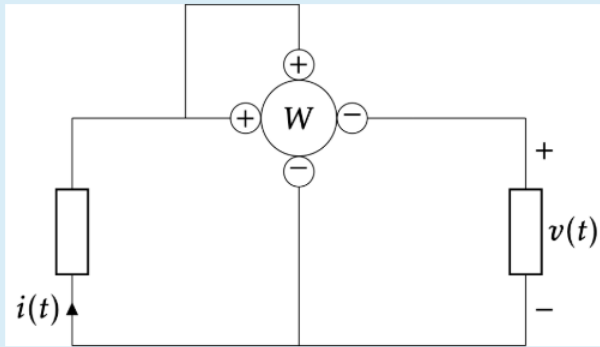


Nella rete di figura in regime sinusoidale sono note:
 $v(t) = 10 \cos(100 t)$, $i(t) = 8 \sin(100 t + \pi/6)$
 Calcolare l'indicazione del wattmetro a valore medio.



La potenza indicata dal wattmetro, per come sono dati i riferimenti, è $P_W = VI \cos \varphi$ o anche $P_W = \text{Re}\{\bar{V} \bar{I}^*\}$ con ovvio significato dei simboli

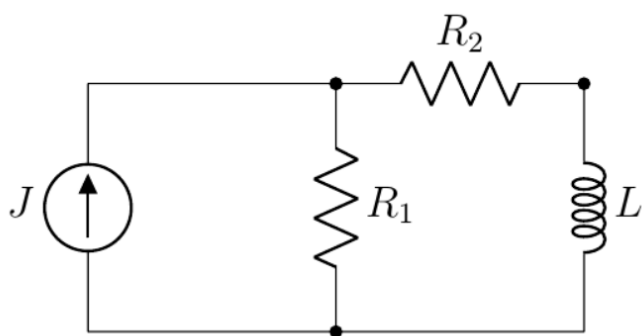
$$\bar{V} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \bar{I} = \frac{8}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$P_W = \text{Re}\{\bar{V} \bar{I}^*\} = 20$$

La rete in figura è in regime stazionario, e sono noti i seguenti dati:

$$R_1 = 1 \Omega, R_2 = 1 \Omega, L = 80 \text{ mH} \text{ e } J = 40 \text{ A}$$

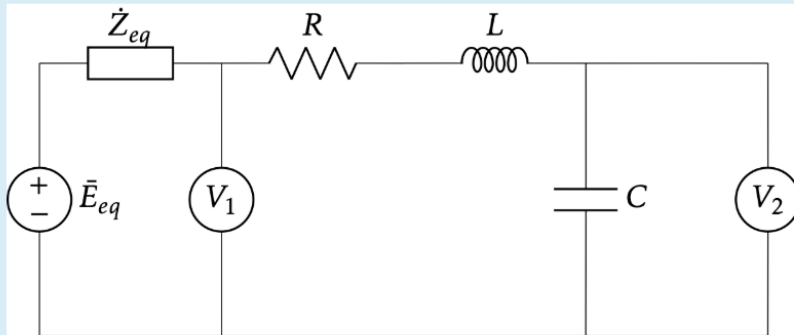
Calcolare l'energia, espressa in joule, immagazzinata nell'induttore.



L'induttore in regime stazionario si comporta da cortocircuito (il condensatore da aperto). Essendo $R_1 = R_2$ la corrente del generatore J si equiripartisce tra i resistori (nell'esercizio duale con il condensatore si equipartisce la tensione). La corrente che attraversa l'induttore è quindi $I = J/2$ (nel circuito col condensatore è $V = E/2$).

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} 80 \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 16 \text{ J} \quad (W_C = \frac{1}{2} C V^2 \text{ nel caso del condensatore})$$

Nella rete simbolica sono presenti due voltmetri ideali a valore efficace e sono noti i seguenti dati:
 $R = 1 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$ e $V_1 = 5 \text{ V}$
 Sapendo che L e C sono in risonanza calcolare V_2



In condizione di risonanza è $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 10000$. Essendo L e C in risonanza serie la somma delle loro tensioni è nulla e il voltmetro V_1 misura la tensione ai capi del resistore, per cui il valore efficace della corrente è $I = \frac{V_1}{R} = 5 \text{ A}$. Quindi $V_2 = |X_C| I = \frac{1}{\omega C} I = 500 \text{ V}$.

