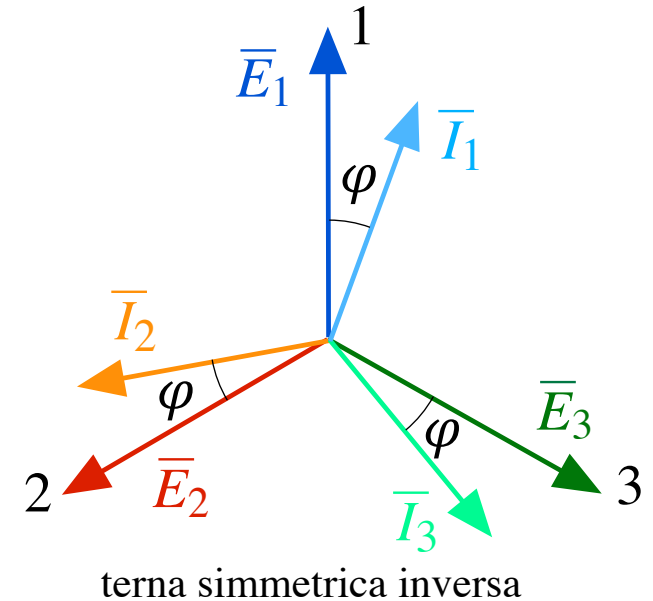
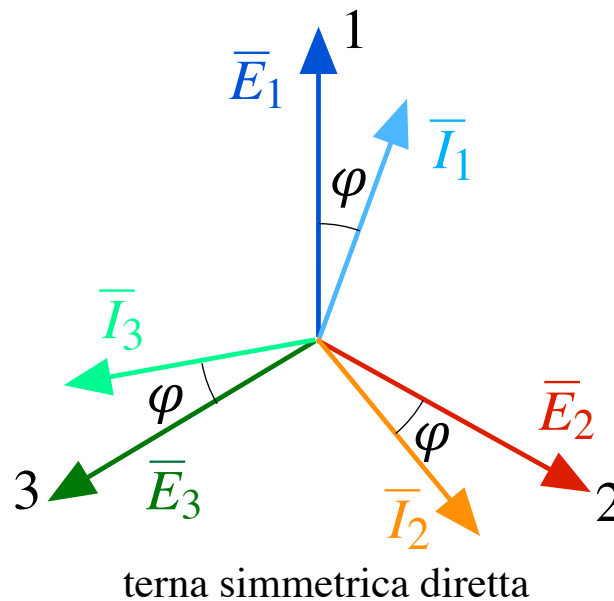
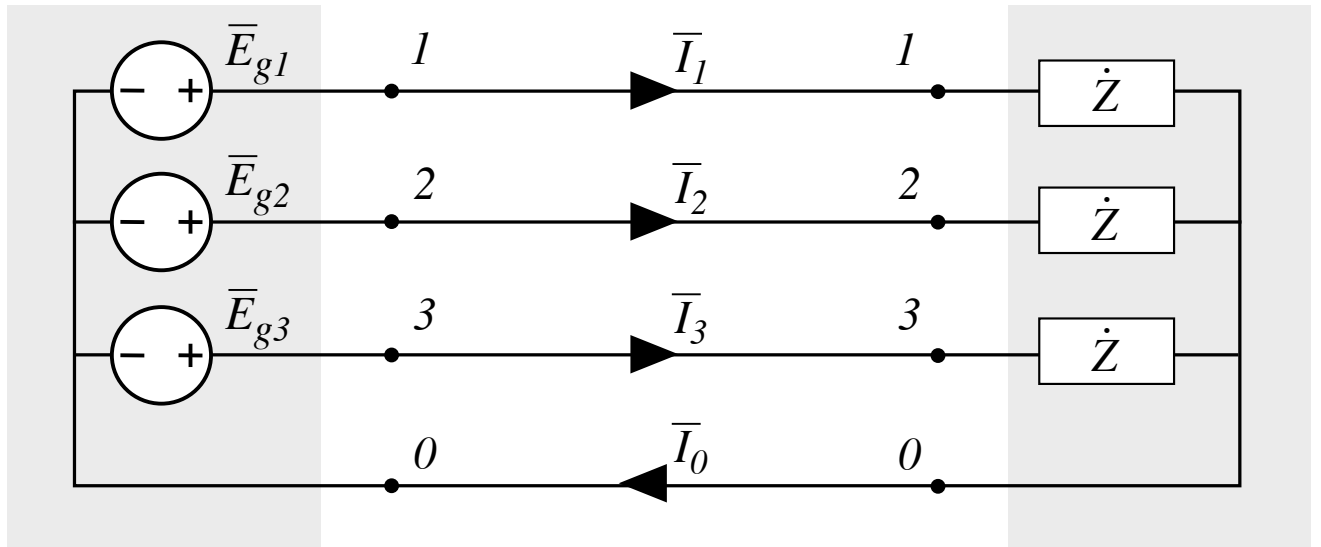
Tensioni simmetriche  
e carico equilibrato, cioè  
tre impedenze uguali

$$\dot{Z} = Z e^{j\varphi}$$

→ Terna simmetrica di  
correnti di linea:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{Z}} = \frac{\bar{E}_1}{Z} e^{-j\varphi} \\ \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\dot{Z}} = \frac{\bar{E}_2}{Z} e^{-j\varphi} \\ \bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_3}{\dot{Z}} = \frac{\bar{E}_3}{Z} e^{-j\varphi} \end{array} \right.$$

