Limiti di funzionamento

I. Esercizio 1

Per la realizzazione di un azionamento elettrico si fa uso di un motore sincrono trifase a magneti permanenti con rotore isotropo alimentato da un invertitore di tensione PWM con frequenza di modulazione di 16 [kHz].

A. *Ricavare i parametri p, R, L, Λ_{mg} del motore sincrono a magneti permanenti*

Preliminarmente si fanno le seguenti misure sul motore (con fasi collegate a stella) che portano ai risultati riportati:

1) Misura volt-amperometrica in corrente continua: applicando 6 [V] tra due morsetti del motore fermo si misura una corrente di 5 [A]: La resistenza viene misurata secondo lo schema di Figura 1 e puó essere calcolata come in (1).

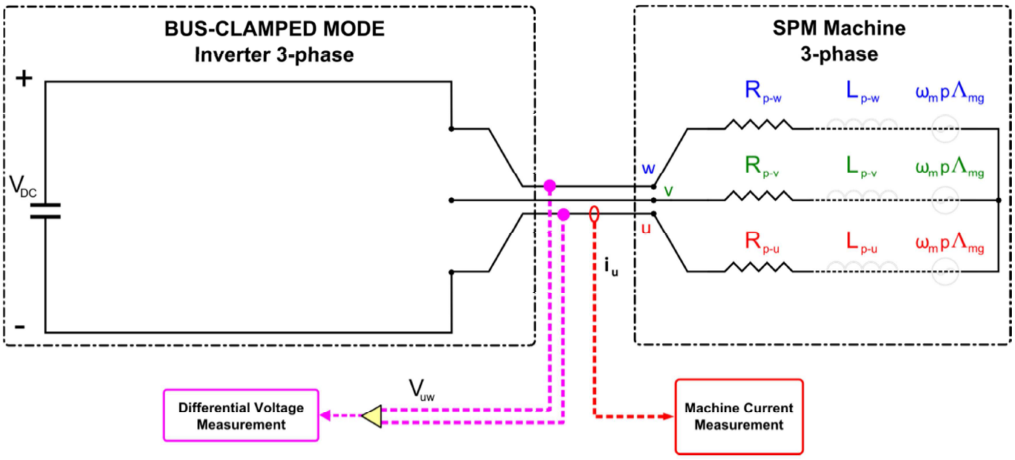


Fig. 1: Schema di collegamento per la misura della resistenza

$$
\begin{aligned}
R_{mis} &= 2R_p = \frac{6}{5} = 1.2\Omega \\
R_p &= \frac{R_{mis}}{2} = 0.6\Omega
\end{aligned}
\tag{1}
$$

2) Misura a vuoto: il motore viene trascinato con un motore asincrono a 4 poli connesso alla rete di distribuzione a 50 [Hz], mentre i suoi morsetti sono aperti. Fra ciascuna coppia di morsetti si rileva con un oscilloscopio una tensione sinusoidale di ampiezza (valore di picco) pari a 156 [V] e di periodo pari a 13.4 [ms]: La frequenza delle tensioni rilevate é l'inverso del periodo 2

$$
\begin{aligned}
f &= \frac{1}{T} = \frac{1}{13.4 \cdot 10^{-3}} = 74.63Hz \\
\Omega_{me} &= 2\pi f = p\Omega_m = 468.9\frac{rad}{s}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Non viene fornita la velocitá di rotazione Ω_m, ma essendo il motore che trascina quello in prova un asincrono a 4 poli alimentato a 50 [Hz], la sua velocitá risulta leggermente inferiore rispetto al valore di sincronismo (3)

$$
\begin{aligned}
n_0 &= \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500rpm \\
\Omega_{m0} &= n_0 \cdot \frac{2\pi}{60} = 1500 \cdot \frac{2\pi}{60} = 157.1\frac{rad}{s}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

É possibile ricavare il numero di coppie polari come in (4).

$$
p \simeq \frac{\Omega_{me}}{\Omega_{m0}} = \frac{468.9}{157.1} = 2.98 \implies 3 \tag{4}
$$

L'effettiva velocitá di rotazione dell' asincrono risulta leggermente inferiore rispetto al valore di sincronismo a causa dello scorrimento. Noto il numero di coppie polari della macchina sincrona é possibile calcolare l'effettiva velocitá di rotazione : $\Omega_m = \Omega_{me}/p = 156.3\ [rad/s]$ cioé $n = 1493\ [rpm]$.

