

Università di Padova – Scuola di Ingegneria

Massimo Guarnieri

Elettrotecnica

Capitolo 1

Modelli matematici e modelli fisici

- *Albert*: Sai Henri, un tempo studiavo matematica, ma la ho lasciata per la fisica
- *Henri*: Oh, davvero, Albert, ma perché?
- *Albert*: Perché pur potendo distinguere le asserzioni vere da quelle false, non potevo stabilire quali fossero i fatti importanti.
- *Henri*: Ciò è molto interessante, Albert, perché in origine io studiavo fisica, ma la ho lasciata per la matematica.
- *Albert*: Davvero! Perché?
- *Henri*: Perché non ero in grado di dire quali dei fatti importanti fossero veri.

Modelli circuitali

Assiomatico: modello autoconsistente dedotto dai postulati delle reti (di tipo matematico)

Euristico: fenomenologico, dedotto dai fenomeni fisici descritti in forma campistica (di tipi fisico)

Privilegiamo il primo, onorando di tanto in tanto il secondo

Elettrotecnica

1 - Concetti fondamentali

Campo di corrente di conduzione

Equazione costitutiva dei fenomeni di conduzione
(dalla fisica):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{J} &= \gamma \mathbf{E}_t = \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_g) & \Rightarrow & \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \\ \mathbf{E}_t &= \mathbf{E} + \mathbf{E}_g = \rho \mathbf{J} & \Rightarrow & \mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \end{aligned} \right\} \gamma = \frac{1}{\rho}$$

γ = conducibilità [Sm^{-1}]

ρ = resistività [Ωm]

n.b.: \mathbf{E}_g = forza elettrica specifica [N C^{-1}] di origine non elettromagnetica, responsabile della conversione di potenza (chimica, meccanica, ...) in potenza elettrica (e viceversa).

Resistività dei mezzi:

- **Conduttori = ottimi conduttori**

Esempi:	Rame	$\rho = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$	a 20 ° C
	Alluminio	$\rho = 2,65 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$	“
	Argento	$\rho = 1,59 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$	“
	Ferro	$\rho = 9,61 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$	“

- **Semiconduttori = discreti conduttori**

Esempi:	Silicio	$\rho = 2300 \Omega\text{m}$
	Germanio	$\rho = 0,47 \Omega\text{m}$

- **Isolanti = pessimi conduttori**

Esempi:	Gomma	$\rho = 10^{12} \div 10^{14} \Omega\text{m}$
	Bachelite	$\rho = 50 \cdot 10^9 \Omega\text{m}$
	Poliestere	$\rho = 3 \cdot 10^{12} \Omega\text{m}$
	Olio minerale	$\rho = 10^{10} \Omega\text{m}$

Canalizzazione del campo di corrente

La resistività degli isolanti supera quella dei conduttori anche di 20 ordini di grandezza e quella dei semiconduttori anche di 12 ordini di grandezza.

Quindi:

Disponendo opportunamente conduttori, semiconduttori e isolanti, è possibile confinare (“canalizzare”) perfettamente J anche se E e quindi E_t tende ad invadere tutto lo spazio

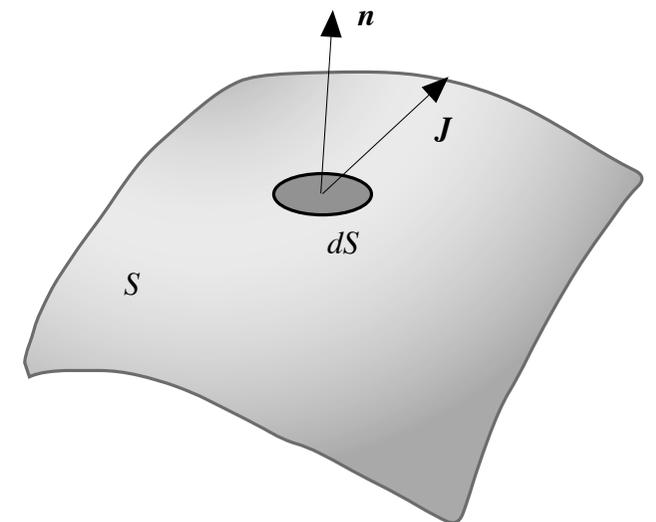
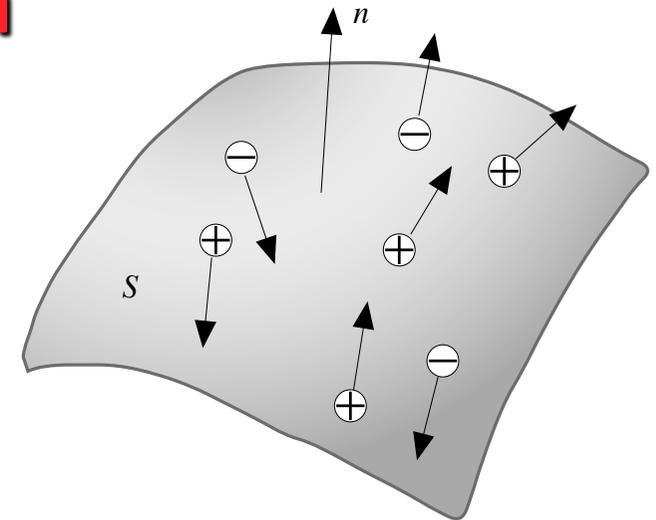
Corrente elettrica

È il flusso di \mathbf{J} attraverso una specifica superficie orientata S :

$$i(t) = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad [\text{ampere, A}] \quad (1)$$

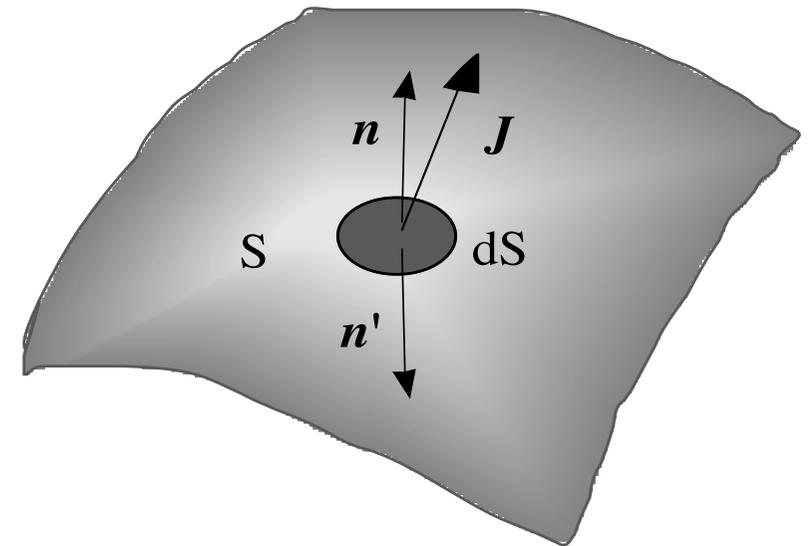
esprime le cariche elettriche (il cui moto è descritto da \mathbf{J}) che transitano attraverso S , concordemente alla sua orientazione \mathbf{n} , nell'unità di tempo:

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q_S(t)}{\Delta t} \quad (2)$$



Riferimento della corrente elettrica

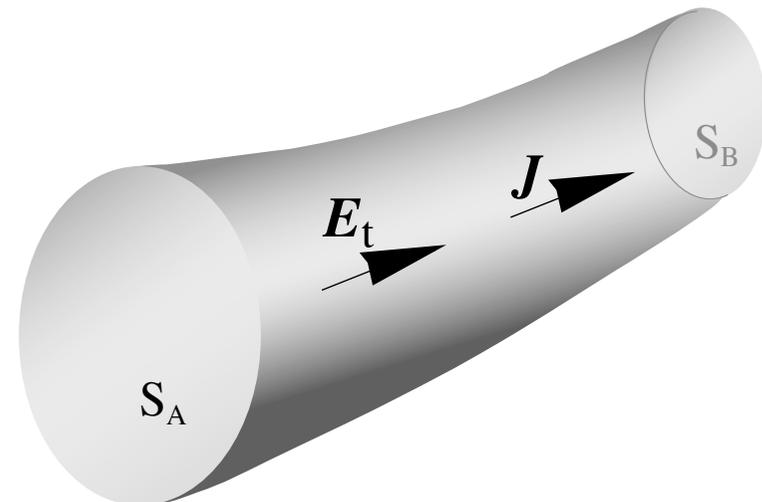
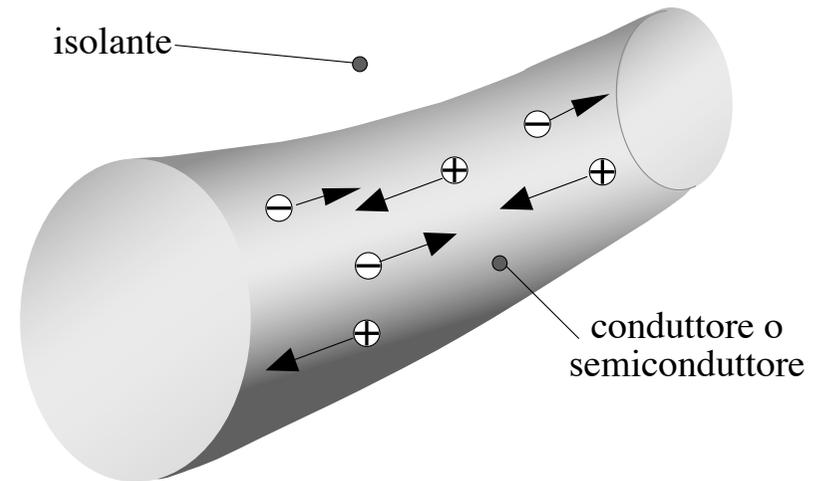
- $i(t)$ è espressa da un numero reale >0 , <0 o $=0$.
- Il segno si inverte sostituendo n con n' (rovesciando l'orientazione di S).
- La specificazione dell'orientazione è dunque essenziale.
- Tale orientazione è il **riferimento della corrente elettrica**