generatore trifase

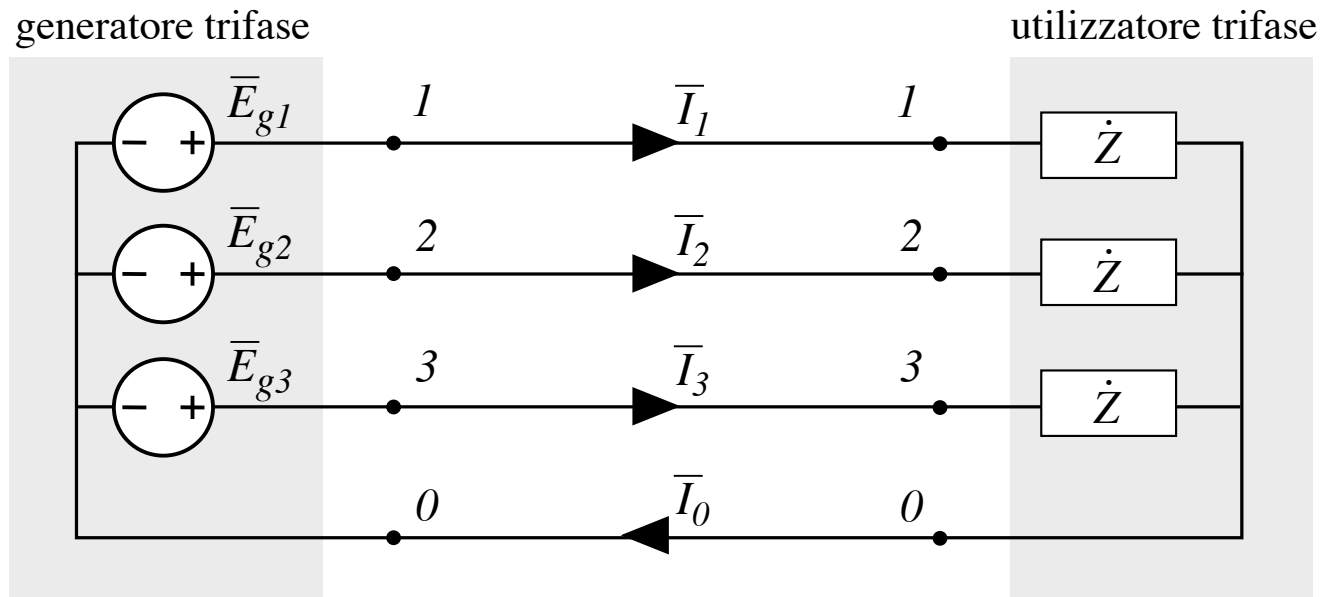


# Terna di correnti di linea

Tensioni simmetriche  
e carico equilibrato, cioè  
tre impedenze uguali

$$\dot{Z} = Z e^{j\varphi}$$

→ corrente del neutro:



$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{Z}} + \frac{\bar{E}_2}{\dot{Z}} + \frac{\bar{E}_3}{\dot{Z}} = \frac{\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3}{\dot{Z}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_0 = 0$$

→ il neutro può essere aperto (corollario del teorema di sostituzione)  
senza alterare le tensioni e correnti

→ può essere eliminato, passando ad un sistema a tre fili

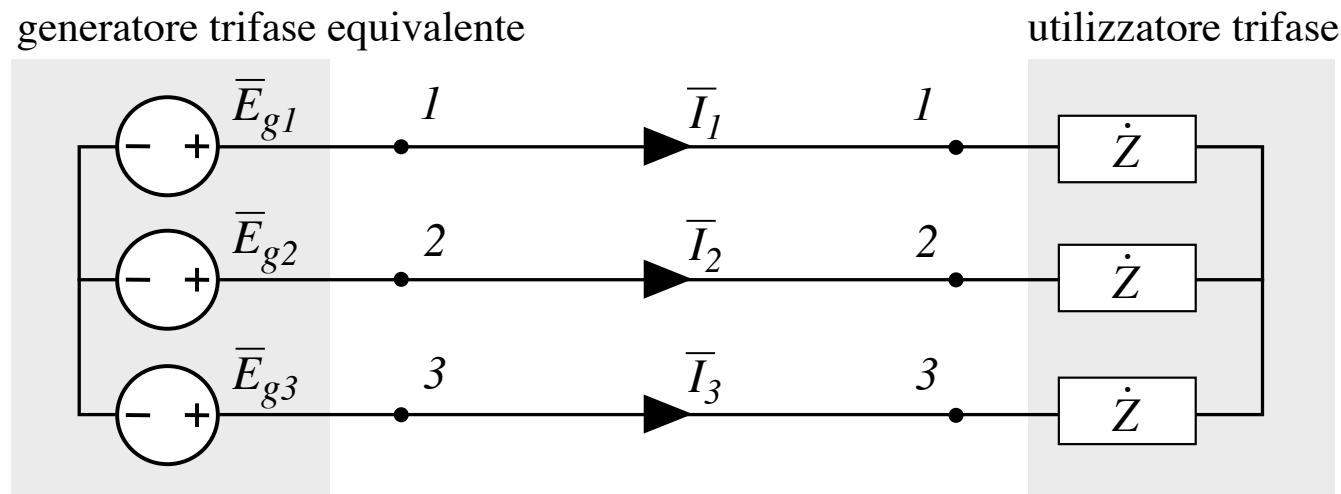


# Rete trifase elementare senza neutro

Rimuovendo il conduttore di **neutro**, si ottiene una **rete trifase a 3 fili** (le 3 fasi) o **rete trifase senza neutro**.

i centri stella non sono connessi (eventualmente sono inaccessibili) e la LKC impone:

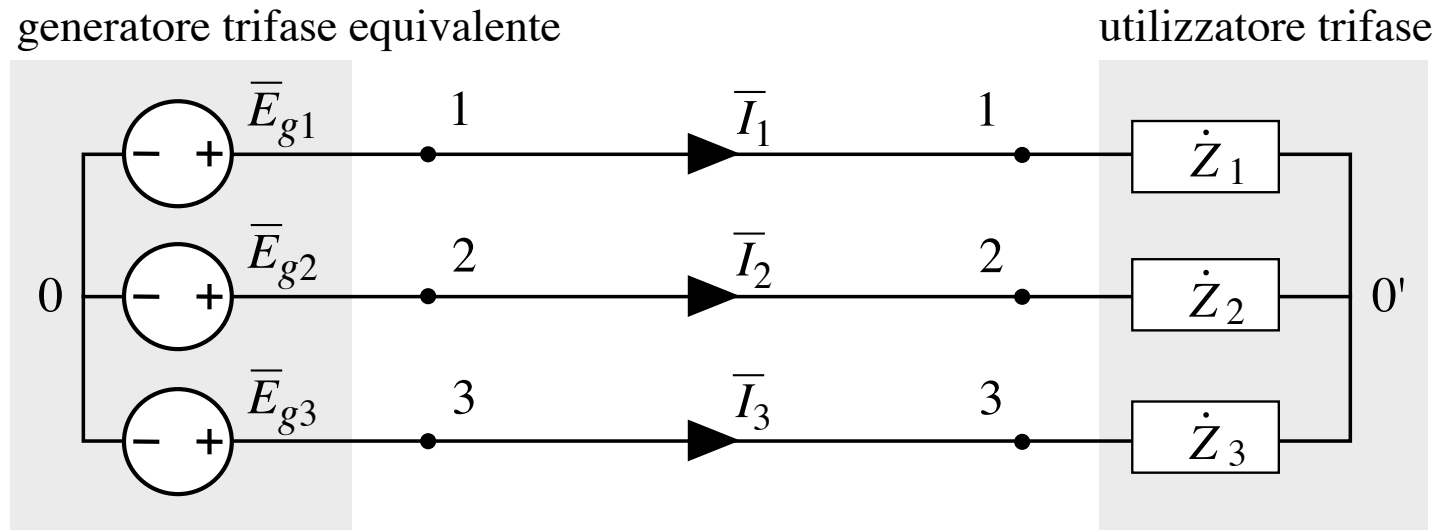
$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$



Si può usare dove sono certi la simmetria delle tensioni e l'equilibrio dei carichi → reti MT, AT, AAT

# Rete trifase con carico squilibrato

Se le tensioni sono **simmetriche** ma il carico è **squilibrato**, la corrente del neutro non è nulla e la sua rimozione altera le tensioni e correnti.