Il flusso dei magneti viene calcolato come in (5)

$$
\Lambda_{mg} = \frac{V_p}{\Omega_{me}} = \frac{V_{pp}/\sqrt{3}}{2\pi f} = \frac{156/\sqrt{3}}{2\pi \cdot 74.63} = 0.192Vs \tag{5}
$$

3) Misura a carico: il motore viene trascinato con lo stesso motore asincrono connesso alla rete mentre i suoi morsetti sono connessi ad una stella di resistori identici di $10\ [\Omega]$*. In ciascuna delle fasi si misura con una pinza amperometrica connesssa ad un oscilloscopio una corrente sinusoidale di ampiezza (valore di picco) pari a* $6.8\ [A]$ *e di periodo pari a* $13.9\ [ms]$*:* Lo schema di misura é riportato in Figura 2

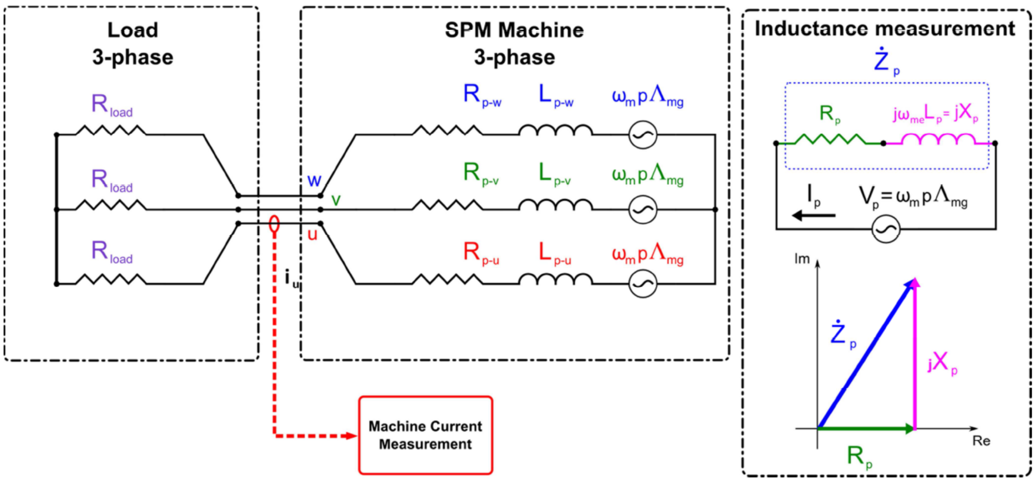


Fig. 2: Schema di collegamento per la misura di induttanza

Il valore dell'induttanza sincrona L puó essere ricavato dal modulo dell'impedenza totale come in (6)

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{E_{rms}}{I_{rms}} = \frac{E_{pk}}{I_{pk}} = \frac{\Omega_{me}\cdot\Lambda_{mg}}{I_{pk}} = \frac{452\cdot 0.192}{6.8} = 12.76\Omega \\
L &= \frac{X}{\Omega_{me}} = \frac{\sqrt{Z^2-(R+R_{load})^2}}{\Omega_{me}} = \frac{\sqrt{12.76^2-10.6^2}}{452} = 15.7mH
\end{aligned} \tag{6}
$$

B. L'invertitore di tensione é capace di erogare continuativamente 4.2 [A] efficaci con una tensione concatenata sinusoidale in uscita (componente fondamentale) fino a 360 [V] efficaci.