In regime sinusoidale, la potenza istantanea $p(t)$ assorbita da una resistenza R con valore efficace di corrente I :

Scegli un'alternativa:

- a. è sinusoidale con periodo doppio di quello della corrente e ha valore massimo $2 R I^2$ ←
- b. è periodica con periodo metà di quello della corrente, non negativa, e con valor massimo $2 R I^2$
- c. è periodica con periodo uguale quello della corrente e oscilla tra 0 e $2 R I^2$ ←
- d. è alternata con valore massimo $R I^2$ ←
- e. nessuna delle altre affermazioni è giusta

La potenza istantanea è fatta di due addendi, uno costante e uno sinusoidale a pulsazione doppia, ovvero con periodo dimezzato, rispetto a tensione e corrente, quindi si possono escludere subito le risposte a e c (freccia rossa). Alternata vuol dire con valor medio nullo ma sappiamo che per il resistore il valor medio uguale alla potenza attiva $P=RI^2$, non è nullo, può essere esclusa anche la risposta d (freccia blu). La prima è giusta essendo v e i in fase hanno lo stesso segno e la potenza è $p(t)=v(t)i(t) \geq 0$, essendo nulla quando $i=0$ e $v=0$, e massima quando $i=i_M$ e $v=V_M=RI_M$ ossia $P_M=RI_M^2=2RI^2$.

In regime sinusoidale per qualsiasi valore della pulsazione ω , il modulo dell'impedenza del parallelo $R - L - C$

Scegli un'alternativa:

- a. nessuna delle altre affermazioni è giusta
- b. non può essere superiore a $1/R$ ←
- c. non può essere superiore a R
- d. non può essere inferiore a R ←
- e. non può essere inferiore a $1/R$ ←

Le risposte b ed e confrontano il modulo dell'impedenza, con unità di misura in $[\Omega]$ a $1/R$, con unità di misura in $[S]$, il che è assurdo, per cui possono essere escluse subito (freccie blu).

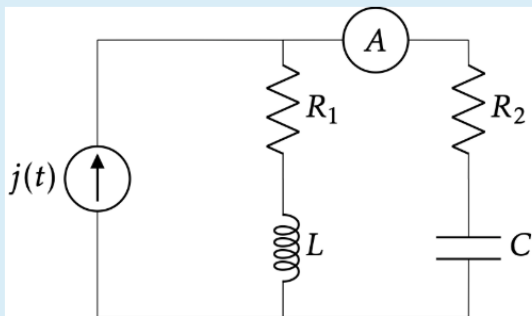
Nel parallelo RLC l'ammettenza è $\dot{Y} = G + j\omega C - j\frac{1}{\omega L} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + jB$. L'impedenza è $\dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}}$ e il suo modulo vale $z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{G^2+B^2}}$: per frequenze molto piccole o molto grandi B diventa molto grande e quindi Z tende a 0 si può escludere anche la risposta d (freccia rossa).

Invece in condizioni di risonanza parallelo è $B=0$ (L e C insieme equivalgono ad un aperto) e quindi Z assume il valore massimo in modulo, dato dalla sola R.

Un carico trifase equilibrato, alimentato a $\omega = 300 \text{ rad/s}$, con una terna simmetrica di tensioni stellate di valore efficace $E = 1000 \text{ V}$, assorbe complessivamente una potenza reattiva $Q = 90000 \text{ VAR}$. Quale è il valore della singola capacità, espressa in μF , di un banco di condensatori connessi a stella in grado di rifasare il carico a $\cos\varphi = 1$?