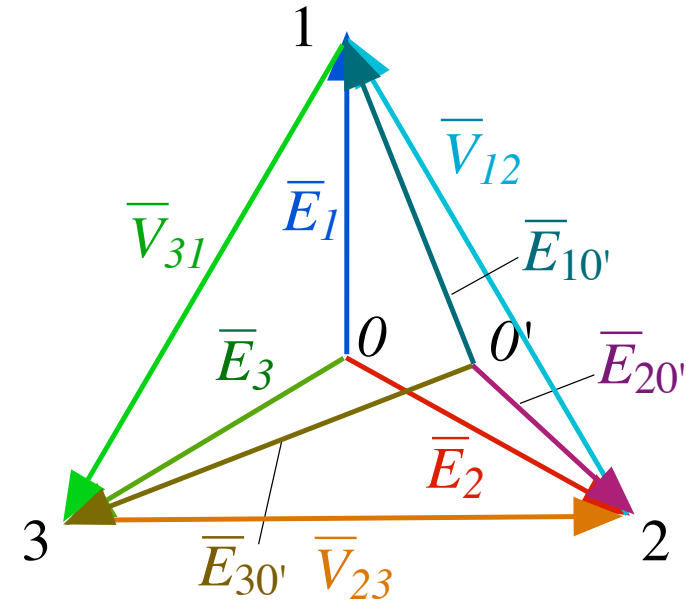


In particolare compare una tensione tra i due centri stella, che sono a potenziali diversi

# Rete trifase con carico squilibrato

La tensione tra i due centri stella è fornita direttamente dalla formula di Millman:

$$\bar{V}_{0'0} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\dot{Z}_1} + \frac{\bar{E}_2}{\dot{Z}_2} + \frac{\bar{E}_3}{\dot{Z}_3}}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3}}$$



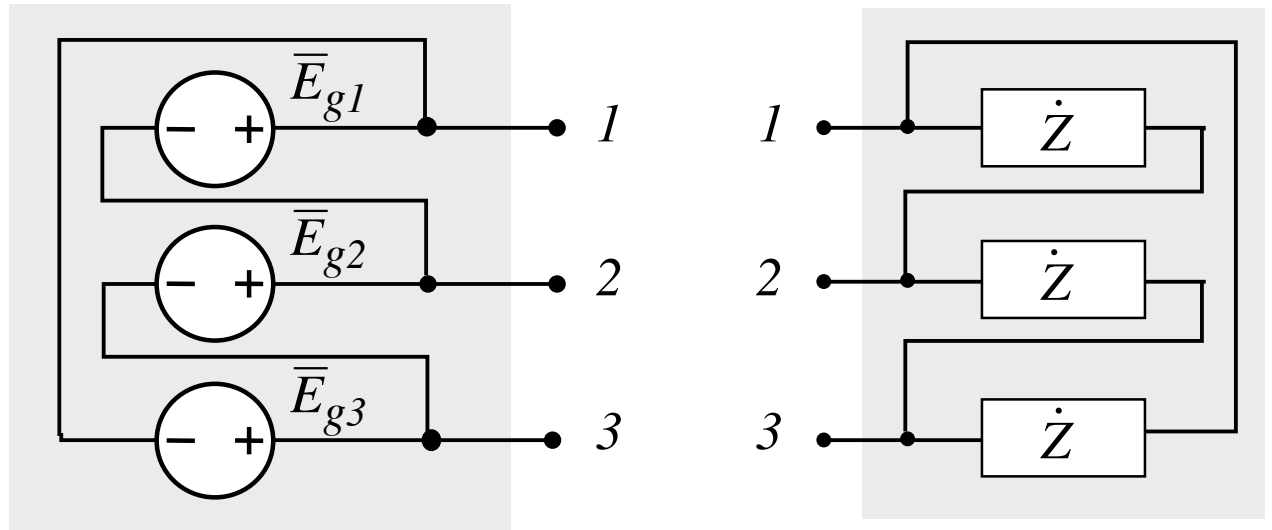
- Le tensioni stellate sul carico sono **dissimmetriche**, con valore efficace diverso da quello simmetrico → funzionamento anomalo.
- Per evitare queste dissimmetrie le reti con carichi squilibrati hanno sempre il neutro.
- Succede nelle reti BT, in cui i carichi sono utenze monofasi, una indipendente dall'altra

# Collegamenti a trinagolo

Nelle reti trifasi senza neutro si usano anche connessioni diverse da quella a stella.

in particolare:

la **connessione a triangolo**



Qui:

- le tensioni stellate non esistono
- Nel generatore a sx le tensioni concatenate sono date dalle tre tensioni impresse

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_{12} = \bar{E}_{g1} = E_g e^{j\alpha} \\ \bar{V}_{23} = \bar{E}_{g2} = E_g e^{j(\alpha-2\pi/3)} \\ \bar{V}_{31} = \bar{E}_{g3} = E_g e^{j(\alpha-4\pi/3)} \end{array} \right.$$

# Collegamenti a trinagolo

Nel triangolo è presente una nuova terna di correnti:

la **terna delle correnti di fase interna**

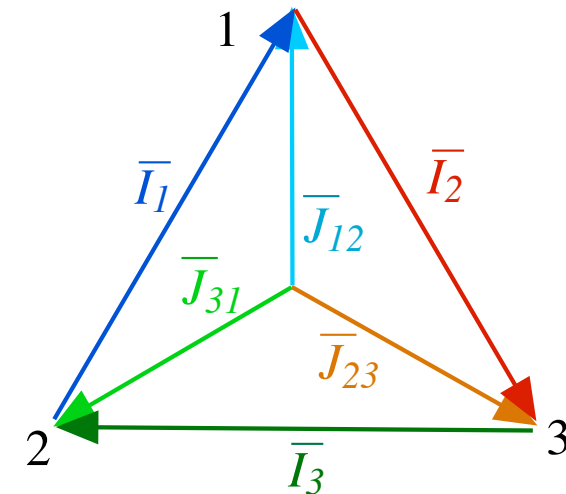
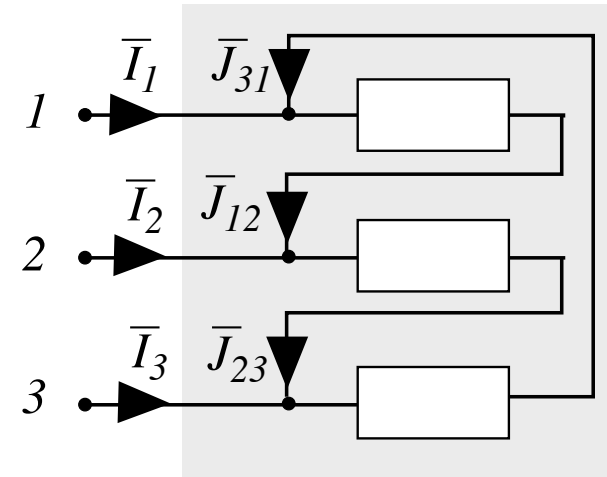
(indicate con il simbolo  $j$ ,  $J$ , ...)

