Università di Padova - Scuola di Ingegneria

Massimo Guarnieri

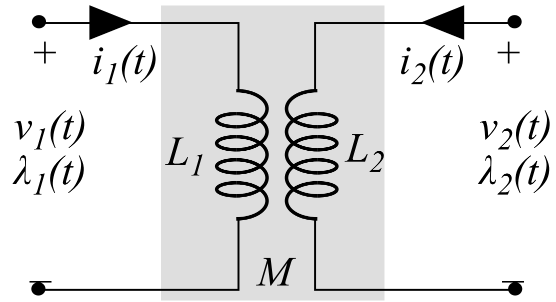
Elettrotecnica

Capitolo 13
Doppi bipoli dinamici

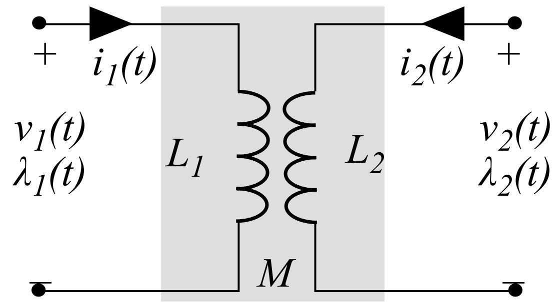
Doppio bipolo induttivo ideale

Tra i doppi bipoli dinamici, consideriamo solo il doppio bipolo induttivo (DBI).

Definizione: il doppio bipolo induttivo ideale, con le porte convenzionate da utilizzatori, è governato dalle equazioni controllate in corrente e negli integrali di tensione:



$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1\, i_1 + M\, i_2 \\ \lambda_2 = M\, i_1 + L_2\, i_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} i_1 = \Gamma_1\, \lambda_1 + \Gamma_{\mathrm{M}}\, \lambda_2 \\ i_2 = \Gamma_{\mathrm{M}}\, \lambda_1 + \Gamma_2\, \lambda_2 \end{cases}$$



L: autoinduttanze, M: mutua induttanza [H]

Γ: autoinertanze e mutua inertanza [H^{-1}]

Nel doppio bipolo induttivo ideale i parametri L, M e Γ sono costanti

Parametri del doppio bipolo induttivo-1

Sistemi di equazioni:

$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1\, i_1 + M\, i_2 \\ \lambda_2 = M\, i_1 + L_2\, i_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} i_1 = \Gamma_1\, \lambda_1 + \Gamma_\mathrm{M}\, \lambda_2 \\ i_2 = \Gamma_\mathrm{M}\, \lambda_1 + \Gamma_2\, \lambda_2 \end{cases}$$

con:

$$L_1 = \left.\frac{\lambda_1}{i_1}\right|_{i_2=0} \qquad M = \left.\frac{\lambda_1}{i_2}\right|_{i_1=0} \qquad \Gamma_1 = \left.\frac{i_1}{\lambda_1}\right|_{\lambda_2=0} \qquad \Gamma_M = \left.\frac{i_1}{\lambda_2}\right|_{\lambda_1=0}$$

$$M = \left.\frac{\lambda_2}{i_1}\right|_{i_2=0} \qquad L_2 = \left.\frac{\lambda_2}{i_2}\right|_{i\ =0} \qquad \Gamma_M = \left.\frac{i_2}{\lambda_1}\right|_{\lambda_2=0} \qquad \Gamma_2 = \left.\frac{i_2}{\lambda_2}\right|_{\lambda_1=0}$$

n.b.:

necessariamente reciproco: $L_{12}=L_{21}=M$ e $\Gamma_{12}= \Gamma_{21}= \Gamma_\mathrm{M}$

L_1 = induttanza alla porta 1 a vuoto; L_2 = induttanza alla porta 2 a vuoto

Equazioni matriciali -2

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_M \\ \Gamma_M & \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ $$\lambda = \boldsymbol{L}\, \boldsymbol{i} \quad , \quad \boldsymbol{i} = \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\lambda} \qquad \boldsymbol{L} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1}$$