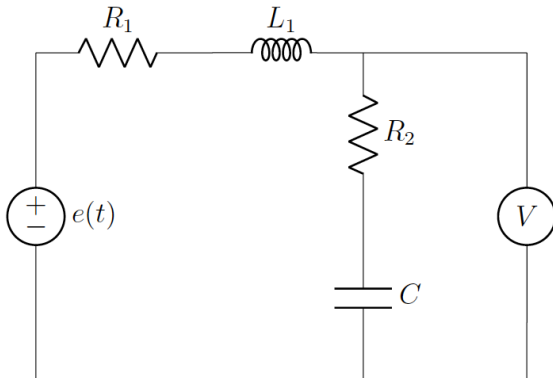
Il banco di condensatori deve fornire $Q_c = -90000 \text{ VAR}$ per rifasare perfettamente il carico. Ognuno dei condensatori fornisce 1/3 della potenza totale di rifasamento, $Q_{cf} = Q_c/3$ e, essendo connesso a stella, ha valore efficace di tensione uguale alla stellata E e quindi potenza reattiva $Q_{cf} = \frac{E^2}{X_c} = -\omega C E^2$. Si ha quindi $C = -\frac{Q_c}{3\omega E^2} = 100 \mu F$

Nella rete in regime sinusoidale sono noti i seguenti dati:
 $j(t) = 4 \sin(\omega t)$
 $R_1 = R_2 = 5 \Omega$, $X_C = -5 \Omega$ e $X_L = 5 \Omega$
 Calcolare l'indicazione dell'amperometro a valore efficace I_A , espressa in ampere.



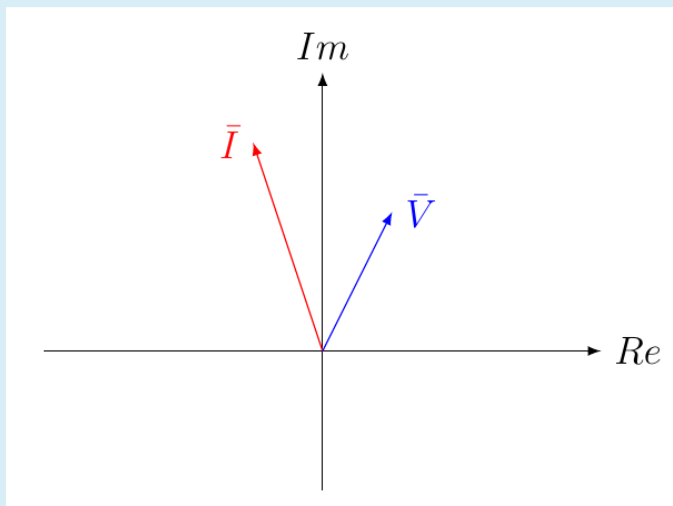
$\bar{J} = 2\sqrt{2}$. Partitore di corrente $\bar{I}_{RC} = \bar{J} \frac{R_1 + jX_L}{(R_1 + jX_L) + (R_2 + jX_C)} = 2\sqrt{2} \frac{5 + j5}{(5 + j5) + (5 - j5)} = 2\sqrt{2} \frac{5 + j5}{10} = \sqrt{2}(1 + j)$ e quindi $I_A = |\bar{I}_{RC}| = 2 \text{ A}$

Nella rete in regime sinusoidale sono noti i seguenti dati: $e(t) = 20 \sin(1000 t)$
 $R_1 = R_2 = 10$, $C = 100 \mu\text{F}$ e $L = 10\text{mH}$
 Calcolare l'indicazione del voltmetro a valore efficace VV



$$\bar{E} = 10\sqrt{2} \text{ . Partitore di tensione } \bar{V}_{RC} = \bar{E} \frac{R_1 + jX_C}{(R_1 + jX_L) + (R_2 + jX_C)} = 10\sqrt{2} \frac{10 - j10}{(10 + j10) + (10 - j10)} = 10\sqrt{2} \frac{10 - j10}{20} = 5\sqrt{2}(1 - j) \text{ e quindi } V_A = |\bar{V}_{RC}| = 10 \text{ V}$$

I fasori di tensione, \bar{V} , e corrente, \bar{I} , rappresentati in figura competono a una impedenza convenzionata da utilizzatore. Si può affermare che, considerando $R > 0$, $L > 0$, $C > 0$:

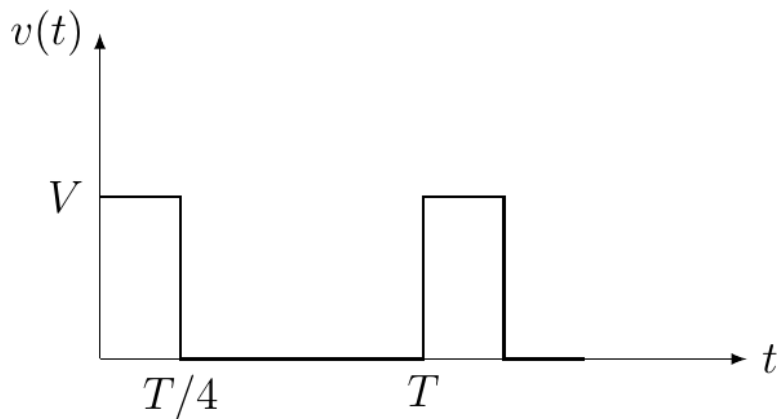


Scegli un'alternativa:

- a. l'impedenza può essere un condensatore C ←
- b. nessuna delle altre affermazioni e' corretta
- c. l'impedenza può essere un induttore L ←
- d. l'impedenza può essere una serie RL
- e. l'impedenza può essere una serie RC

Induttori e condensatori sfasano correnti/tensioni di 90 gradi, pertanto alcune affermazioni sono certamente errate (freccia rossa). Nelle serie RC ed RL i due componenti dinamici sono attraversati dalla stessa corrente del resistore e la tensione ai capi della serie è data dalla somma fasoriale della tensione sul resistore e di quella sul componente dinamico. Nel caso RC si ha $\bar{V} = R\bar{I} - j\frac{1}{\omega C}\bar{I}$, ossia con tensione in ritardo sulla corrente, che è il caso di figura, (nel caso RL la tensione sarebbe in anticipo).

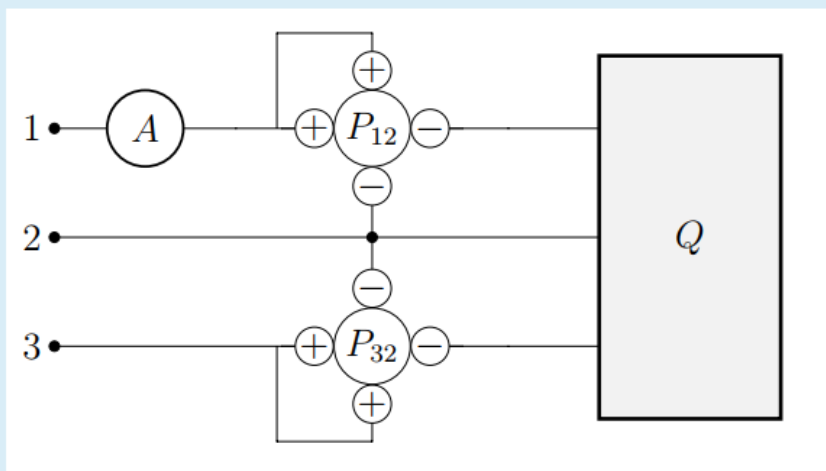
Calcolare il valore efficace, espresso in volt, dell'onda quadra periodica di tensione rappresentata in figura sapendo che $V = 4 \text{ V}$



e $T = 6 \text{ s}$.

$$\text{Dalla definizione } V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/4} V^2 dt} = \sqrt{\frac{V^2}{4}} = \frac{V}{2} = 2 \text{ V}$$

Il carico trifase equilibrato rappresentato in figura è alimentato da una terna di tensioni stellate simmetrica diretta di valore efficace E . Si conoscono la lettura di uno dei wattmetri, $P_{12} = 45000 \text{ W}$, il valore di $E = 1000 \text{ V}$, e la potenza reattiva totale $Q = 0 \text{ VAR}$ assorbita dal carico. Quanto vale la corrente di linea, espressa in ampere, misurata dall'ampmetro a valore efficace?