Per la LKC:

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{J}_{12} - \bar{J}_{31} \\ \bar{I}_2 = \bar{J}_{23} - \bar{J}_{12} \\ \bar{I}_3 = \bar{J}_{31} - \bar{J}_{23} \end{cases}$$

In condizioni di simmetria,

Per i valori efficaci si ha:  $I = \sqrt{3} J$

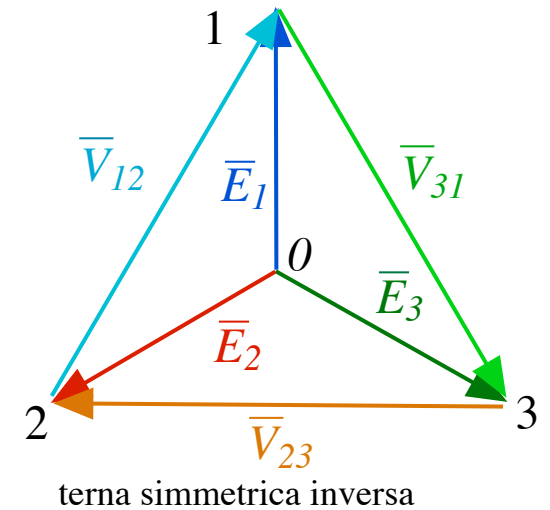
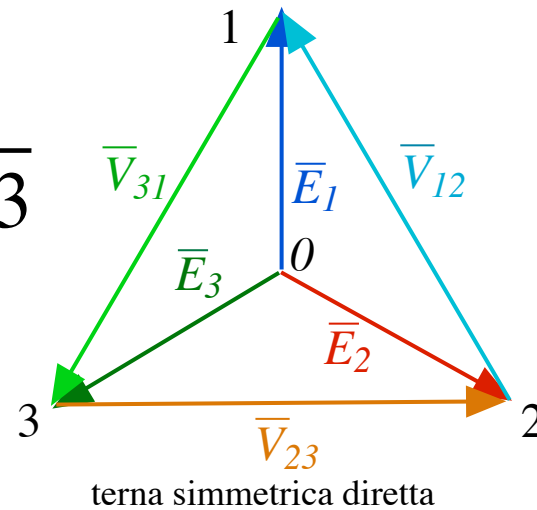


# Collegamenti a stella equivalenti

I collegamenti a triangolo possono essere trasformati in stelle equivalenti

GITS:

Valore efficace  $E_{geq} = V / \sqrt{3}$   
e fasi iniziali opportune



Impedenze (trasformazione triangolo-stella):  $\dot{Z}_Y = \dot{Z}_\Delta / 3$

→ Si ottiene una rete equivalente a tre fili con tutti i collegamenti a stella

# Rete equivalente monofase

Nella rete equivalente ottenuta, simmetrica ed equilibrata, tutti centri stella sono equipotenziali (centri dei triangoli equilateri delle concatenate)

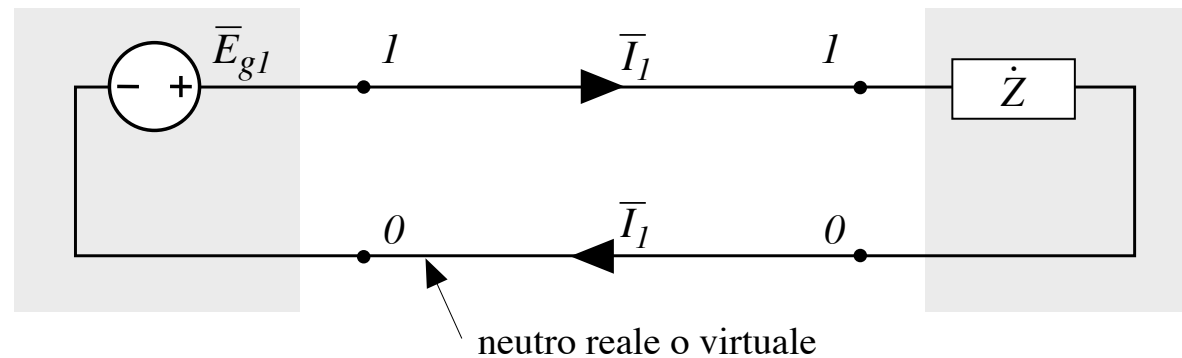
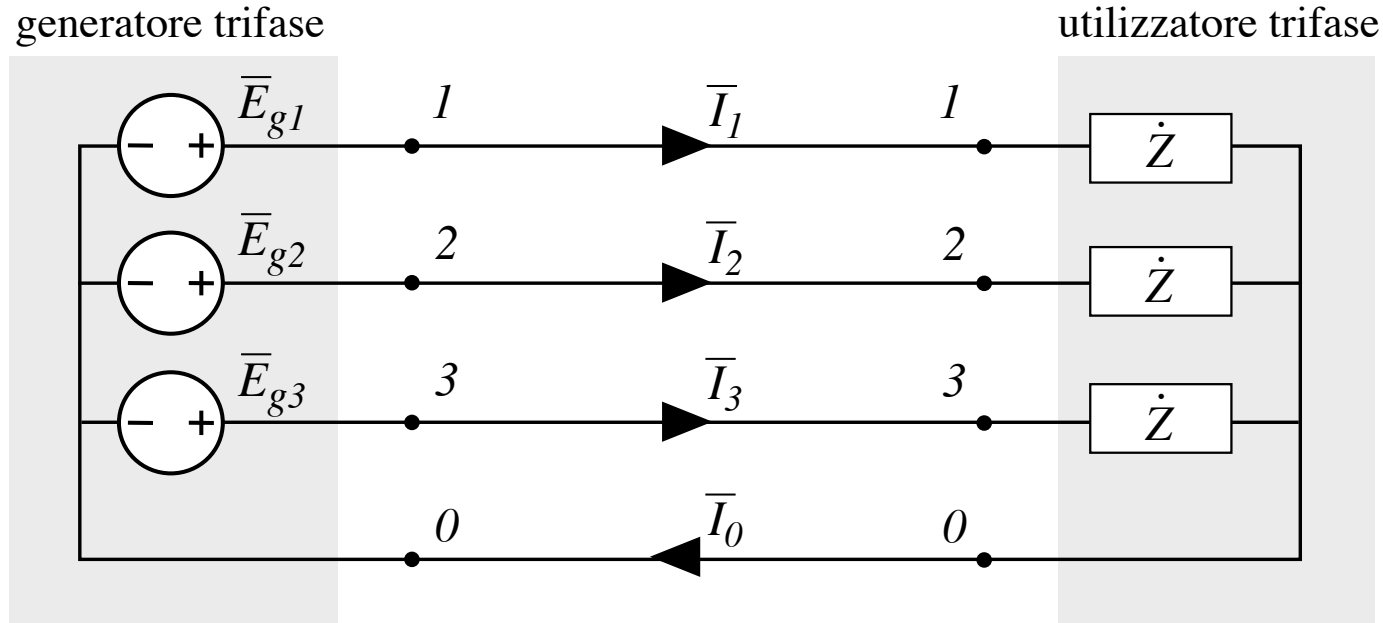
- Possono essere collegati con cortocircuiti (corollario del teorema di sostituzione), detti **neutro virtuale**.
- Oppure la rete può avere i centri stella accessibili e collegati dal **neutro reale**, come già visto.