Le relazioni tra parametri sono di tipo matriciale:

$$\Gamma_1 = \frac{L_2}{\Delta L} \quad , \quad \Gamma_2 = \frac{L_1}{\Delta L} \quad , \quad \Gamma_{\mathrm{M}} = -\frac{M}{\Delta L} \qquad \Delta L = L_1 L_2 - M^2$$

$$L_1 = \frac{\Gamma_2}{\Delta\Gamma} \quad , \quad L_2 = \frac{\Gamma_1}{\Delta\Gamma} \quad , \quad M = -\frac{\Gamma_{\mathrm{M}}}{\Delta\Gamma} \qquad \Delta\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 - \Gamma_{\mathrm{M}}{}^2$$

Il doppio bipolo è sempre reciproco → le matrici sono simmetriche

Comportamento energetico -1

Lavoro elettrico **infinitesimo** entrante in dt:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{d}\mathcal{L} &= p_1\, dt + p_2\, dt = i_1\, v_1\, dt + i_2\, v_2\, dt = i_1\, d\lambda_1 + i_2\, d\lambda_2 = \\
&= i_1\, d\left(L_1\, i_1 + M\, i_2\right) + i_2\, d\left(M\, i_1 + L_2\, i_2\right) = \\
&= i_1\left(L_1\, di_1 + M\, di_2\right) + i_2\left(M\, di_1 + L_2\, di_2\right) = \\
&= \left(L_1\, i_1\, di_1 + M\, i_1\, di_2\right) + \left(M\, i_2\, di_1 + L_2\, i_2\, di_2\right) = \\
&= L_1\, i_1\, di_1 + M\left(i_1\, di_2 + i_2\, di_1\right) + L_2\, i_2\, di_2
\end{aligned}
$$

è un differenziale esatto:

$$
\mathrm{d}\mathcal{L} = d\left(\frac{L_1\, i_1^2}{2}\right) + d\left(M\, i_1\, i_2\right) + d\left(\frac{L_2\, i_2^2}{2}\right) = d\left(\frac{L_1\, i_1^2}{2} + M\, i_1\, i_2 + \frac{L_2\, i_2^2}{2}\right)
$$

Comportamento energetico -2

Lavoro elettrico **finito** entrante in un intervallo finito Δt a partire dall'istante t_1 con correnti nulle $i_1(t_1)=i_2(t_1)=0$ all'istante t_2 con correnti $i_1(t_2)= i_1$ e $i_2(t_2)= i_2$:

$$\mathcal{L}(t_1,t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p\,dt = \int_0^{i_1} L_1 i_1 di_1 + \int_0^{i_1 i_2} M_1 di_1 i_2 + \int_0^{i_2} L_2 i_2 di_2 =$$

$$= \left[\frac{L_1 i_1^2}{2} \right]_0^{i_1} + \left[M\, i_1 i_2 \right]_0^{i_1 i_2} + \left[\frac{L_2 i_2^2}{2} \right]_0^{i_2} = \frac{L_1 i_1^2}{2} + M\, i_1 i_2 + \frac{L_2 i_2^2}{2}$$

Il lavoro assorbito dipende solo dai valori iniziali (nulli) e dai valori finali delle correnti i_1 e i_2 →

Comportamento energetico -3

$\Delta\mathcal{L}$ è una funzione dei valori attuali delle correnti i_1 e i_2 ; nel processo opposto, quando i_1 e i_2 ritornano a 0, il lavoro assorbito è $\Delta\mathcal{L}'=-\Delta\mathcal{L}$, ovvero $\Delta\mathcal{L}$ è reso (erogato) integralmente:

→ il lavoro elettrico scambiato è conservativo

→ il lavoro elettrico assorbito dall'induttore è immagazzinato in **energia induttiva** w_L :

$$\Delta\mathcal{L} = \Delta w_L$$

n.b.:

1) eseguendo questa sola conversione energetica, il doppio bipolo induttivo è **perfetto**: è un **accumulatore perfetto** ed è **passivo,** perché può erogare al più il lavoro accumulato in precedenza
2) Affinché il lavoro sia accumulato in energia, è indispensabile che il doppio bipolo sia **reciproco**: $L_{12}=L_{21}=M$