Tubi di flusso del campo di corrente

Si possono predefinire forme e geometrie dei **tubi di flusso del campo di corrente**

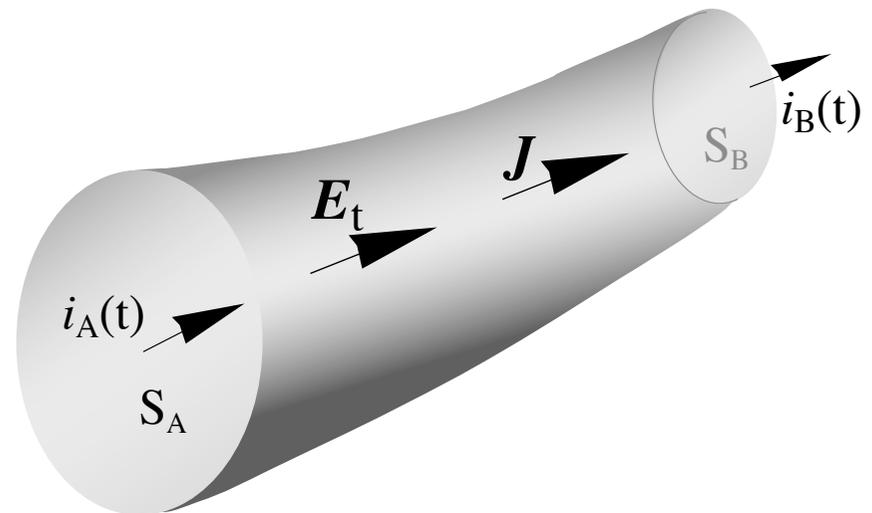
entro i quali si sviluppa J , senza fuoriuscire dalla sua superficie laterale.



Corrente elettrica di un tubo di flusso

Definizione e proprietà di **corrente elettrica** si applicano al tratto di tubo di flusso:

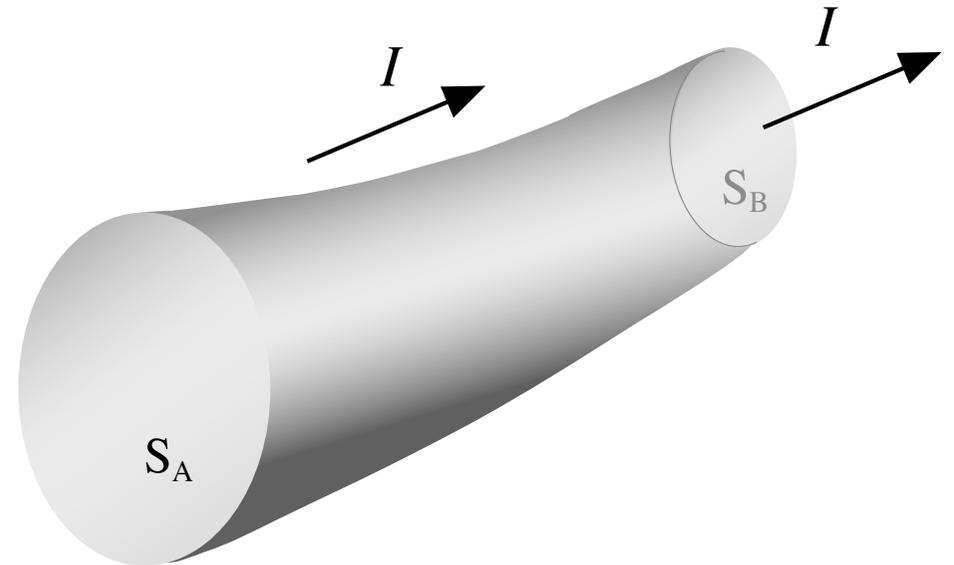
- la **corrente elettrica** è la sua portata, ovvero il flusso di J attraverso una superficie tappo.
 - in **Elettrotecnica Circuitale** si assume che non vari la carica elettrica contenuta dentro ad un tratto di tubo di flusso compreso tra S_A e S_B :
- la **corrente elettrica** valutata su S_A o S_B , con riferimenti equiversi, ha il medesimo valore.



Riferimento della corrente elettrica

L'orientazione della generica superficie va precisata anche nel tubo di flusso

- è specificata da una freccia \rightarrow posta di fianco o alla fine del tratto.
- Tale freccia si chiama:
RIFERIMENTO DI CORRENTE
del tratto di tubo.



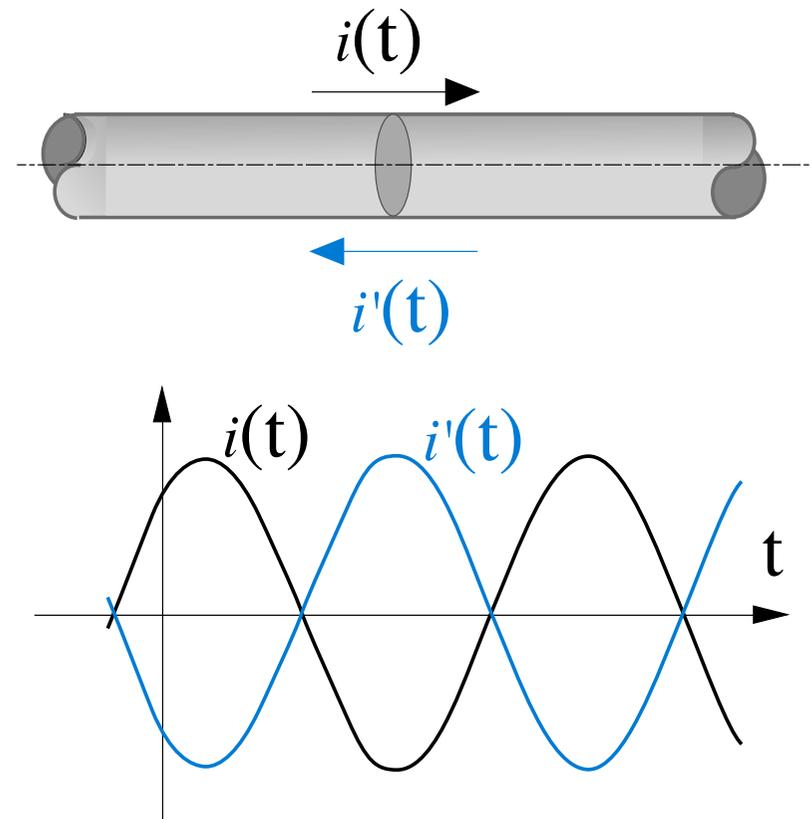
Corrente elettrica

Se J è stazionario (costante nel tempo) lo è anche la corrente, che si indica con:

$$i(t) = I$$

Esempio

Nella figura in basso la curva nera mostra l'andamento temporale della corrente del conduttore associata al riferimento nero (freccia nera \rightarrow); rovesciando il riferimento (freccia blu \leftarrow) la corrente cambia segno e quindi si invertono le ordinate del diagramma (curva blu nella figura in basso).



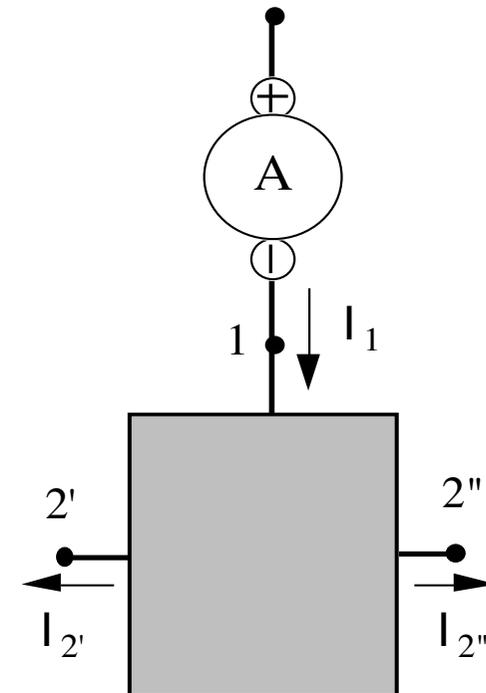
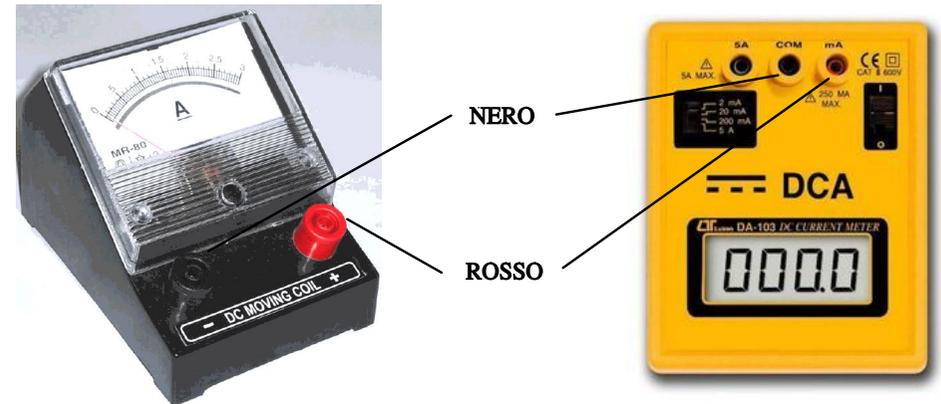
Amperometro

È lo strumento che misura la corrente elettrica

- ha due morsetti (o terminali) e un visualizzatore
- si inserisce in “serie”
- il riferimento → va dal morsetto + (rosso) a quello – (nero)