1) Ricavare la velocitá base e la coppia base dell'azionamento: La velocitá base del motore é calcolata in (7) mentre la coppia é riportata in (8)

$$
\Omega_{me}^{B} = \frac{U_N}{\sqrt{\Lambda_{mg}^2+(L\cdot I_N)^2}} = \frac{360\sqrt{2}/\sqrt{3}}{\sqrt{0.192^2-(0.0157\sqrt{2}\cdot 4.2)^2}} = 1376\frac{rad}{s} \tag{7}
$$

$$
T_N = \frac{3}{2}p\Lambda_{mg}I_N = \frac{3}{2}\cdot 3\cdot 0.192\cdot 4.2\sqrt{2} = 5.12Nm \tag{8}
$$

II. Esercizio 2

Per la realizzazione di un azionamento elettrico si fa uso di un motore sincrono trifase a magneti permanenti con rotore isotropo alimentato da un invertitore di tensione PWM con frequenza di modulazione di 12 [kHz]. Il motore ha i seguenti dati di targa:

- Tensione nominale $U_{nom} = 380\ [V]\ rms\ conc$
- Corrente nominale $I_{nom} = 12\ [A]\ rms$
- Coppia nominale $M_{nom} = 32\ [Nm]$
- Resistenza di fase $R = 0.4\ [\Omega]$
- Induttanza sincrona $L = 10\ [mH]$
- numero di poli $2p = 8$

A. Ricavare la velocitá base (nel funzionamento in MTPA) e velocitá massima (in deflussaggio) dell'azionamento e tracciare in modo qualitativamente corretto i limiti di coppia e di potenza delle regioni a coppia costante e a coppia decrescente

Preliminarmente é necessario ricavare il valore del flusso dei magneti Λ_{mg}, note la coppia e la corrente nominale, come mostrato in (9).

$$
\Lambda_{mg} = \frac{M_N}{3/2\cdot p\cdot I_N} = \frac{32}{3/2\cdot 4\cdot 12\sqrt{2}} = 0.314Vs \tag{9}
$$

Nel punto base, la macchina a rotore isotropo é controllata per avere correnti $I_d = 0\ [A]$ e $I_q = 12 \cdot \sqrt{2}\ [A]$. Inserendo questi valori nell'equazione elettrica della macchina e imponendo il limite di tensione é possibile ricavare la velocitá base (10).

$$\begin{aligned}
\Omega_{me}^B &= \frac{U_N}{\sqrt{\Lambda_{mg}^2 + (L \cdot I_N)^2}} = \frac{380 \cdot \sqrt{2}/\sqrt{3}}{\sqrt{0.314^2 + (0.01 \cdot 12\sqrt{2})^2}} = 868.7 \frac{rad}{s} \\
\Omega_m^B &= \frac{\Omega_{me}^B}{p} = 217.2 \frac{rad}{s} \\
n^B &= \Omega_m^B \cdot \frac{60}{2\pi} = 2074 rpm
\end{aligned} \tag{10}$$

Per ricavare la velocitá massima dell'azionamento, é necessario valutare la corrente di corto circuito della macchina: $I_{cc} = -\Lambda_{mg}/L_d = -31.5\ [A]$. Il centro delle circonferenze limiti di tensione é quindi esterno al limite di corrente. Di conseguenza la massima velocitá si ottiene con correnti $I_d = -12 \cdot \sqrt{2}\ [A]$ e $I_q = 0\ [A]$. La velocitá massima puó essere calcolata come in (11).

$$\begin{aligned}
\Omega_{me}^{MAX} &= \frac{U_N}{\Lambda_{mg} - (L \cdot I_N)} = \frac{380 \cdot \sqrt{2}/\sqrt{3}}{0.314 - (0.01 \cdot 12\sqrt{2})} = 2146 \frac{rad}{s} \\
\Omega_m^{MAX} &= \frac{\Omega_{me}^{MAX}}{p} = 536 \frac{rad}{s} \\
n^{MAX} &= \Omega_m^{MAX} \cdot \frac{60}{2\pi} = 5123 rpm
\end{aligned} \tag{11}$$