Energia induttiva

Serve un livello zero di w_L. Si pone nulla quando $i_1 = 0$ e $i_2 = 0$, cosicché:

$$w_L = \frac{L_1}{2} i_1^{\,2} + M\, i_1\, i_2 + \frac{L_2}{2} i_2^{\,2} \quad \rightarrow \quad w_\mathrm{L} = \frac{1}{2} \boldsymbol{i}^\mathrm{T} \boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{2} \boldsymbol{i}^\mathrm{T} \boldsymbol{L} \boldsymbol{i}$$

è una **funzione di stato** delle correnti, che sono le **variabili di stato** (= esprimono il contenuto energetico). Lo sono anche gli integrali delle tensioni, ma non le tensioni

n.b.: l'accumulo di tutto il lavoro entrante in energia induttiva vale anche se L_1, L_2 e M non sono costanti, basta che esitano e siano invertibili

$\lambda_1 = \lambda_1(i_1, i_2)$ $\quad\quad$ $i_1 = i_1(\lambda_1, \lambda_2)$

$\lambda_2 = \lambda_2(i_1, i_2)$ $\quad\quad$ $i_2 = i_2(\lambda_1, \lambda_2)$

e valga la reciprocità (in forma differenziale: $\partial\lambda_2/\partial i_1 = \partial\lambda_1/\partial i_2$). In tal caso il doppio bipolo induttivo è perfetto ma non ideale le espressioni di w_L risultano diverse.

Vincoli sui parametri induttivi -1

L'energia magnetica è sempre non negativa:

$$w_L = \frac{L_1}{2} i_1^{\,2} + M\, i_1\, i_2 + \frac{L_2}{2} i_2^{\,2} \geq 0$$

ne derivano vincoli sui 3 parametri L_1, L_2 e M:

1) Se $i_2 = 0$ → $L_1 \geq 0$
2) Se $i_1 = 0$ → $L_2 \geq 0$
3) Se $i_1 \neq 0,\ i_2 \neq 0$ → dividendo w_L per i_2^2 e ponendo $i_1/i_2 = x$:

$$\frac{L_1}{2} x^2 + M\, x + \frac{L_2}{2} \geq 0$$

il primo membro è una parabola concava verso l'alto →

Vincoli sui parametri - 2

Perché il vertice (= il minimo) sia positivo deve essere

$$M^2 - 4\frac{L_1}{2}\frac{L_2}{2} \leq 0 \qquad \rightarrow \qquad \sqrt{L_1 L_2} \geq |M|$$

Quindi ogni doppio bipolo induttivo verifica queste 3 condizioni:

1) $L_1 \geq 0$

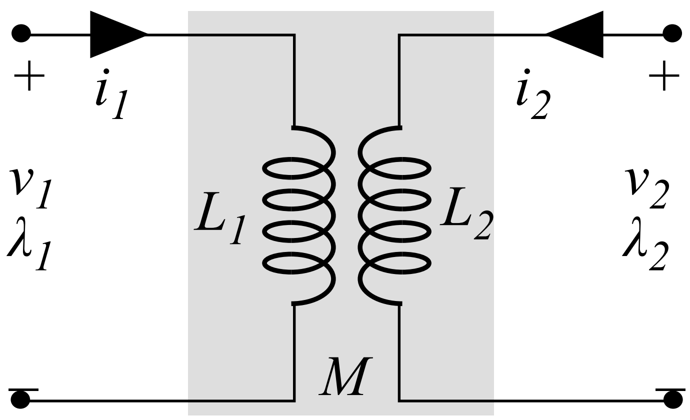
2) $L_2 \geq 0$

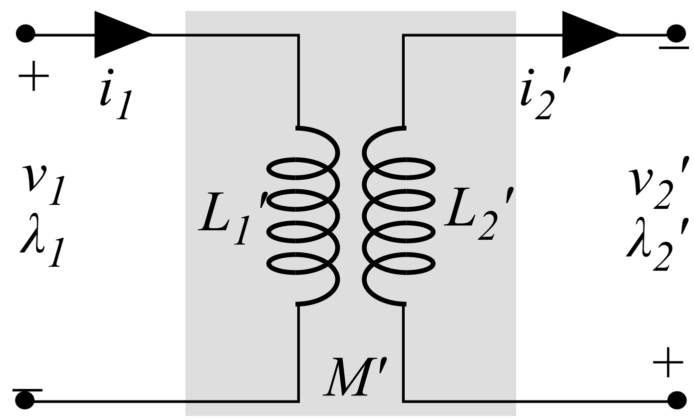
3) $\sqrt{L_1 L_2} \geq |M|$

n.b.: non esistono vincoli sul segno di M

Segno di M -1

M può essere >0 o <0 (o = 0)
cambiando i riferimenti di $v(t)$ e $i(t)$ di una stessa porta, M inverte il segno.