Amperometro ideale

- è privo di errori di misura
- ha sempre tensione nulla tra i terminali



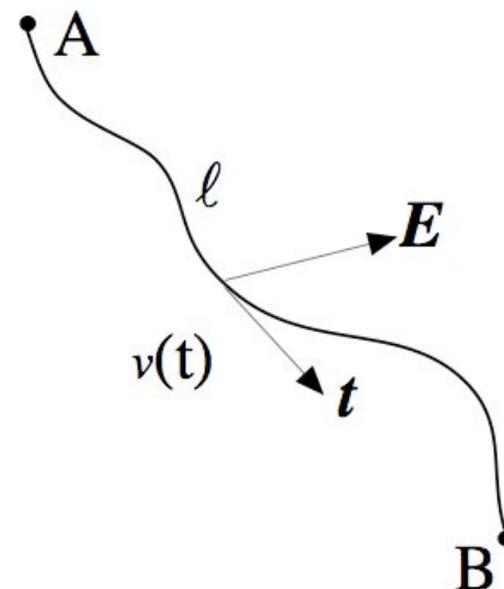
Tensione elettrica

È l'integrale del campo elettrico \mathbf{E} lungo una specifica linea orientata ℓ :

$$v(t) = \int_{\ell} \mathbf{E} \cdot \mathbf{t} \, d\ell \quad [\text{volt, V}] \quad (3)$$

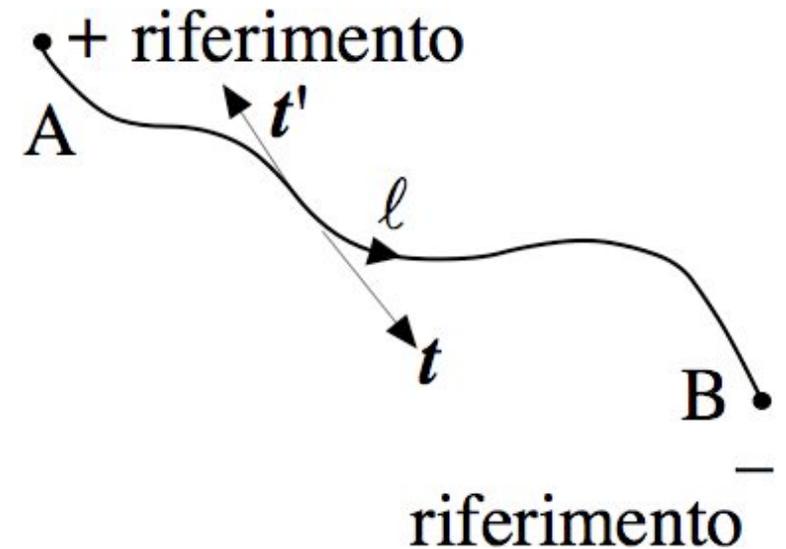
esprime il lavoro $\Delta\mathcal{L}_{\ell}$ che le forze elettromagnetiche (espresse da \mathbf{E}) eseguono su una carica elettrica unitaria che si sposta lungo ℓ , concordemente alla sua orientazione \mathbf{t} , ovvero nel caso di una carica generica Δq :

$$v(t) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathcal{L}_{\ell}(t)}{\Delta q} \quad (4)$$



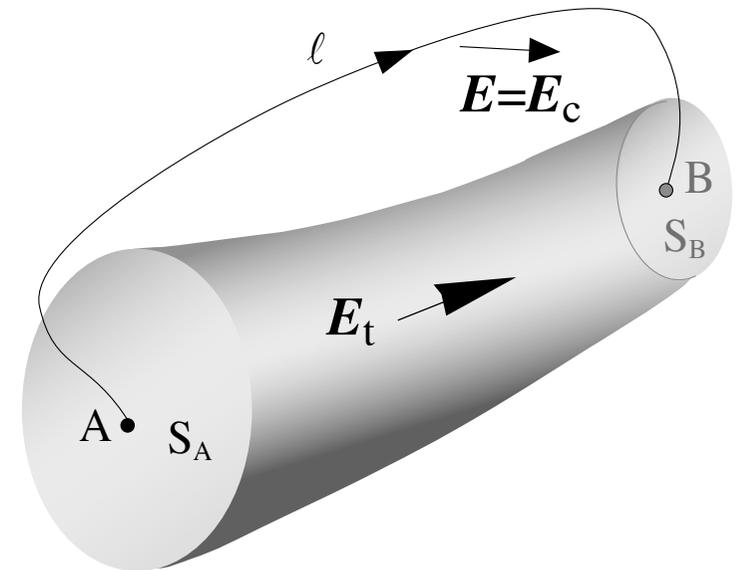
Riferimento della tensione elettrica

- $v(t)$ è espressa da un numero reale >0 , <0 o $=0$.
- Il segno si inverte sostituendo t con t' (rovesciando l'orientazione di ℓ).
- La specificazione dell'orientazione è dunque essenziale: essa è precisata dai segni $+$ e $-$ posti all'inizio e alla fine di ℓ , rispettivamente (t va da $+$ a $-$).
- Tale orientazione costituisce il **riferimento della tensione elettrica**



Tensione elettrica di un tratto di tubo di flusso

- Definizione e proprietà di **tensione elettrica** si applicano al tratto di tubo di flusso:
- la tensione elettrica va valutata su una linea ℓ che va da S_A a S_B esternamente al tubo di flusso
- in **Elettrotecnica circuitale** si assume che fuori dal tubo sia $\mathbf{E} = \mathbf{E}_c$ (ovvero che non sia presente campo elettrico indotto)
 - La tensione elettrica non dipende da ℓ , ma solo dai suoi estremi, posti in S_A e S_B :
 - è una **differenza di potenziale** (ddp)



Riferimento della tensione elettrica

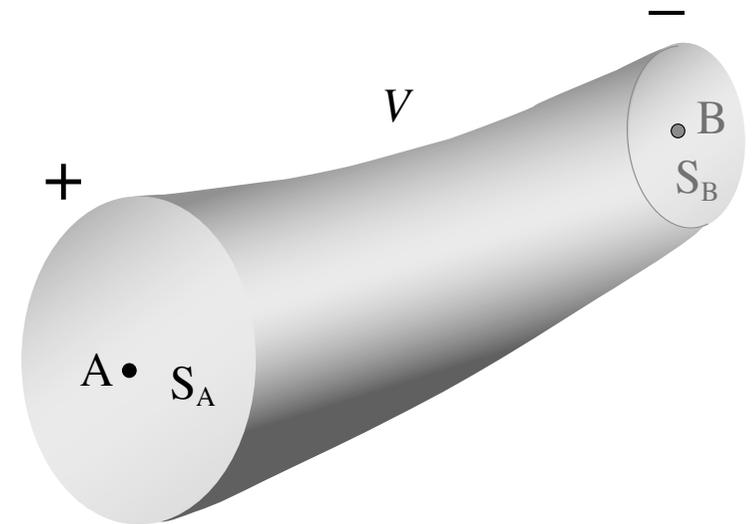
L'orientazione va precisata anche nel tubo di flusso, perché il problema del segno sussiste anche nel tratto di tubo di flusso

- è specificata da un segno + posto all'inizio della linea e un segno – posto alla fine.

- Questa coppia di segni si chiama

RIFERIMENTO DI TENSIONE

del tratto di tubo di flusso.



Tensione elettrica

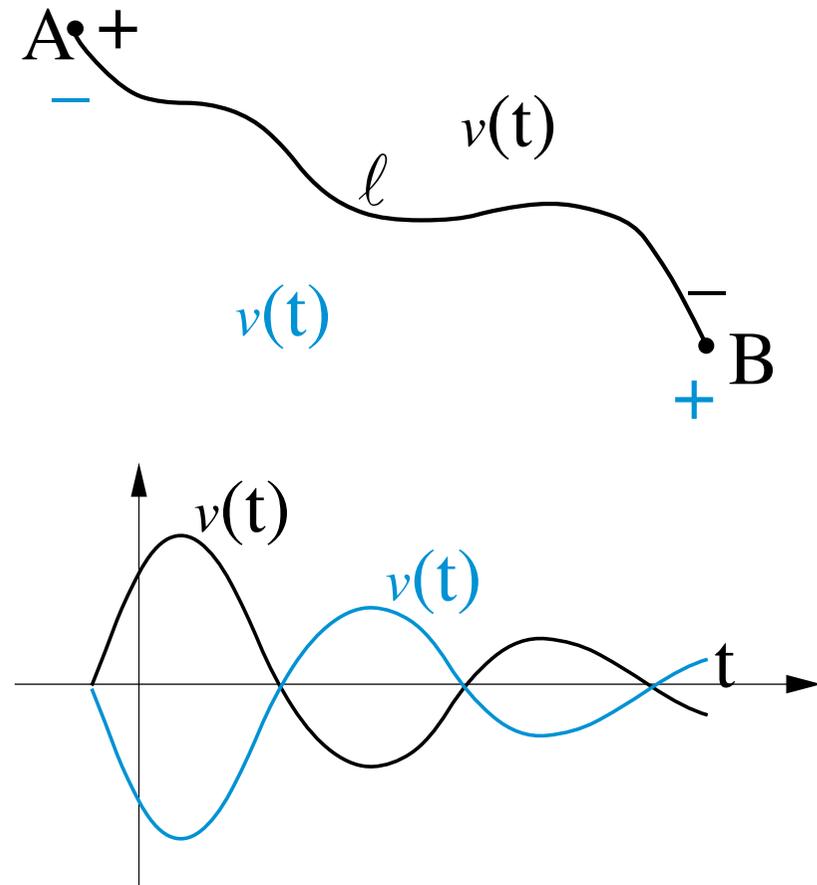
Se E è stazionario (costante nel tempo) lo è anche la tensione, che si indica con:

$$v(t) = V$$

Esempio

Nella figura in basso la curva nera mostra l'andamento temporale della tensione lungo la linea ℓ , orientata dai segni + e - neri;

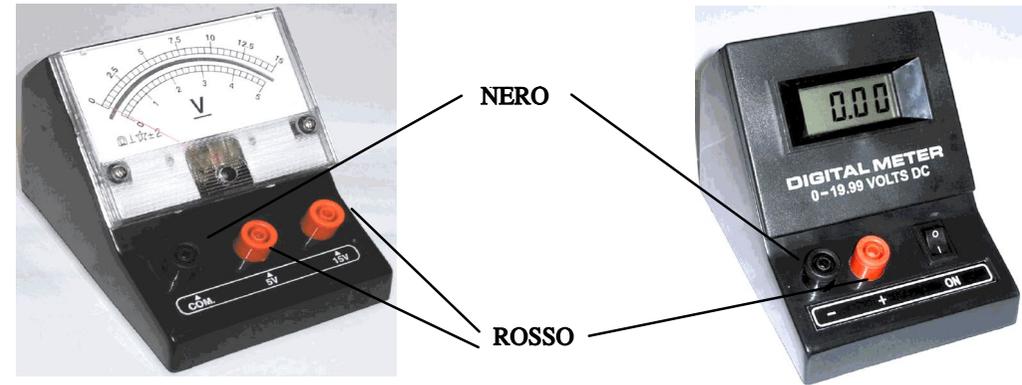
rovesciando il riferimento (segni + e - blu) la tensione cambia segno e quindi si invertono le ordinate del diagramma (curva blu nella figura in basso).