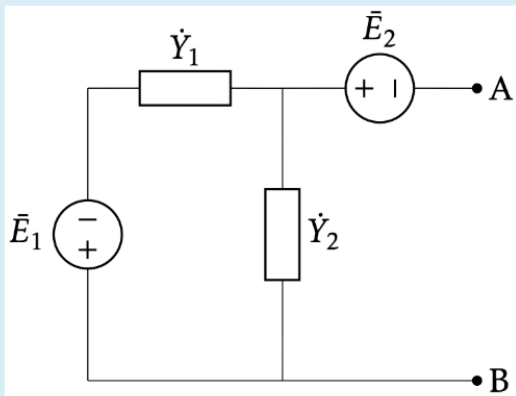


Se $Q=0$ dalla formula dell'inserzione Aron sappiamo che $P_{12}=P_{32}$ quindi $P=90000 \text{ W}$ ma anche $P=3EI$ da cui $I=90000/3 \cdot 1000=30 \text{ A}$.

Calcolare il modulo dell'ammettenza equivalente $Y_{eq} = |\dot{Y}_{eq}|$ del generatore equivalente simbolico di Norton ai morsetti AB espressa in siemens

Sono noti i seguenti dati:

$$\bar{E}_1 = 10 + j10, \bar{E}_2 = 15 - j5, \dot{Y}_1 = 2 + j10, \dot{Y}_2 = 6 - j4$$

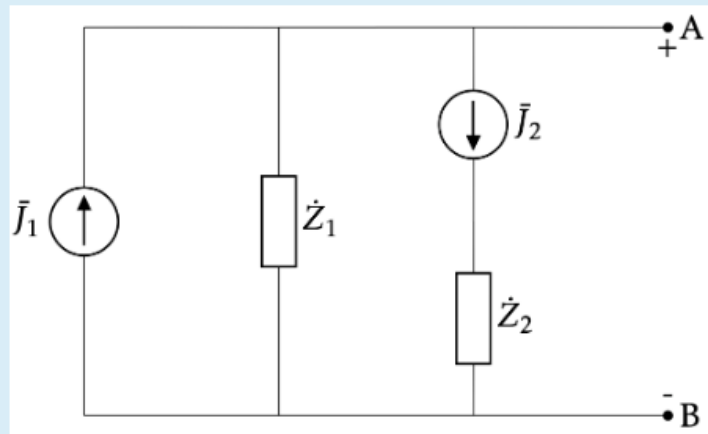


Azzerando i generatori di tensione, \dot{Y}_1 e \dot{Y}_2 si trovano in parallelo e pertanto $\dot{Y}_{eq} = \dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 = 8 + j6$ da cui $Y_{eq} = |\dot{Y}_{eq}| = 10 \text{ S}$

Calcolare il modulo della corrente impressa $J_{eq} = |\bar{J}_{eq}|$ del generatore equivalente simbolico di Norton ai morsetti AB espressa in ampere

Sono noti i seguenti dati:

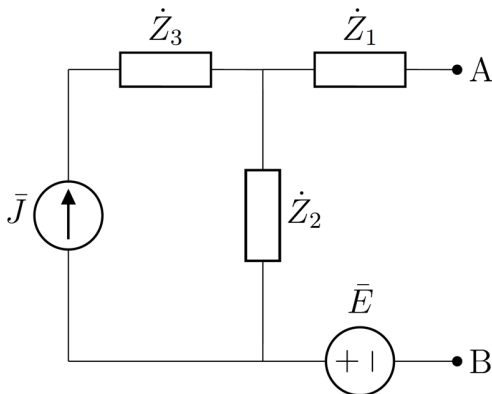
$$\bar{J}_1 = 8 + j3, \bar{J}_2 = 24 + j15, \dot{Z}_1 = 8 + j3, \dot{Z}_2 = 24 - j15$$



La corrente impressa di Norton è uguale alla corrente di cortocircuito. Nel calcolo della corrente di cortocircuito Z_1 ha tensione nulla e quindi corrente nulla, essendo appunto in parallelo a un cortocircuito, mentre la serie di J_2 e Z_2 equivale a $J_2^* = -J_2$ quindi $\bar{J}_{eq} = \bar{J}_1 - \bar{J}_2 = -16 - j12$ e $J_{eq} = |\bar{J}_{eq}| = 20 \text{ A}$

Calcolare il modulo dell'impedenza equivalente $Z_{eq} = |\dot{Z}_{eq}|$ del generatore equivalente simbolico di Thevenin ai morsetti AB. Sono noti i seguenti dati:

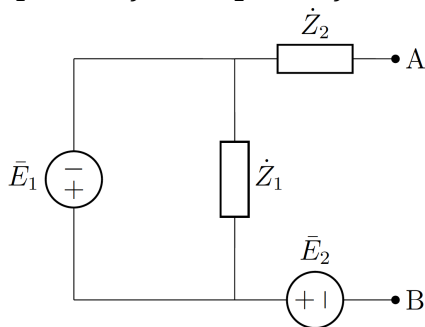
$$\bar{J} = 10 + j10, \quad \bar{E} = 15 - j5, \quad \dot{Z}_1 = 3 + j6, \quad \dot{Z}_2 = 1 - j3, \quad \dot{Z}_3 = 2 + j4$$



Azzerando i due generatori, Z_1 e Z_2 si trovano in serie e pertanto $\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + Z_2 = 4 + j3$ da cui $Z_{eq} = |\dot{Z}_{eq}| = 5 \Omega$

Calcolare il modulo della tensione impressa $E_{eq} = |\bar{E}_{eq}|$ del generatore equivalente simbolico di Thevenin ai morsetti AB. Sono noti i seguenti dati:

$$\bar{E}_1 = 10 + j20, \quad \bar{E}_2 = 5 + j8, \quad \dot{Z}_1 = 10 + j10, \quad \dot{Z}_2 = 10 - j10$$



La tensione impressa di Thevenin è uguale alla tensione a vuoto. Nel calcolo della corrente di cortocircuito Z_2 ha corrente nulla e quindi tensione nulla, essendo appunto aperta, e si ha quindi $\bar{E}_{eq} = -\bar{E}_1 + E_2 = -10 - j20 + 5 + j8 = -5 - j12$ e $E_{eq} = |\bar{E}_{eq}| = 13 \text{ V}$

Il doppio bipolo induttivo ideale:

- (a) ha potenza istantanea entrante alla porta 1 uguale a quella uscente alla porta 2 ←
- (b) accumula energia che, a seconda del valore delle correnti di porta, può essere positiva, nulla o negativa ←
- (c) se ha accoppiamento perfetto equivale ad un trasformatore ideale con un bipolo induttore ideale in parallelo a una delle due porte
- (d) se amplifica ha coefficiente di accoppiamento maggiore di uno ←
- (e) nessuna delle altre affermazioni è corretta.

No (a), perché altrimenti non accumulerebbe energia

No (b), perché l'energia non è mai negativa

No (d), perché il coeff. di accoppiamento al massimo vale 1

Sì (c), perché lo schema con trasformatore ideale con un bipolo induttore ideale in parallelo a una porta è necessario se c'è amplificazione, ma vale anche con $n=1$ (senza amplificazione)

In un sistema trifase a quattro fili simmetrico ed equilibrato:

- (a) la potenza istantanea di un carico trifase ha un addendo a pulsazione 2ω ←
- (b) la potenza reattiva trifase erogata dal generatore trifase è nulla ←
- (c) la potenza istantanea trifase è uguale alla potenza attiva trifase
- (d) la potenza istantanea trifase è uguale alla potenza apparente trifase ←
- (e) nessuna delle altre affermazioni è corretta

No (a), perché in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato la potenza istantanea è costante

No (b), perché in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato può esserci potenza reattiva

No (d), perché la potenza apparente in generale è diversa dalla potenza attiva (vedi sotto)

Sì (c), è uno dei grandi vantaggi dei sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati

In un bipolo lineare in regime periodico generico:

- (a) la potenza attiva è uguale alla somma delle potenze attive delle diverse armoniche (incluso $n = 0$)
- (b) la somma dei quadrati della potenza attiva e della potenza reattiva è uguale al quadrato della potenza deformante ←
- (c) la potenza apparente è uguale alla somma delle potenze apparenti delle diverse armoniche ←
- (d) la potenza istantanea è nulla
- (e) nessuna delle altre affermazioni è corretta

No (b), perché la quadratura delle potenze è $S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$

No (c), perché si sommano solo le potenze attive e le potenze reattive

No (d), perché ci sono addendi fluttuanti e non si compensano

Sì (a): le armoniche partono da $n=1$ e per $n=0$ si intendono i termini costanti (n.b.: il valore medio della potenza costante = potenza attiva per definizione, è la potenza costante stessa)