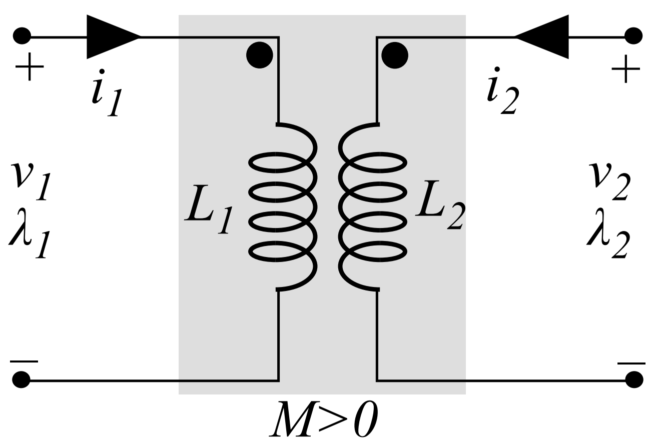


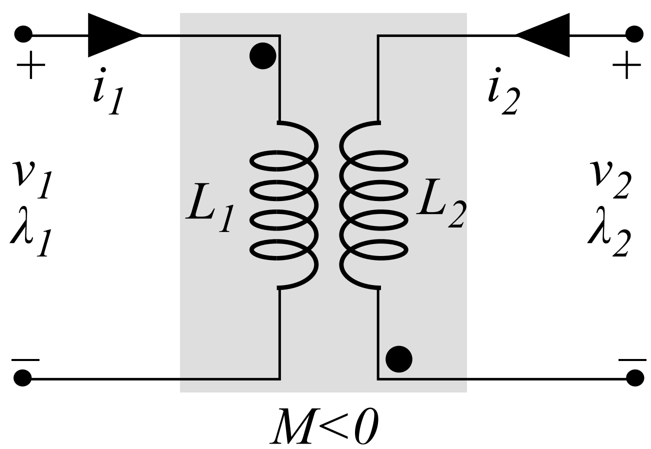


si verifica facilmente che è $M' = -M$

Segno di M -2

Per individuare il segno di M si usano **due punti**, ciascuno posto vicino ad un polo di porta.





È:

$M > 0$ se le frecce delle correnti sono poste entrambe entranti o entrambe uscenti dai poli coi punti

$M < 0$ se le frecce delle correnti sono poste una entrambe e una uscente dai poli coi punti

Coefficiente di accoppiamento

dato che $\sqrt{L_1 L_2} \geq |M|$

Si definisce il coefficiente di accoppiamento:

$$k \triangleq \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \qquad \rightarrow \qquad -1 \leq k \leq 1$$

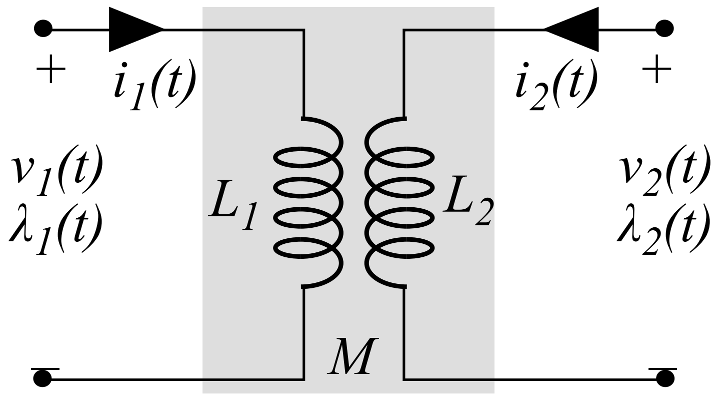
$k = \pm 1$: accoppiamento perfetto (o porte perfettamente accoppiate) (non ha nulla a che fare con il comportamento energetico perfetto, che vale qualsiasi sia k)