Voltmetro

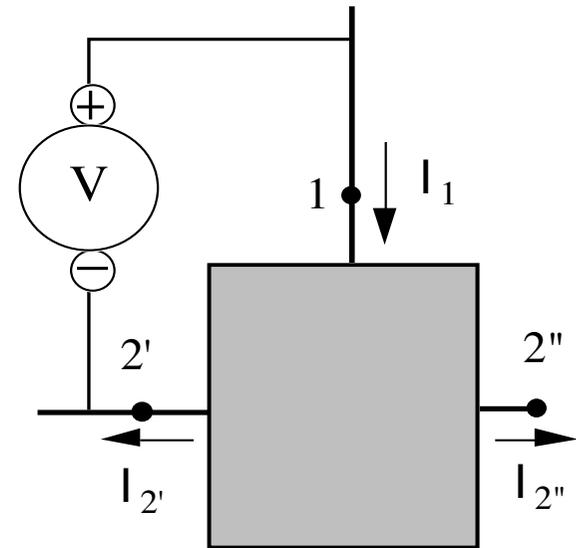
È lo strumento che misura la tensione elettrica

- si inserisce in “parallelo”
- il riferimento è fissato dalla marcatura dei morsetti (o terminali) + (rosso) e – (nero)



Voltmetro ideale

- è privo di errori di misura
- ha sempre corrente nulla ai terminali

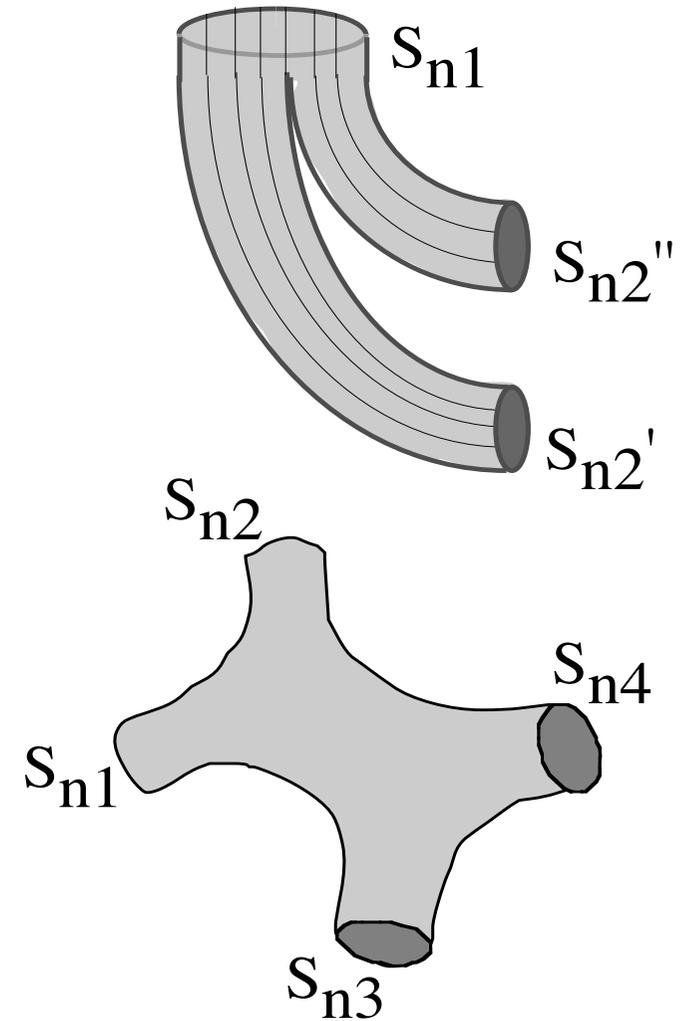


Tubi di flusso ramificati

I tratti di tubi di flusso possono anche **ramificarsi**;
allora presentano più di due superfici tappo

le figure schematizzano:

- un tratto con tre superfici tappo
- uno tratto con quattro superfici tappo



Tubi di flusso ramificati

Proprietà elettriche

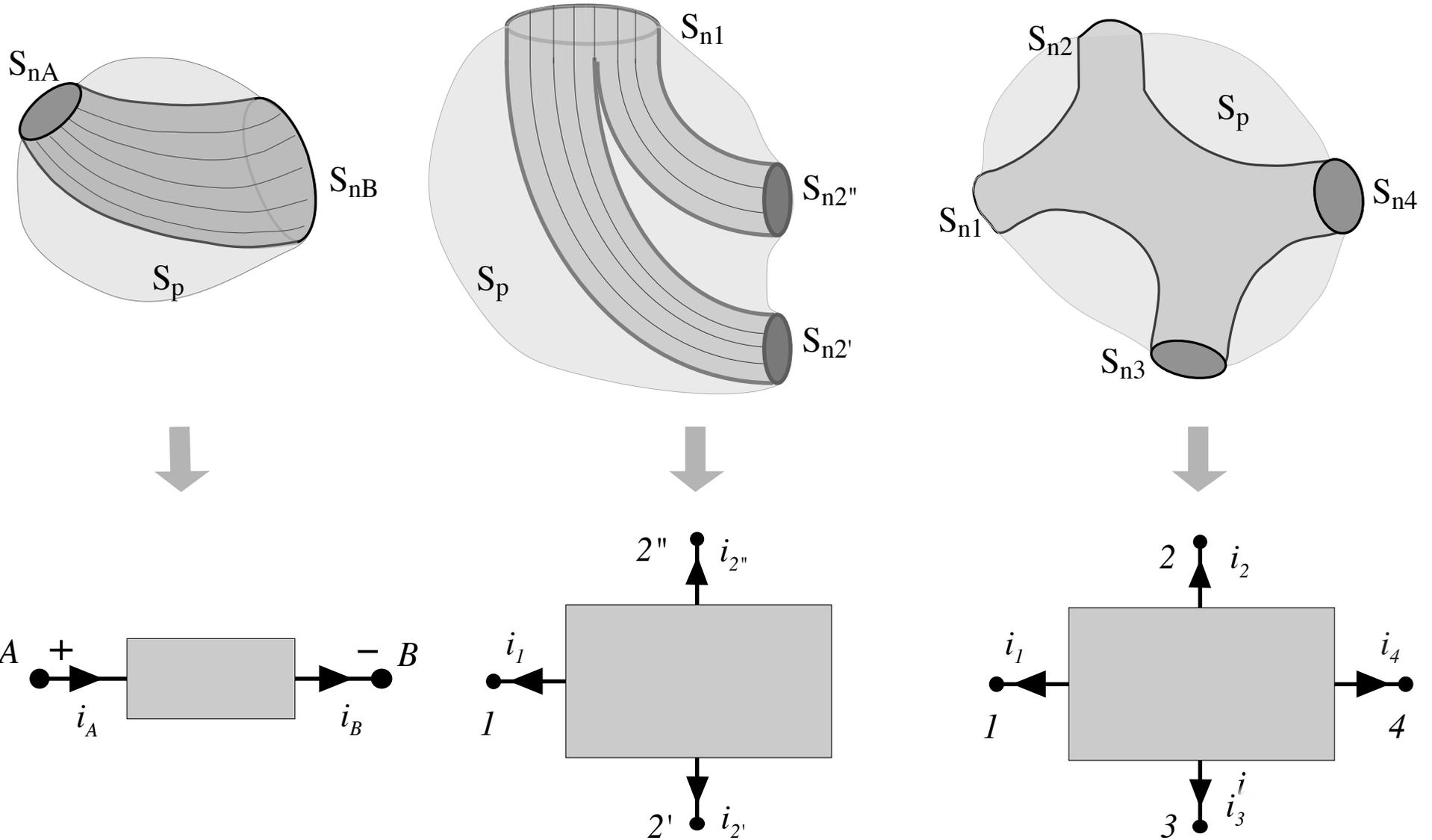
Tensioni:

Ad ogni coppia di superfici tappo si associa una tensione (che richiede la posizione del riferimento: + -)

Correnti:

Ad ogni superficie tappo si associa una corrente elettrica (che richiede la posizione del riferimento: →)

Schematizzazione circuitale



Schematizzazione circuitale

Le superfici tappo dei tratti di tubo di flusso sono rappresentate con trattini (terminanti con pallini) detti:

- morsetti
- terminali
- **poli** (più corretta, quando si considera la schematizzazione)