Si vogliono ora tracciare i limiti di coppia e potenza della macchina. I valori di coppia e potenza nel punto base e nel punto di massima velocitá sono riportati in (12) e (13).

$$\begin{aligned}
n^B &= 2074 rpm \\
M^B &= 32 Nm \\
P^B &= M^B \cdot n^B \frac{2\pi}{60} = 6966 W
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
n^{MAX} &= 5123 rpm \\
M^{MAX} &= 0 Nm \\
P^{MAX} &= M^{MAX} \cdot n^{MAX} \frac{2\pi}{60} = 0 W
\end{aligned} \tag{13}$$

Oltre a questi due punti viene considerato un terzo punto intermedio D (scelto arbitrariamente) ottenuto dall'intersezione del limite di corrente e della bisettrice del secondo quadrante nel piano dq. Questo punto é caratterizzato da correnti $I_d^D = -12\ [A]$ e $I_q^D = 12\ [A]$. In questo punto, la coppia, la velocitá e la potenza possono essere calcolate come mostrato in (14).

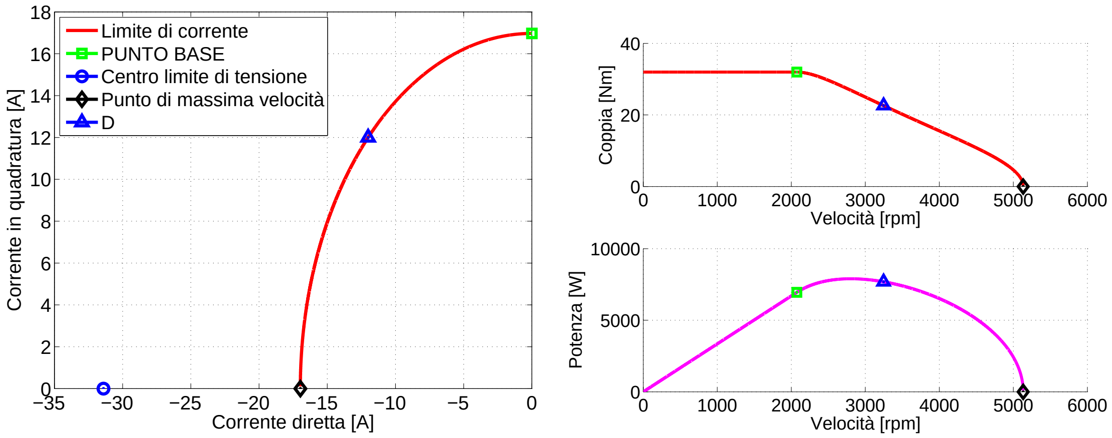
$$\begin{aligned}
\Omega_{me}^D &= \frac{U_N}{\sqrt{(L \cdot I_q^D)^2 + (L \cdot I_d^D + \Lambda_{mg})^2}} = 1358 \frac{rad}{s} \\
\Omega_m^D &= \frac{\Omega_{me}^D}{p} = 340 \frac{rad}{s} \\
n^D &= \Omega_m^D \cdot \frac{60}{2\pi} = 3243 rpm \\
M^D &= \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Lambda_{mg} \cdot I_q^D = 22.6 Nm \\
P^{MAX} &= M^D \cdot \Omega_m^D = 7675 W
\end{aligned} \tag{14}$$

Le caratteristiche di coppia e potenza e i punti corrispondenti nel piano delle correnti sono riportati in Figura 3.