$k = 0$: accoppiamento nullo (porte disaccoppiate – solo in tal caso il doppio bipolo induttivo equivale a due bipoli induttivi)

Equazioni differenziali *v-i*

Se si derivano nel tempo le relazioni del doppio bipolo induttivo ideale controllate in corrente

$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1\, i_1 + M\, i_2 \\ \lambda_2 = M\, i_1 + L_2\, i_2 \end{cases}$$



e si tiene conto che $v = d\lambda/dt$ si ottiene:

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \dfrac{di_1}{dt} + L_2 \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

sono relazioni differenziali lineari tra tensioni e correnti

Equazioni integrali *v*-*i* – 1

Se nelle relazioni del doppio bipolo induttivo ideale controllate negli integrali di tensione

$$\begin{cases} i_1 = \Gamma_1 \lambda_1 + \Gamma_M \lambda_2 \\ i_2 = \Gamma_M \lambda_1 + \Gamma_2 \lambda_2 \end{cases}$$

si sostituiscono le definizioni di λ si ottiene:

$$\begin{cases} i_1(t) = \Gamma_1 \int_{-\infty}^{t} v_1(t')\,\mathrm{d}t' + \Gamma_M \int_{-\infty}^{t} v_2(t')\,\mathrm{d}t' \\ i_2(t) = \Gamma_M \int_{-\infty}^{t} v_1(t')\,\mathrm{d}t' + \Gamma_2 \int_{-\infty}^{t} v_2(t')\,\mathrm{d}t' \end{cases}$$

sono relazioni integrali lineari, ma scomode da usare, perché obbligano ad integrare da $-\infty$

Equazioni integrali *v*-*i* – 2

Se in un istante t_o (in particolare $t_o = 0$) sono note le correnti $i_1(0)$ e $i_2(0)$, si preferisce spezzare gli intervalli di integrazione da –∞ a t in due parti: in due parti, da –∞ a t_o=0 e da t_o=0 a t. Con pochi passaggi si ricvava:

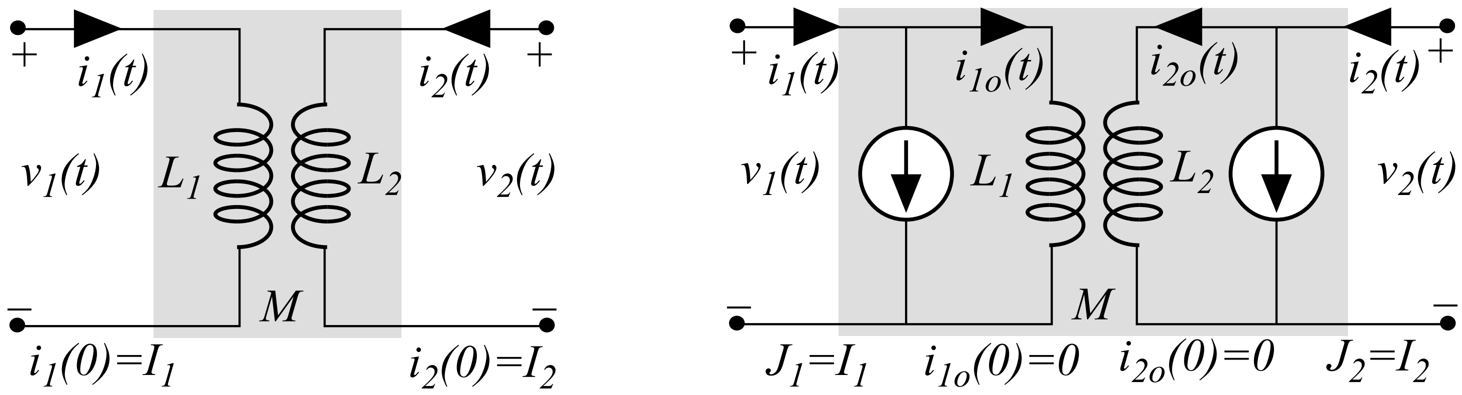
$$\begin{cases} i_1(t) = i_1(0) + \Gamma_1 \displaystyle\int_0^t v_1(t')\,\mathrm{d}t' + \Gamma_\mathrm{M} \int_0^t v_2(t')\,\mathrm{d}t' \\ i_2(t) = i_2(0) + \Gamma_\mathrm{M} \displaystyle\int_0^t v_1(t')\,\mathrm{d}t' + \Gamma_2 \int_0^t v_2(t')\,\mathrm{d}t' \end{cases}$$