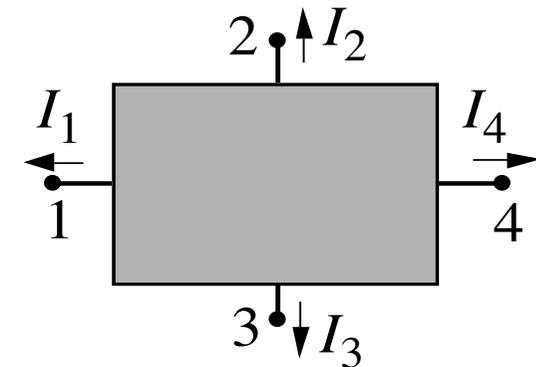
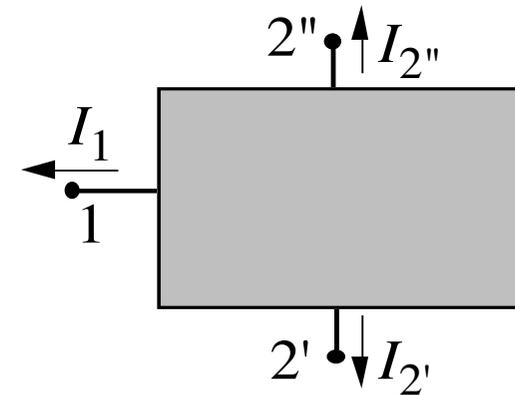
Bipoli e n-poli

Si arriva così a definire gli

N-poli = elementi circuitali dotati di n terminali, che schematizzano componenti fisici

La figura schematizza tre esempi:

- $n=2 \rightarrow$ bipolo
- $n=3 \rightarrow$ tripolo
- $n=4 \rightarrow$ quadrupolo



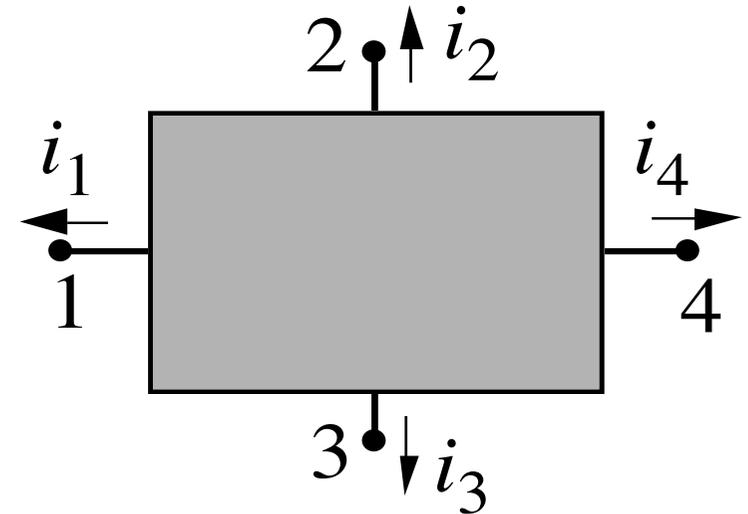
Proprietà degli n-poli (postulati)

Correnti: sono “solenoidali”

$$\sum i_e = 0 \quad , \quad \sum i_u = 0$$

e = entranti u = uscenti

(corrisponde all'assenza di variazioni di carica elettrica dentro le superfici S_p che contengono i tubi di flusso)



Tensioni: sono “conservative”

$$\sum v_{hk} = 0 \quad , \quad v_{12} + v_{23} + \dots + v_{(n-1)n} + v_{n1} = 0$$

(corrisponde all'assenza di campo elettrico indotto fuori le superfici S_p che contengono i tubi di flusso)

Porta elettrica

È costituita da due poli con correnti entranti opposte:

$$i_{1e} + i_{2e} = 0$$



È però più comodo usare riferimenti di corrente equiversi (entrante ad un morsetto e uscente all'altro) e quindi un unico valore di corrente

$$i_1 = i_2$$



- È sempre vero in un bipolo: i 2 poli sono sempre una porta
- Può succedere anche a due morsetti di un n -polo

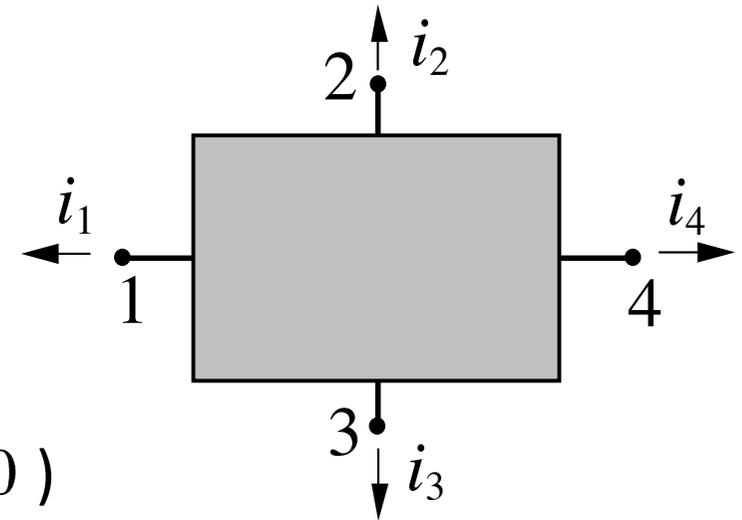
M-bipoli

Un m -bipolo è n -polo con n pari nel quale

a) i poli a coppie formano $m=n/2$ porte:

$$i_1 + i_2 = 0 , i_3 + i_4 = 0 , \dots$$

(n.b.: rispetta la proprietà generale $\sum i_e = 0$)



b) si considerano solo le tensioni di porta

$$v_{12} , v_{34} , \dots$$

(non si considerano le tensioni tra due poli di porte diverse)

M-bipoli

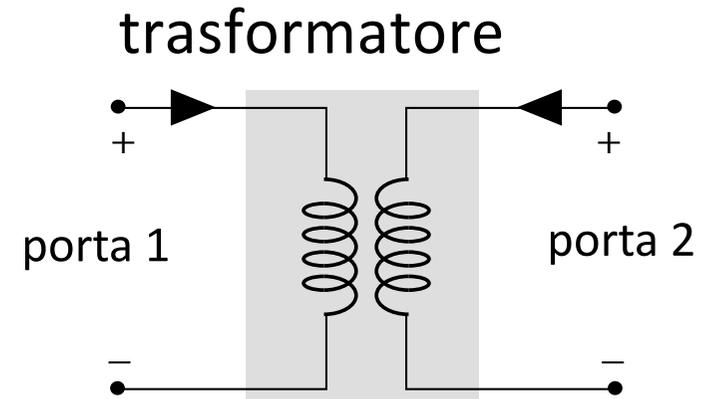
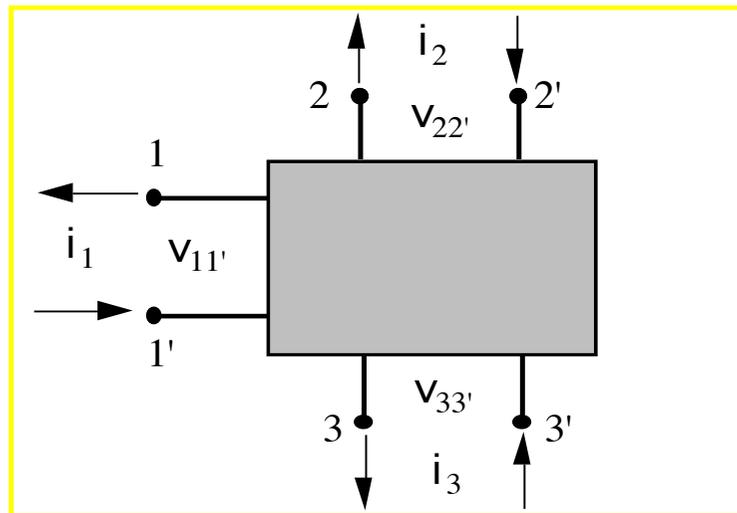
Esempi:

Doppio-bipolo

linea elettrica bifilare



Triplo-bipolo



N -poli come $(n-1)$ -bipoli

La proprietà $\sum i_e = 0$ implica (avendo invertito il solo riferimento di i_n):

$$i_1 + i_2 + \dots + i_{(n-1)} = i_n$$

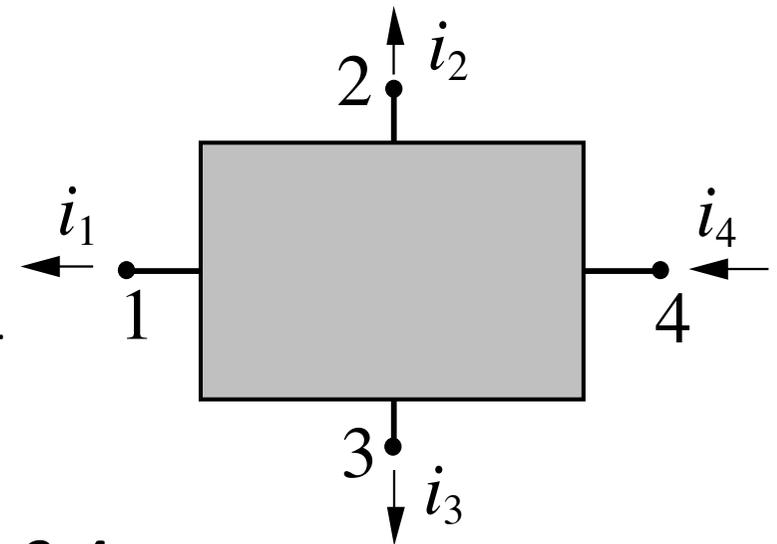
n è il polo di “ritorno” per gli altri $n-1$,
ossia il polo “comune” a tutte le $n-1$ porte:

→ l' n -polo è visto come un m -bipolo con $m=n-1$

Nel quadripolo di figura il polo 4 è considerato
“comune” del triplo-bipolo con porte 1-4, 2-4, e 3-4.

n.b: qualsiasi polo può essere scelto come “comune”