In entrambi i casi le tre fasi + neutro virtuale o reale si comportano in modo simmetrico

- Si può studiare la rete costituita da una sola fase + neutro, essendo banale l'estensione alle altre due fasi

Tale rete è detta **rete equivalente monofase**

# Rete equivalente monofase





# Potenza nelle reti trifasi con neutro

## Componenti con neutro (anche squilibrati)

Ciascuno è un quadripolo  $\rightarrow$  triplo-bipolo:

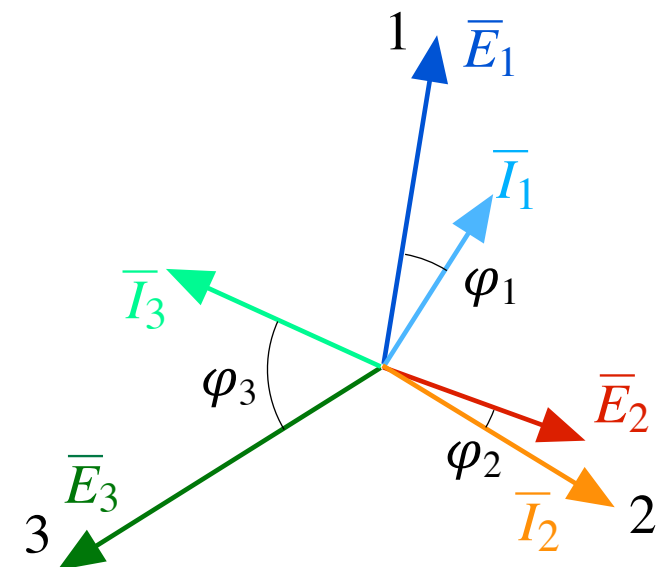
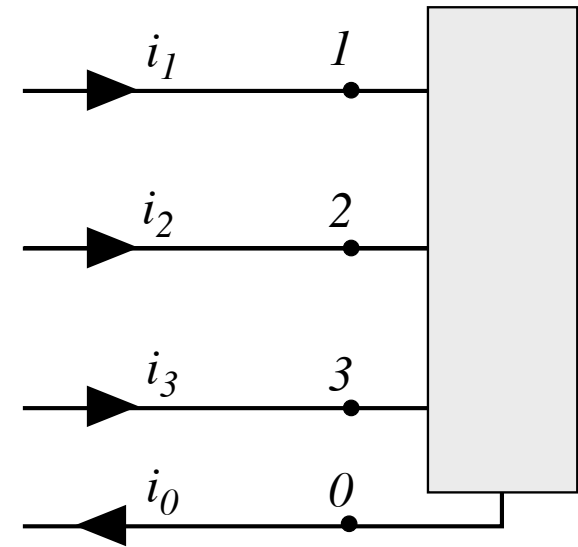
- morsetto comune = centro stella
- tensioni di porta = tensioni stellate
- correnti di porta = correnti di linea

Potenza del triplo-bipolo:

$$p(t) = e_1(t)i_1(t) + e_2(t)i_2(t) + e_3(t)i_3(t) = P + p_f(t)$$

$$P = E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_2 I_2 \cos \varphi_2 + E_3 I_3 \cos \varphi_3$$

$$p_f(t) = -E_1 I_1 \cos(2\omega t + 2\alpha_1 - \varphi_1) - \\ -E_2 I_2 \cos(2\omega t + 2\alpha_2 - \varphi_2) - \\ -E_3 I_3 \cos(2\omega t + 2\alpha_3 - \varphi_3)$$



# Potenza nelle reti trifasi con neutro

Componenti con neutro simmetrici ed equilibrati

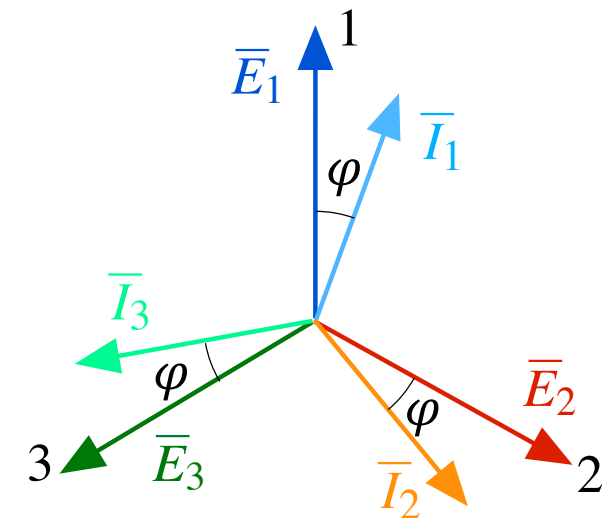
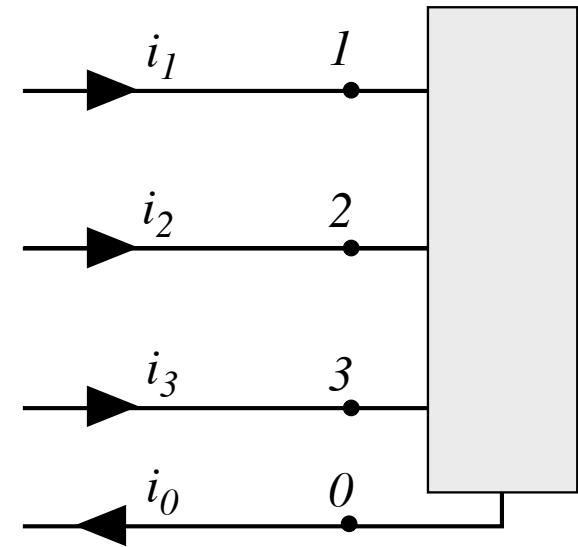
- $E_1 = E_2 = E_3 = E$
- fasi iniziali sfasate di  $2\pi/3$
- $I_1 = I_2 = I_3 = I$
- $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

$$\rightarrow P = 3EI \cos \varphi$$

$$p_f(t) = 0$$

$$\rightarrow p(t) = P = 3EI \cos \varphi$$

la potenza istantanea è costante e uguale alla potenza attiva



# Potenza nelle reti trifasi con neutro

Sistemi simmetrici ed equilibrati

Potenza attiva (e istantanea):

$$P = p(t) = 3EI \cos \varphi = \sqrt{3} V I \cos \varphi$$

Potenza apparente:

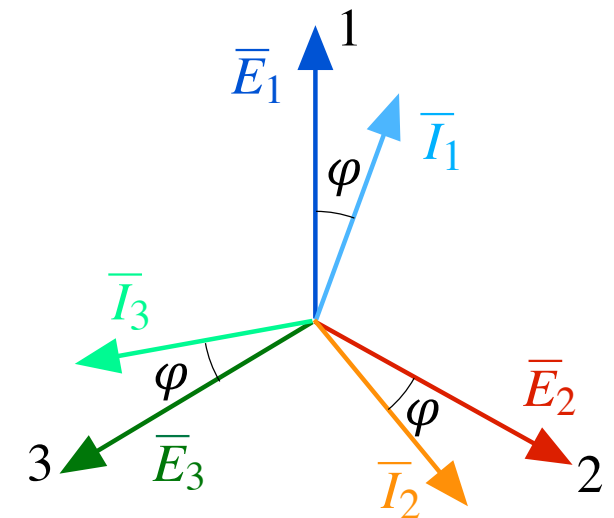
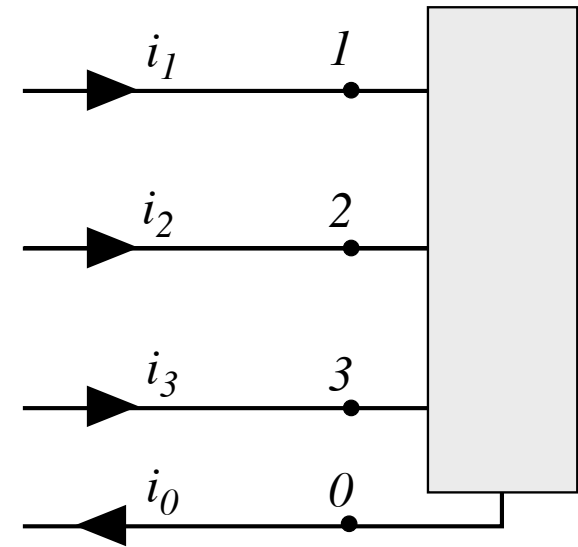
$$S = 3EI = \sqrt{3} V I$$