B. Considerando il funzionamento a regime con velocitá pari a $\Omega_m = 100\ rad/s$ e con un carico meccanico caratterizzato da un coefficiente di attrito viscoso $B = 0.1\ Nms$ e da un momento d'inerzia $J = 0.1\ Kgm^2$, calcolare la corrente efficace di fase nei due casi seguenti:

1) coppia di carico (di disturbo) nulla: L'equazione meccanica della macchina é riportata in (15). Essendo a regime il termine inerziale é nullo e quindi l'unico contributo é dato dalla coppia di attrito.

$$M^1 = B \cdot \Omega_m + J \cdot \frac{d}{dt}\Omega_m + M_L^1 = 0.1 \cdot 100 = 10 Nm \tag{15}$$



(a) Piano dq

(b) Caratteristiche di Coppia e Potenza

Fig. 3: Limiti di funzionamento della macchina a rotore isotropo

Poiché la velocitá di rotazione é inferiore al valore base, la macchina puó lavorare in MTPA, cioé con corrente diretta nulla. Da questo si puó ricavare il valore di corrente in quadratura e di conseguenza il valore efficace della corrente di fase I^1_{fase} (16).

$$\begin{aligned} I_q^1 &= \frac{M^1}{3/2 \cdot p \cdot \Lambda_{mg}} = \frac{10}{3/2 \cdot 4 \cdot 0.314} = 5.3A \\ I^1_{fase} &= \frac{I^1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(I_d^1)^2 + (I_q^1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5.3^2}}{\sqrt{2}} = 3.74A \end{aligned} \tag{16}$$

2) coppia di carico pari a $10\ [Nm]$*:* Come per il punto precedente si puó esprimere l'equazione meccanica come in (17).

$$M^2 = B \cdot \Omega_m + J \cdot \frac{d}{dt}\Omega_m + M_L^2 = 0.1 \cdot 100 + 10 = 20Nm \tag{17}$$

Poiché la coppia é il doppio rispetto al caso precedente, anche la corrente risulta il doppio. Quindi $I_q^2 = 2 \cdot I_q^1 = 10.6$ $[A]$. Da cui si ricava la corrente di fase $I^2_{fase} = 7.49\ [A]$.

III. Esercizio 3

Un motore brushless anisotropo a fem sinusoidale (motore sincrono anisotropo a magneti permanenti) ha i seguenti dati nominali:

- Numero di poli : $2p = 4$
- Tensione a vuoto concatenata efficace a 1000 rpm: $U_{1000} = 300\ [V]$
- Resistenza a caldo di ciascuna fase (supposte collegate a stella): $R = 0.1\ \Omega$
- Induttanza sincrona diretta: $L_d = 1.6\ [mH]$
- Induttanza sincrona in quadratura: $L_q = 4.2\ [mH]$

Si suppongano trascurabili gli effetti della saturazione magnetica.

A. Trovare la corrente I_q di asse in quadratura corrispondete ad una corrente $I_d = -10\ [A]$ per avere il funzionamento da motore in condizioni di MTPA e il valore della coppia generata in tali condizioni. (trascurare la R).

Dalla tensione a vuoto é possibile ricavare il valore del flusso dei magneti Λ_{mg} come mostrato in (18).

$$\begin{aligned} \Omega_{me} &= n\frac{2\pi}{60} \cdot p = 1000\frac{2\pi}{60} \cdot 2 = 209.4\frac{rad}{s} \\ \Lambda_{mg} &= \frac{\hat{E}}{\Omega_{me}} = \frac{300\sqrt{2}\sqrt{3}}{209.4} = 1.17Vs \end{aligned} \tag{18}$$

Dall'espressione del MTPA é possibile ricavare la corrente I_q in funzione di I_d come in (19). La coppia tiene conto sia del contributo del magnete che della riluttanza ed é calcolata in (20).

$$I_q^{MTPA} = \sqrt{\frac{[\Lambda_{mg} + (L_d - L_q)I_d]\, I_d}{L_d - L_q}} = 67.8A \tag{19}$$

$$M = \frac{3}{2} \cdot p \cdot [\Lambda_{mg} + (L_d - L_q)I_d]\, I_q = 243.2Nm \tag{20}$$