→ si possono ottenere n $(n-1)$ -bipoli diversi, tra loro equivalenti

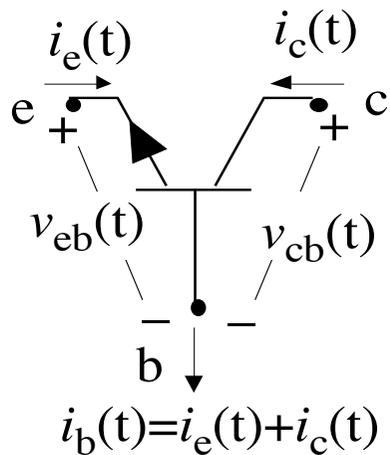


N-poli come (n-1)-bipoli

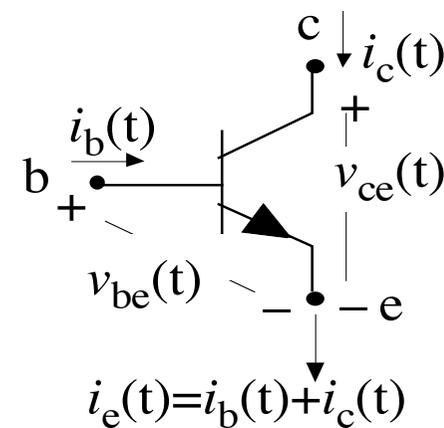
Esempio: transistor npn



Configurazione a base comune



Configurazione a emettitore comune



Potenza elettrica

Definizione assiomatica

si definisce potenza elettrica il prodotto tra corrente e tensione ad una porta elettrica:

$$p = v i \quad [AV]=[watt, W]$$

- ha dimensione fisica di potenza ed le attribuiamo significato energetico (n.b.: la deduzione fisica invoca un teorema di analisi vettoriale)
- È espressa da un numero reale >0 , <0 o $=0$
....ma dove va? ... che significa il segno?

Potenza elettrica

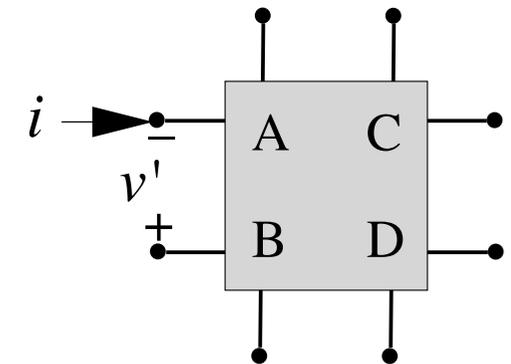
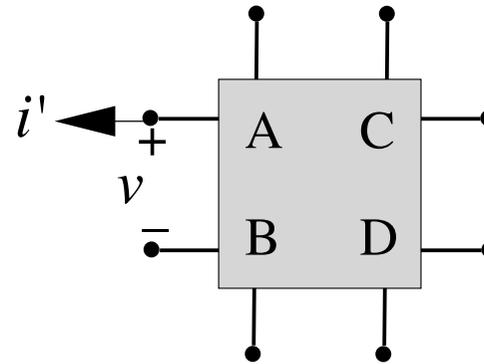
Reale flusso energetico

Convenzione dei generatori:

→ La potenza esce dalla porta

$p = p_u > 0$ è effettivamente erogata

$p = p_u < 0$ è in realtà assorbita

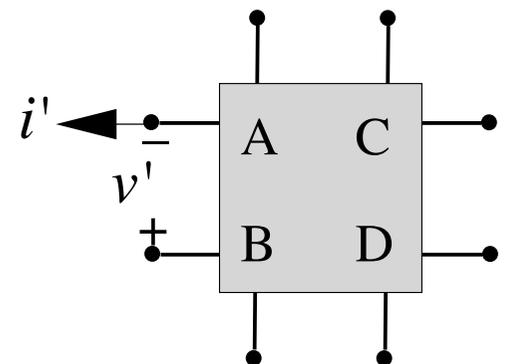
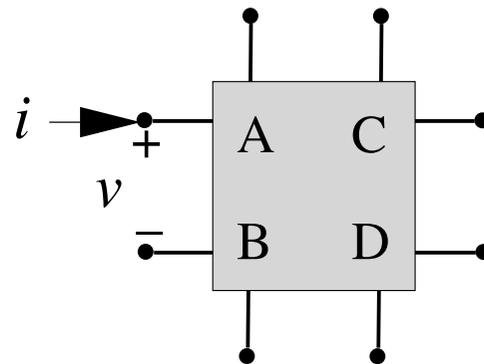


Convenzione degli utilizzatori:

→ La potenza entra alla porta

$p = p_e > 0$ è effettivamente assorbita

$p = p_e < 0$ è in realtà erogata



n.b.: $p_u = -p_e$

Wattmetro

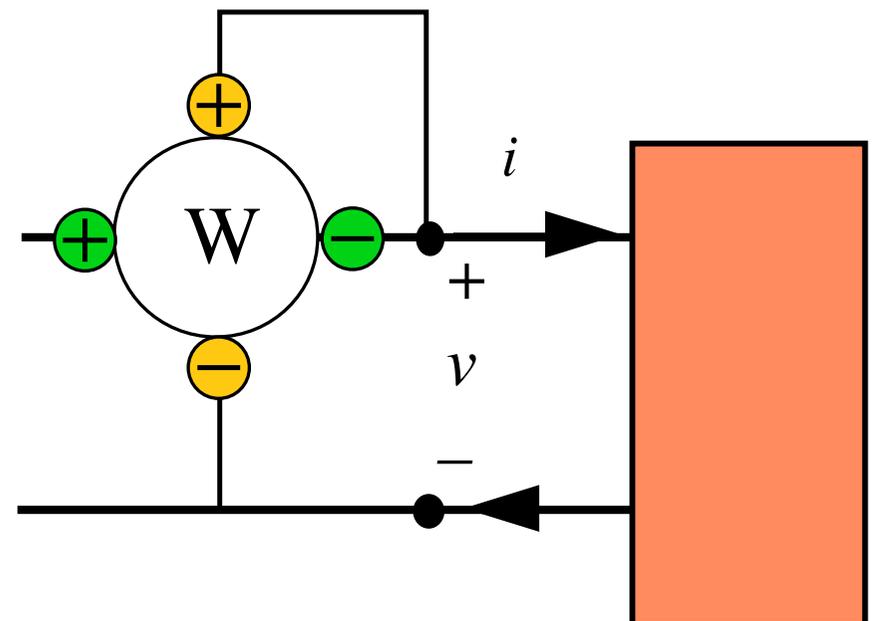
È lo strumento che misura la potenza elettrica è un doppio-bipolo in cui:

- 2 morsetti, detti amperometrici (**verdi** in figura), si inseriscono in “serie”
- 2 morsetti, detti voltmetrici (**gialli** in figura), si inseriscono in “parallelo”
- La convenzione delle potenze è quella posta dai riferimenti di amperometro e voltmetro



Wattmetro ideale

- è privo di errori di misura
- ha sempre tensione amperometrica e corrente voltmetrica nulle



Componenti elettrici

- Gli n -poli ed m -bipoli sono i modelli dei componenti elettrici reali
- Questi sono oggetti fisici (reali) dotati di morsetti (terminali) tra i quali si sviluppano percorsi ad alta o buona conducibilità ove sono presenti tratti di tubi di flusso ben canalizzati.
 - Sono dotati di tensioni e correnti ai morsetti
- Si classificano in base alla funzione ed ai fenomeni che vi avvengono.

Componenti elettrici

Dato che sviluppano tubi di flusso al loro interno, in opportune condizioni:

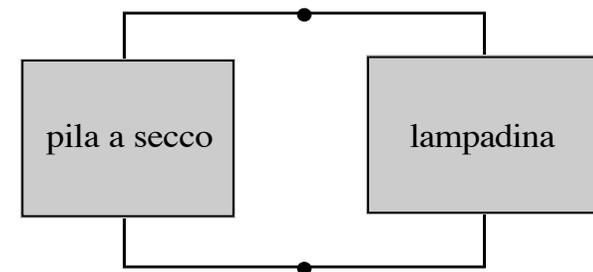
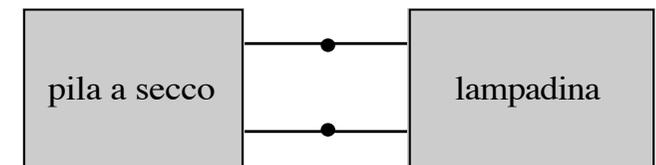
sono rappresentabili come n-poli

Circuiti e reti elettriche

I circuiti elettrici e le reti elettriche reali sono costituiti da componenti elettrici collegati tra loro.