Potenza reattiva:

$$Q = 3EI \sin \varphi = \sqrt{3} V I \sin \varphi$$

Potenza complessa:

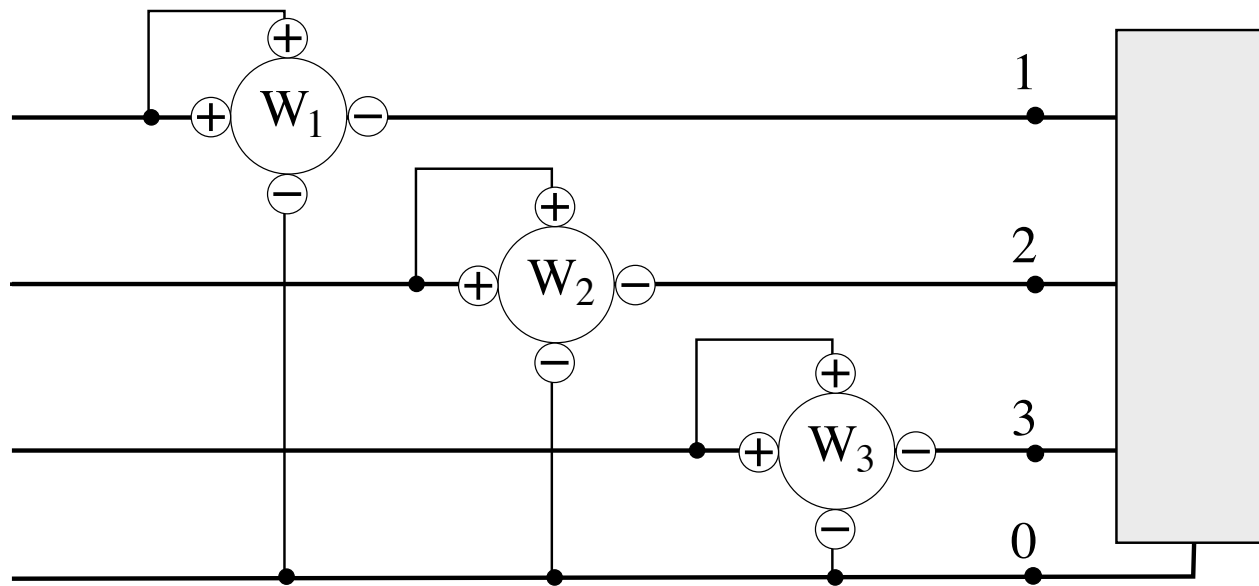
$$\dot{S} = 3\bar{E}_1 \bar{I}_1^* = 3EI e^{j\varphi} = Ae^{j\varphi} = P + jQ$$



# Potenza nelle reti trifasi con neutro

## Misura di potenza nei sistemi a 4 fili

anche dissimmetrici e squilibrati



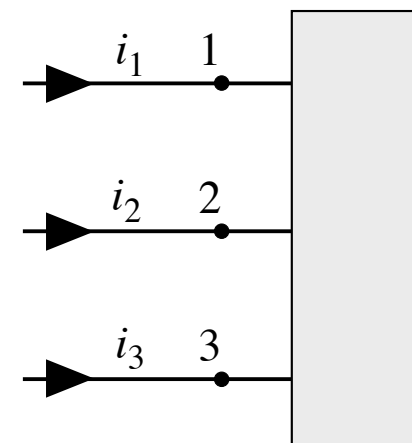
Se il sistema è simmetrico ed equilibrato i tre wattmetri danno la stessa indicazione

# Potenza nelle reti trifasi senza neutro

## Componenti senza neutro (anche squilibrati)

Ciascuno è un tripolo  $\rightarrow$  doppio-bipolo:

- morsetto comune = fase 2:  $i_2 = -i_1 - i_3$
- tensioni di porta = tensioni concatenate  $v_{12}$   $v_{32}$
- correnti di porta = correnti di linea  $i_1$   $i_3$

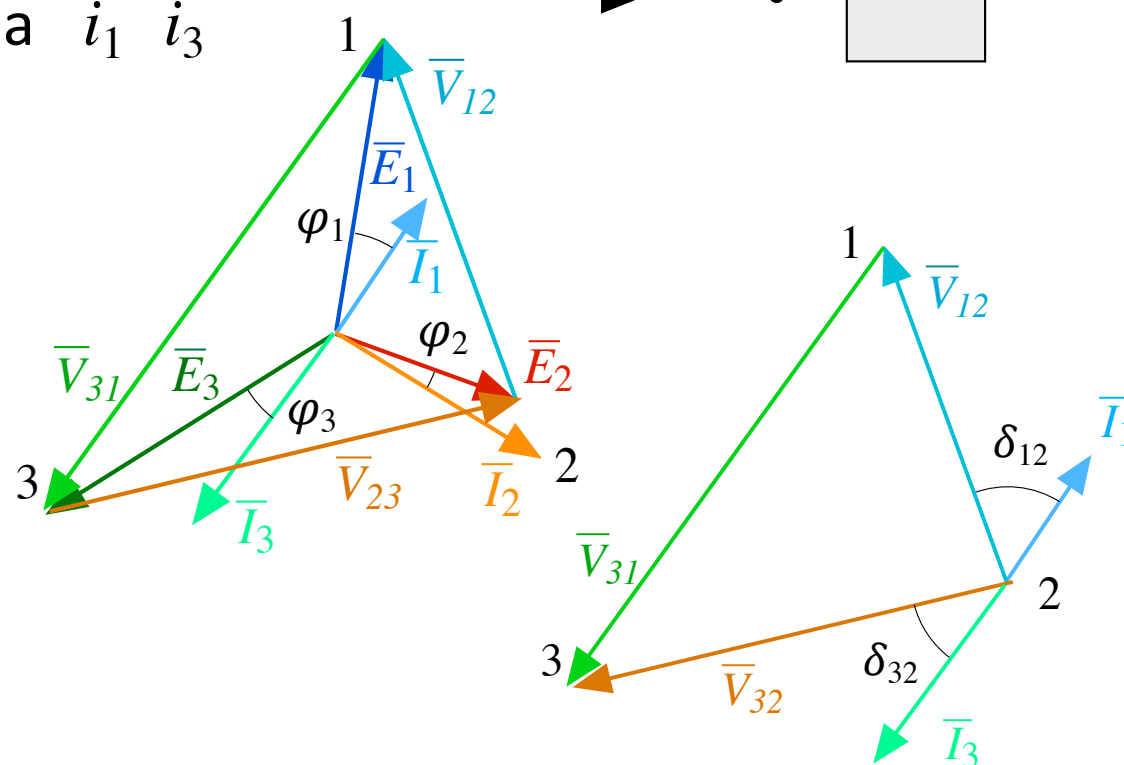


Potenza del doppio-bipolo:

$$p(t) = v_{12}(t)i_1(t) + v_{32}(t)i_3(t)$$

coincide con la potenza del sistema a 4 fili se  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

