Minimi quadrati in Matlab per Ingegneria dell'Energia Laboratorio. [1]

A. Sommariva[2]

Abstract

Interpolazione spline, esempi.

Ultima revisione: 17 dicembre 2018

1. Esercizio

Si supponga che le coppie, (x_k, y_k), $k = 1, \ldots, 21$, corrispondano alla k-sima riga della matrice

```
dati=[ 1.0000e+00  -1.9450e+00
       1.2000e+00  -1.2530e+00
       1.4000e+00  -1.1400e+00
       1.6000e+00  -1.0870e+00
       1.8000e+00  -7.6000e-01
       2.0000e+00  -6.8200e-01
       2.2000e+00  -4.2400e-01
       2.4000e+00  -1.2000e-02
       2.6000e+00  -1.9000e-01
       2.8000e+00   4.5200e-01
       3.0000e+00   3.3700e-01
       3.2000e+00   7.6400e-01
       3.4000e+00   5.3200e-01
       3.6000e+00   1.0730e+00
       3.8000e+00   1.2860e+00
       4.0000e+00   1.5020e+00
       4.2000e+00   1.5820e+00
       4.4000e+00   1.9930e+00
       4.6000e+00   2.4730e+00
       4.8000e+00   2.5030e+00
       5.0000e+00   2.3220e+00];
```

Si definisca un file

`esercizio_regressione_lineare`

come segue.

- Mediante il comando `dati(:,1)`, `dati(:,2)`, si selezionino le ascisse `x` e le ordinate `y`.
- Si calcoli i coefficienti `P` della retta di regressione.
- Stampare il polinomio di regressione p_1^* utilizzando `fprint` Il polinomio è $P(1) \cdot x + P(2)$ oppure $P(2) \cdot x + P(1)$?
- Si valuti il polinomio di regressione p_1^* nei punti equispaziati x_j e sia $z_k = p_1^*(x_k)$.
- Si calcolino mediante tali valutazioni, l'errore di regressione
$$\sqrt{\sum_{k=1}^{21} (y_k - z_k)^2}$$
e lo si stampi a video.
- In una figura si determino le coppie estratte dal file di dati e si disegni la retta di regressione.

2. Svolgimento

Utilizziamo quale base

`demo_regressione_lineare`

```
function esercizio_regressione_lineare

% esercizio sulla regressione lineare

% vettori riga dei dati da approssimare
dati=[ 1.0000e+00  -1.9450e+00
       1.2000e+00  -1.2530e+00
       1.4000e+00  -1.1400e+00
       1.6000e+00  -1.0870e+00
       1.8000e+00  -7.6000e-01
       2.0000e+00  -6.8200e-01
       2.2000e+00  -4.2400e-01
       2.4000e+00  -1.2000e-02
       2.6000e+00  -1.9000e-01
       2.8000e+00   4.5200e-01
       3.0000e+00   3.3700e-01
       3.2000e+00   7.6400e-01
       3.4000e+00   5.3200e-01
       3.6000e+00   1.0730e+00
       3.8000e+00   1.2860e+00
       4.0000e+00   1.5020e+00
       4.2000e+00   1.5820e+00
       4.4000e+00   1.9930e+00
       4.6000e+00   2.4730e+00
       4.8000e+00   2.5030e+00
       5.0000e+00   2.3220e+00];

x=dati(:,1); y=dati(:,2);

% coeff. retta regressione "P(1)*x+P(2)".
P=polyfit(x,y,1);

% stampa retta regressione
fprintf('\n \t (%1.15e)*x+(%1.15e)',P(1),P(2));

% ------ calcolo errore regressione ------

% valore "p_1" nelle ascisse "x"
z=polyval(P,x);

% errore ||f-p_1||_2
err2=norm(z-y,2);
```

```
fprintf('\n \t Errore regressione norma2: %1.2e',err2);

% ------ grafico esperimento regressione ------

clf;
% plot punti
plot(x,y,'go','LineWidth',1,...
     'MarkerEdgeColor','k',...
     'MarkerFaceColor','g',...
     'MarkerSize',10);
hold on;
% plot retta regressione
plot(x,z,'k-','LineWidth',2);
% titoli e legenda
title('Regressione lineare');
legend('Dati','Retta di regressione')
hold off;

fprintf('\n \n');
```

Il file è simile a quello citato. Alcune differenze sono le seguenti.

- Con `x=dati(:,1); y=dati(:,2);` si estraggono i vettori di ascisse e ordinate.
- Determinato il vettore dei coefficienti, per stamparlo basta

```
fprintf('\n \t (\%1.15e)*x+(\%1.15e)',P(1),P(2));
```

  Per convincersi che è l'ordine giusto, l'help di `polyval` dice

```
>> help polyval
 polyval Evaluate polynomial.
    Y = polyval(P,X) returns the value of a ...
     polynomial P evaluated at X. P
    is a vector of length N+1 whose elements are ...
     the coefficients of the
    polynomial in descending powers.

       Y = P(1)*X^N + P(2)*X^(N-1) + ... + P(N)*X...
      + P(N+1)
```

- Per fare il plot del polinomio di miglior approssimazione ai minimi quadrati, visto che è una retta bastano due punti della stessa. Quindi visto che (x_k, z_k), $k = 1, \ldots, 21$, $z_k = p_1^*(x_k)$ giacciono su tale retta, unendoli tra di loro per interpolazione lineare (come fa `plot`) si ottiene proprio la retta desiderata.

Il grafico dell'esperimento viene espresso in figura.

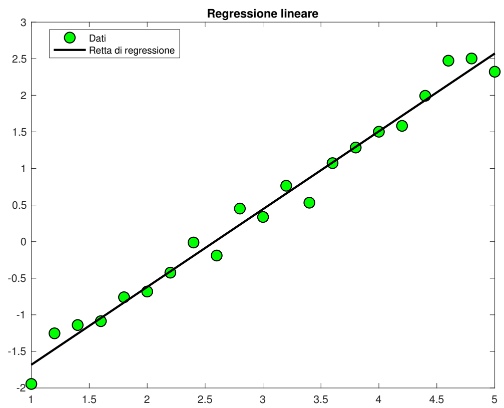

Figura 1: Dati e retta di regressione.