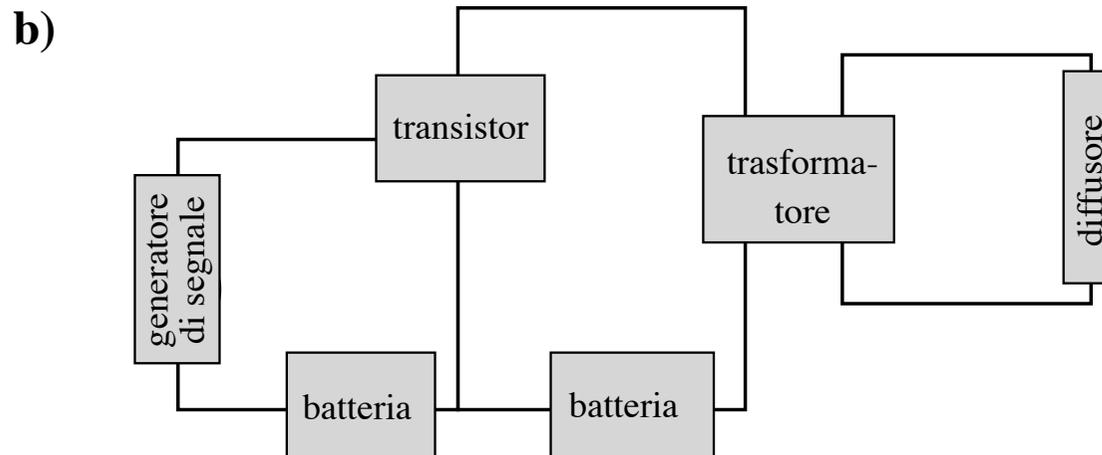
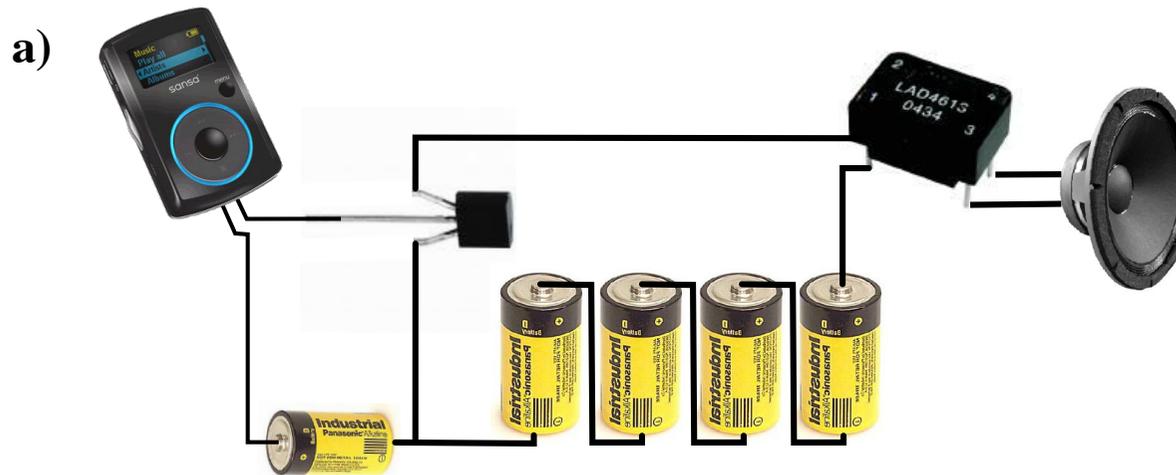
Nelle superfici di collegamento i tratti di tubi di flusso di J si interconnettono, creando tubi (ossia percorsi) chiusi.

I circuiti elettrici possono essere semplici (come nella figura)



Circuiti e reti elettriche

o ramificati, anche in modo complesso (reti)



Circuiti e reti elettriche

Presentano quindi due aspetti caratterizzanti:

Tipologia

È una proprietà degli n -poli (o elementi, modelli teorici dei componenti) che la costituiscono, con i loro specifici tipi.

Topologia

È il modo in cui gli n -poli sono interconnessi, in corrispondenza dei loro poli (terminali)

Regimi di funzionamento

In un rete sono presenti molte tensioni e correnti.

I) Regime stazionario, di corrente continua (c.c.), direct current (d.c.)

Si ha quando tutte le tensioni e tutte le correnti sono costanti nel tempo: $v(t)=V$, $i(t)=I$; sono impropriamente dette “continue”.

II) Regime variabile

Si ha quando non tutte le tensioni $v(t)$ e le correnti $i(t)$ sono costanti nel tempo.

Regimi variabili

III) Regime (variabile) periodico, di corrente alternata (c.a.), alternating current (a.c.)

tutte le tensioni e le correnti sono periodiche; in particolare si ha il **regime sinusoidale** quando tutte le tensioni e correnti sono funzioni del tempo sinusoidali ed isofrequenziali; sono impropriamente dette “alternate”.

IV) Regime (variabile) aperiodico

non tutte le tensioni e le correnti sono periodiche isofrequenziali.

Regimi quasi-stazionari

In regime stazionario i postulati di n -polo valgono sempre per i componenti elettrici

In regime variabile ciò non è sempre vero.

I **regimi quasi-stazionari** sono regimi variabili ove valgono i postulati di n -polo:

- 1) Le tensioni ai morsetti sono conservative
- 2) Le correnti ai morsetti sono solenoidali

Conseguenze:

- 1) La propagazione elettromagnetica è istantanea
- 2) La radiazione elettromagnetica è nulla

Regimi quasi-stazionari

Propagazione (quasi-) istantanea

Si può assumere che avvenga se il tempo massimo di propagazione tra due qualsiasi punti (la cui distanza caratterizza la dimensione del circuito) è molto minore del minimo tempo di variazione locale:

$$\Delta t_{pr} \ll \Delta t_{var}$$

Ovvero: $\Delta t_{pr} = \Delta l_{max} / u_{pr}$, $\Delta t_{var} = T = 1 / f$

$$\Delta l_{max} f \ll u_{pr}$$

Regimi quasi-stazionari

Reti industriali (di potenza):

$$f = 50 \div 60 \text{ Hz} \quad \rightarrow \quad \Delta l_{\max} < 1000 \text{ km}$$

Reti audio:

$$f \leq 25 \text{ kHz} \quad \rightarrow \quad \Delta l_{\max} < 1 \div 10 \text{ km}$$

Reti per radio- e tele-diffusione:

$$f \leq 100 \text{ MHz} \quad \rightarrow \quad \Delta l_{\max} < 1 \text{ m}$$

Reti per microne:

$$f \leq 10 \text{ GHz} \quad \rightarrow \quad \Delta l_{\max} < 1 \text{ cm}$$

Ambiti di studio

Regimi stazionari e quasi-stazionari:

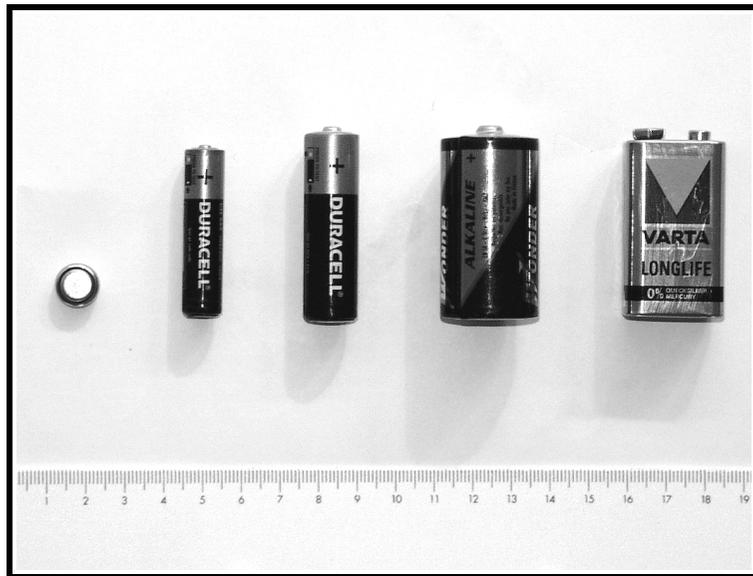
**Vale il modello «reti di n -poli» o «a parametri concentrati»
→ ELETTRONICA**

Altri regimi variabili:

**Si applicano modelli «a parametri distribuiti»
→ CAMPI ELETTROMAGNETICI**

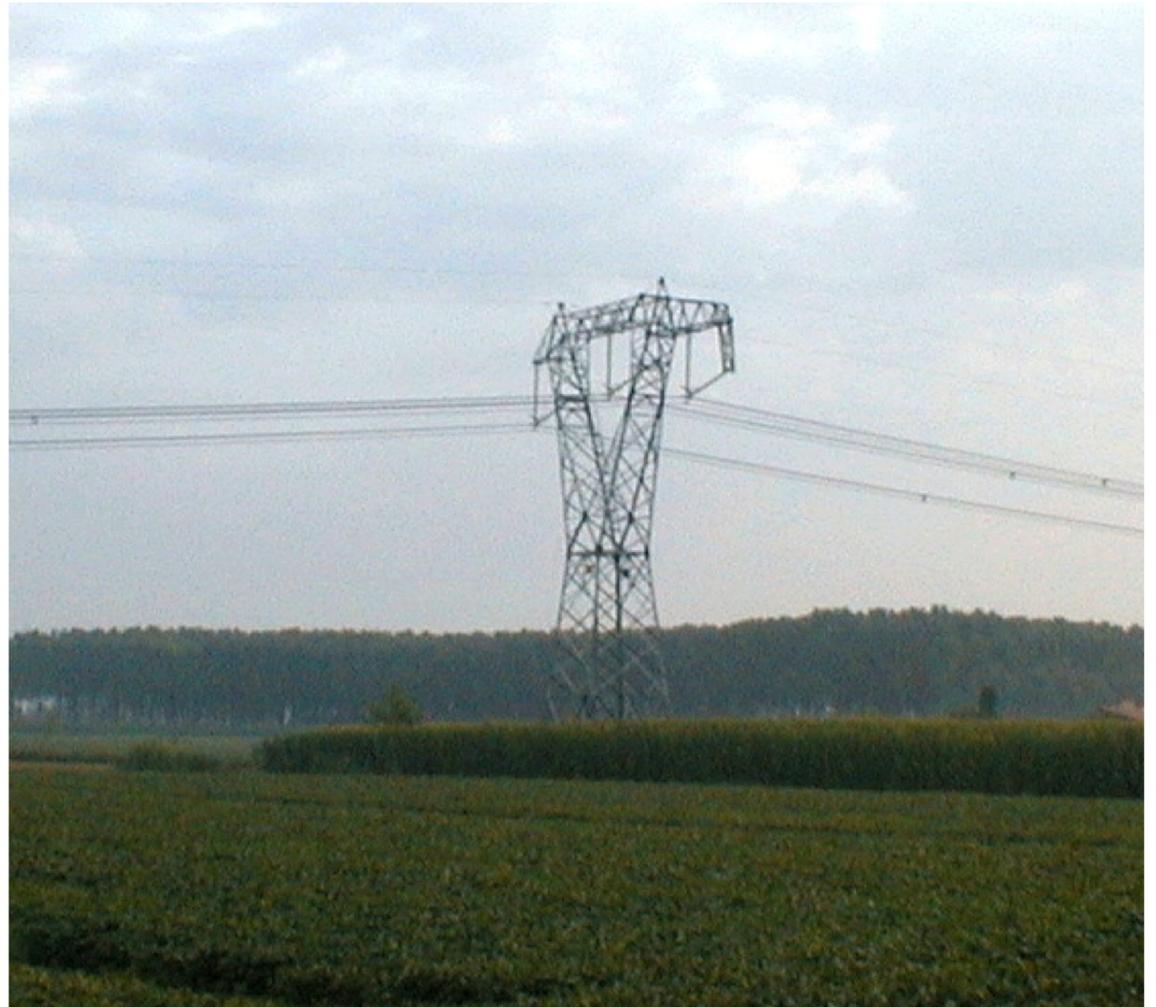
Componenti elettrici (pochissimi esempi)