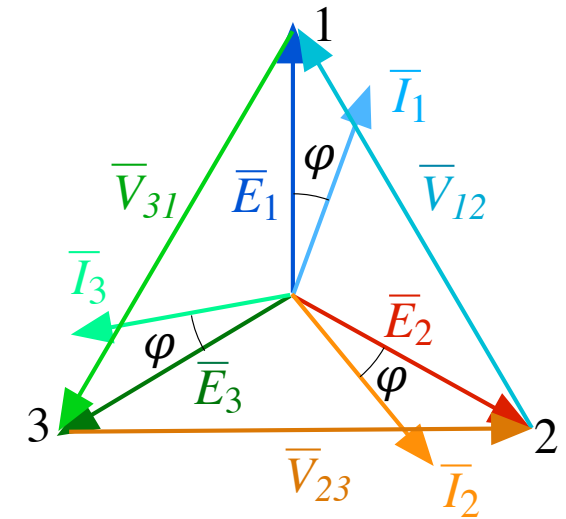
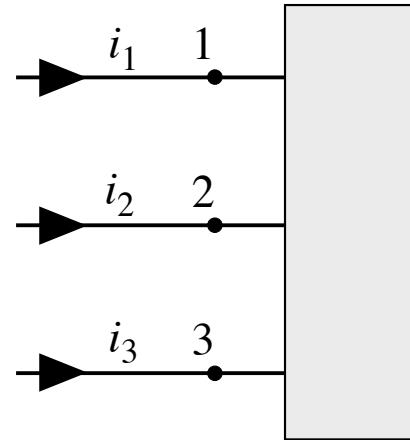
(n.b.:  $v_{12} = e_1 - e_2$   $v_{32} = e_3 - e_2$ )



# Potenza nelle reti trifasi senza neutro

## Componenti senza neutro simmetrici ed equilibrati

- $V_{12} = V_{32} = V$
- $I_1 = I_3 = I$
- $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi$
- $\delta_{12} = \varphi + \pi/6$      $\delta_{32} = \varphi - \pi/6$



$$\rightarrow P = p(t) = VI(\cos \delta_{12} + \cos \delta_{32})$$

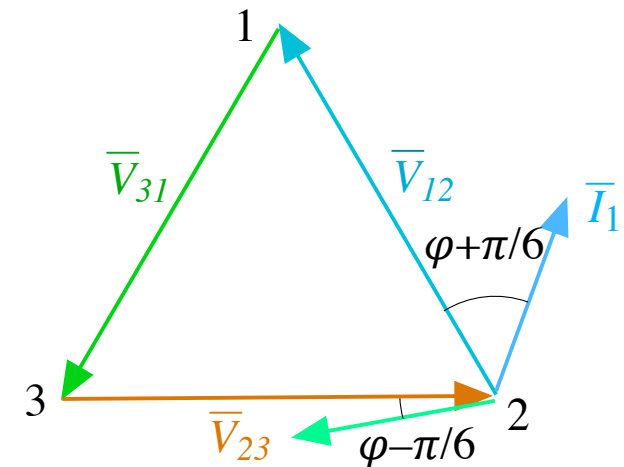
$$Q = VI(\sin \delta_{12} + \sin \delta_{32})$$

$$p(t) = v_{12}(t)i_1(t) + v_{32}(t)i_3(t)$$

coincide con la potenza del sistema a 4 fili se

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$(n.b.: v_{12} = e_1 - e_2 \quad v_{32} = e_3 - e_2)$$



# Potenza nelle reti trifasi senza neutro

## Misura di potenza nei sistemi a 3 fili – Inserzione Aron

anche dissimmetrici e squilibrati

due wattmetri che misurano

$$P_{W12} = V_{12} I_1 \cos \delta_{12} \quad P_{W32} = V_{32} I_3 \cos \delta_{32}$$

$$P = P_{W12} + P_{W32}$$

Se il sistema è simmetrico ed equilibrato

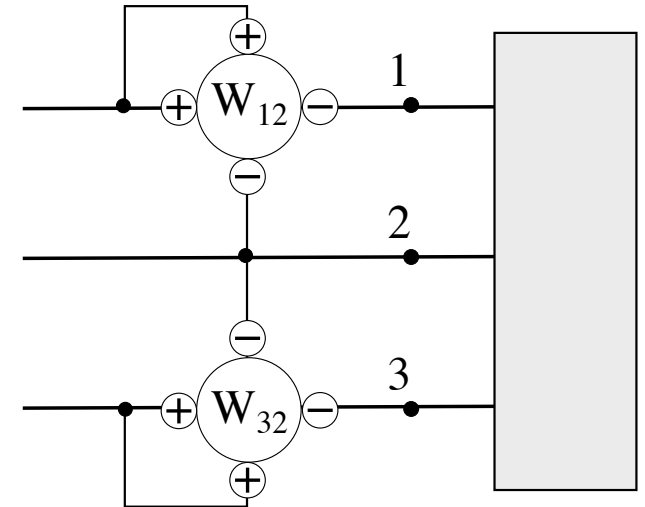
i due wattmetri forniscono anche la potenza reattiva

$$Q = \sqrt{3} (P_{W32} - P_{W12})$$

Dim: applicare le formule di addizione e sottrazione del coseno alle

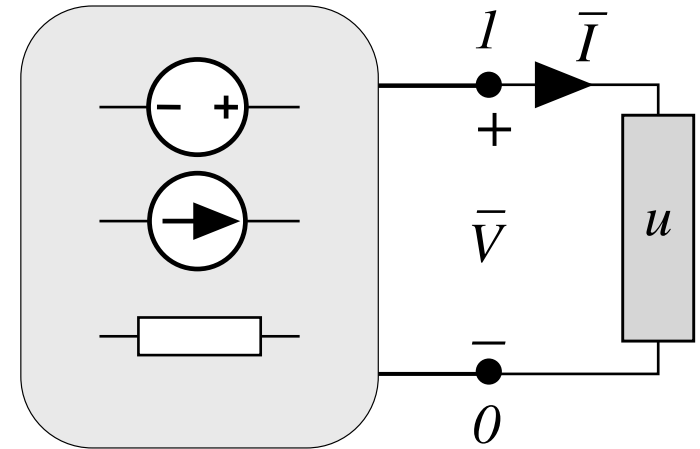
potenze dei due wattmetri  $P_{W12} = VI \cos \delta_{12}$   $P_{W32} = VI \cos \delta_{32}$

con  $\delta_{12} = \varphi + \pi/6$   $\delta_{32} = \varphi - \pi/6$



# Cenno alla fornitura di "energia elettrica"

La fornitura alle utenze ( $u$ ) è eseguita da sistemi elettrici di potenza in corrente alternata (regime sinusoidale) trifase a frequenza industriale (50 Hz / 60 Hz).  
(rete equivalente monofase)