B. Calcolare il valore efficace delle correnti di fase nel punto di lavoro definito nel punto precedente

Dalle correnti dq, é possibile calcolare l'ampiezza del vettore di corrente che é pari al valore massimo delle correnti di fase. Di conseguenza il valore efficace é calcolato con la (21).

$$I_{fase} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(I_d)^2 + (I_q)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(-10)^2 + (67.8)^2}}{\sqrt{2}} = 48.5A \tag{21}$$

IV. ESERCIZIO 4

Per la realizzazione di un azionamento elettrico si fa uso di un motore sincrono trifase a magneti permanenti con rotore anisotropo alimentato da un invertitore di tensione a PWM con frequenza di modulazione di 10 kHz. Il motore presenta:

- Resistenza statorica: $R = 0.5\ \Omega$
- Induttanza sincrona diretta: $L_d = 10\ [mH]$
- Induttanza sincrona in quadratura: $L_q = 20\ [mH]$

Inoltre in una prova a vuoto a 1200 $[rpm]$ si é misurata una tensione fase-fase di $U_0 = 240\ [V_{rms}]$ con una frequenza di f=60 Hz.

1) Ricavare i parametri p e Λ_{mg} del motore sincrono: Dai risultati della prova a vuoto (22) si possono ricavare il numero di coppie polari p e il flusso del magnete Λ_{mg} come mostrato in (23).

$$\begin{aligned} \Omega_m &= n \cdot \frac{2\pi}{60} = 1200\frac{2\pi}{60} = 125.6\frac{rad}{s} \\ \Omega_{me} &= 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 60 = 377\frac{rad}{s} \\ \hat{E} &= U_0\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 196V \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{\Omega_{me}}{\Omega_m} = 3 \\ \Lambda_{mg} &= \frac{\hat{E}}{\Omega_{me}} = 0.52Vs \end{aligned} \tag{23}$$

2) Il convertitore capace di erogare continuativamente 20 A_{rms} con una tensione concatenata sinusoidale in uscita (componente fondamentale) fino a 360 V_{rms}. Ricavare la velocitá massima con correnti di assi d e q entrambe nulle e la velocitá massima dell azionamento: La velocitá della macchina puó essere trovata sostuendo i valori delle correnti nell'equazione elettrica della macchina (24) e poi imponendo il limite di tensione (25).

$$\begin{aligned} U_d &= -\Omega_{me} \cdot L_q \cdot I_q \\ U_q &= +\Omega_{me}(\cdot L_d \cdot I_d + \Lambda_{mg}) \end{aligned} \tag{24}$$

$$U_d^2 + U_q^2 = U_N^2 \tag{25}$$

In caso di correnti nulle la velocitá risulta come in (26).

$$\begin{aligned} \Omega_{me}^1 &= \frac{U_N}{\Lambda_{mg}} = 565.5rad/s \\ \Omega_m^1 &= \frac{\Omega_{me}^1}{p} = 188.5rad/s \\ n^1 &= \Omega_m^1 \cdot \frac{60}{2\pi} = 1800rpm \end{aligned} \tag{26}$$

Poiché la corrente di corto della macchina $I_{cc} = -\Lambda_{mg}/L_d$ é fuori dal cerchio limite di corrente, la velocitá massima si ha per $I_d = -20\sqrt{2}\ [A]$ e $I_q == 0\ [A]$. Quindi risulta (27).

$$\begin{aligned} \Omega_{me}^2 &= \frac{U_N}{\Lambda_{mg} - L_d \cdot I_N} = 1240rad/s \\ \Omega_m^2 &= \frac{\Omega_{me}^2}{p} = 413rad/s \\ n^2 &= \Omega_m^2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 3948rpm \end{aligned} \tag{27}$$