Generatori elettrici



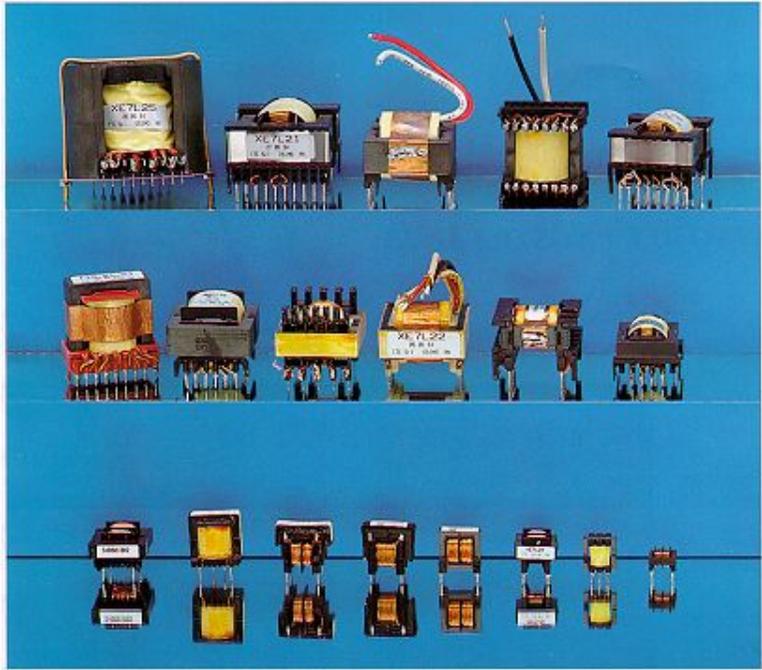
Componenti elettrici

Linee elettriche



Componenti elettrici

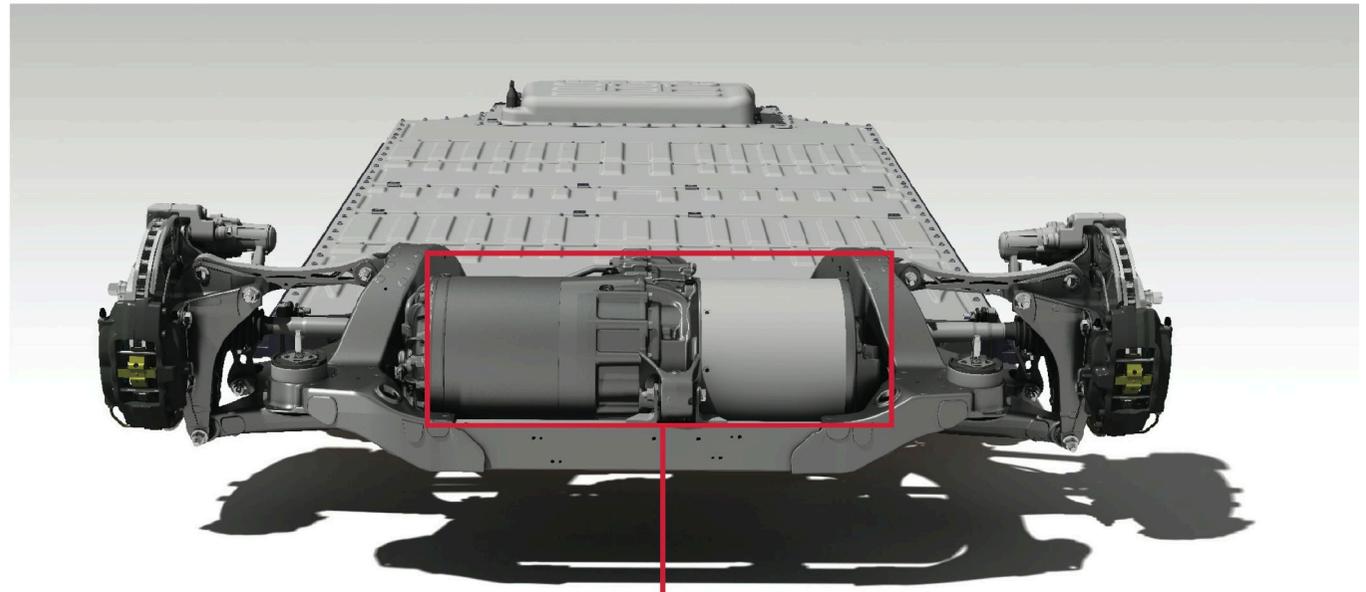
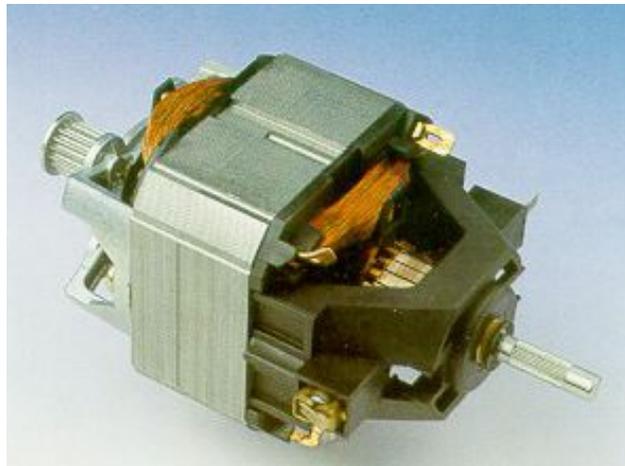
Trasformatori



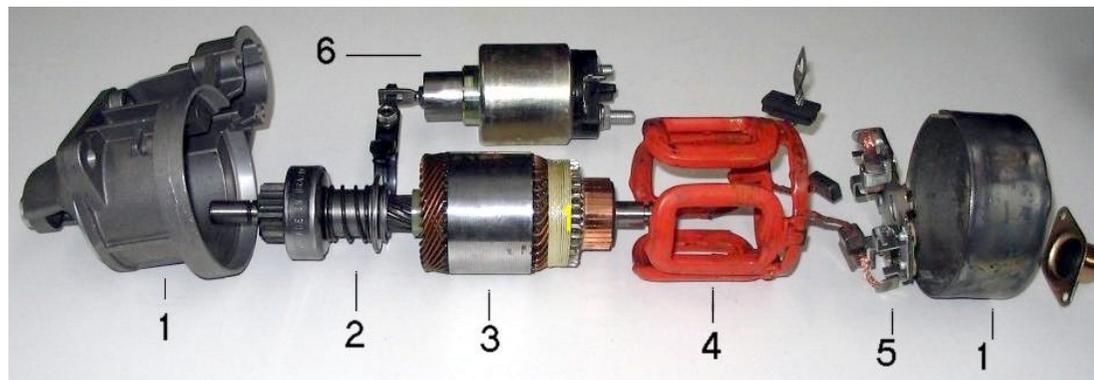
Componenti elettrici

Utilizzatori di vario tipo:

- Motori



Drive unit is located between the rear wheels



Componenti elettrici

Utilizzatori di vario tipo:

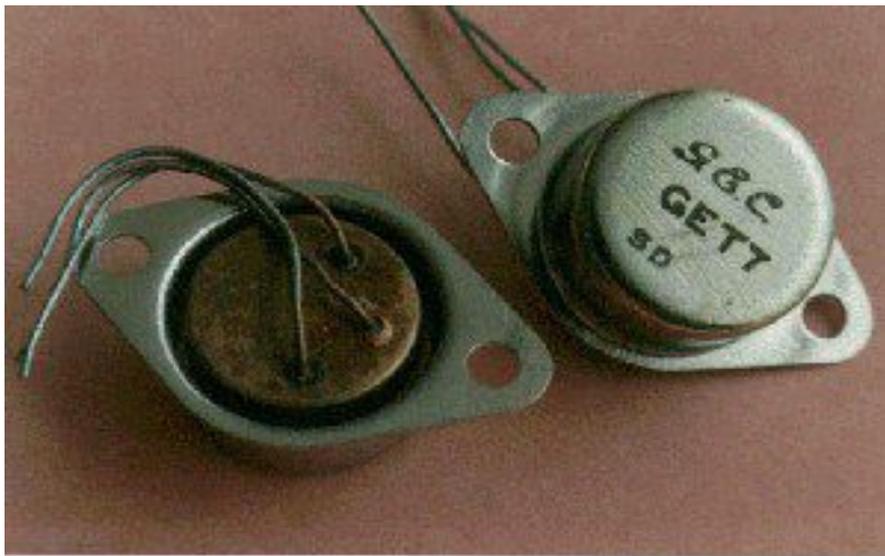
- Lampade



Componenti elettrici

Utilizzatori di vario tipo:

- Dispositivi elettronici in genere



Componenti elettrici

Utilizzatori di vario tipo:

- **Industriali**
- **Domestici**
- **ecc...**