## Condizioni di buona fornitura:

- **Rete:** garantisce un valore efficace di tensione  $V$  prossimo al *valore nominale*  $V_n$  se la assorbita  $P$  non supera la *potenza contrattuale*  $P_n$ .  
Es.:  $\Delta V\% = \pm 5\%$  per  $V_n = 220$  V a 50 Hz e  $P_n = 3$  kW (sarebbe inopportuno e pericoloso far funzionare le nostre apparecchiature a tensioni molto diverse dai 220 V di progetto).
- **Utenza:** La rete di distribuzione eroga la potenza contrattuale con il minimo valore efficace di corrente (riduce le perdite di fornitura e minimizza il dimensionamento del sistema di fornitura).



# Stabilità della tensione

## Costanza del valor efficace della tensione

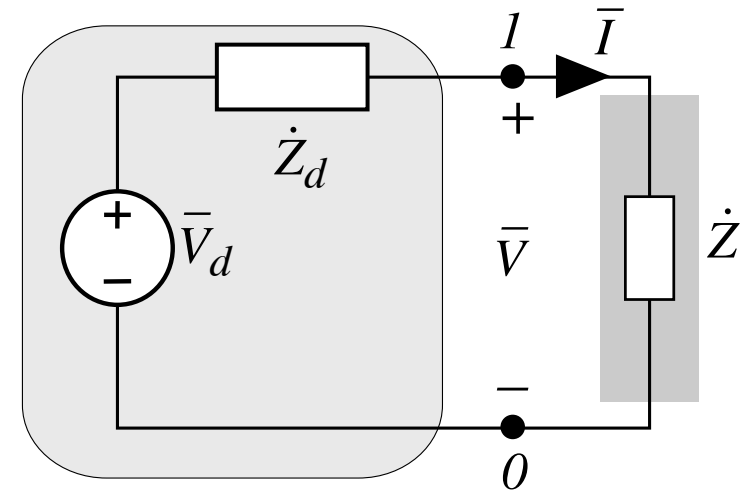
L'intero sistema si presenta alla porta di fornitura (ove sta il contatore) come un generatore equivalente di Thévenin.

Partitore di tensione v.e. ( $V_d = V_n$ ):

$$V = \frac{Z}{|\dot{Z}_d + \dot{Z}|} V_d \approx V_d$$

Si ottiene se  $Z_d \ll Z$

- la rete eroga all'utenza una potenza molto inferiore a quella massima erogabile (che si ottiene con impedenze coniugate, ossia  $Z_d = Z$ )
- se  $Z$  diventa molto più piccola (es. per un cortocircuito) la corrente e la potenza erogate diventano molto maggiori delle nominali e pericolose per gli impianti e le persone
- condizioni da bloccare immediatamente con i sistemi di protezione

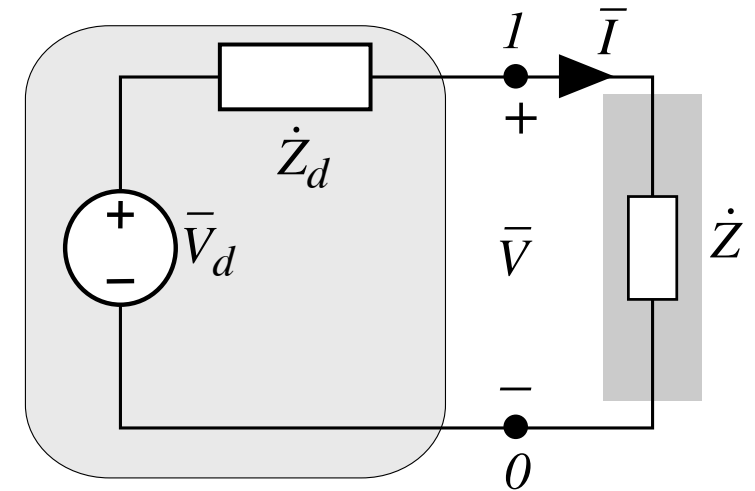


# Domanda ottima di potenza

## Minimo valore efficace di corrente

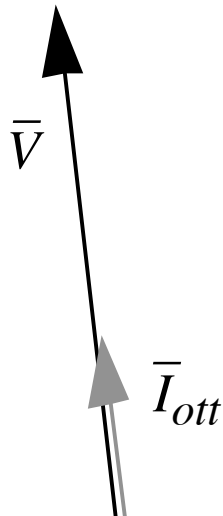
Potenza attiva:  $P = V I \cos \varphi$

fissati  $P$  e  $V$ , il minimo  $I$  si ottiene per  $\cos \varphi = 1$   
ossia per  $\varphi = 0$

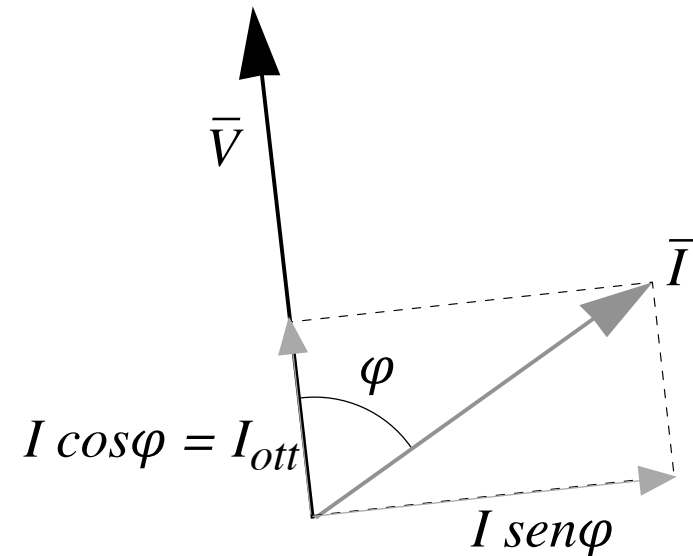


Ma di solito non è così, perché le impedenze delle utenze impongono uno **sfasamento** tra tensione e corrente:

Situazione  
ottimale



Situazione  
reale  
frequente



# Rifasamento

## Minimizzazione del valore efficace di corrente

Il problema nasce dalla **sfasamento**  $v-i$

→ Si risolve “rifasando” la corrente di fornitura con bipolo rifasatore in parallelo al carico, che assorbe corrente in quadratura in anticipo

$$\bar{I}_\ell = \bar{I} + \bar{I}_r = \bar{I}_{ott}$$

→ è un condensatore:

$$\omega C_r = B_r = -B = \frac{\text{sen } \varphi}{Z} = G \tan \varphi$$

$$Q_r = -P \tan \varphi \quad \Rightarrow \quad C_r = \frac{P \tan \varphi}{\omega V^2}$$