$i_1(0)$ e $i_2(0)$ sono i **valori iniziali** (sono le variabili di stato in t=0);

se $i_1(0)\neq 0$ o $i_2(0)\neq 0$ le relazioni non sono lineari.

Circuito equivalente linearizzato

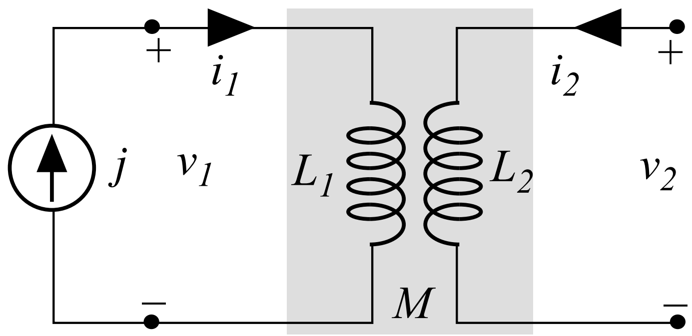
Quando servono relazioni lineari, può essere usato uno schema equivalente che linearizza le equazioni non lineari, come questo, ove il doppio bipolo induttivo è scarico – $i_{1o}(0)=0$ o $i_{2o}(0)=0$ – e compaiono due generatori ideali di corrente costante al posto dei valori iniziali $i_1(0) = I_1 \neq 0$ e $i_2(0) = I_2 \neq 0$.



Non amplificazione -1

Alimentando una sola porta con un generatore di corrente $j(t)$

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{dj}{dt} \\ v_2 = M \dfrac{dj}{dt} \end{cases}$$



e facendo il rapporto dei moduli delle tensioni:

$$|v_2| = \frac{|M|}{L_1} |v_1|$$

Perché valga la **non amplificazione** quando j eroga potenza deve essere

$$|v_1| > |v_2| \quad \rightarrow \quad L_1 > |M|$$

E analogamente, scambiando le porte:

$$|v_2| > |v_1| \quad \rightarrow \quad L_2 > |M|$$

Amplificazione -2

Però, nel rispetto del vincolo energetico $\sqrt{L_1 L_2} \geq |M|$,

può succedere che sia:

$$L_1 < |M| < L_2 \qquad \text{oppure} \qquad L_2 < |M| < L_1$$

in tal caso la non amplificazione non è verificata e

IL DOPPIO BIPOLO INDUTTIVO AMPLIFICA

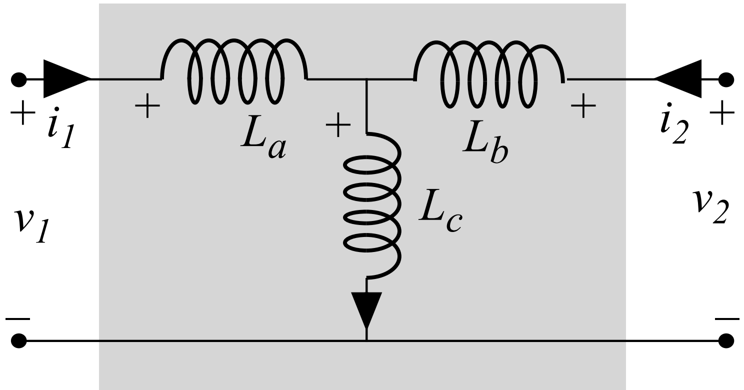
→ i doppi bipoli induttivi che verificano una delle ultime due condizioni sono in grado di amplificare, pur essendo **doppi bipoli passivi** (come il trasformatore ideale, che però è adinamico)

Sintesi con induttori -1

Il numero minimo di induttori 3, quanti i parametri da sintetizzare L_1, L_2 e M :

Sintesi a T se $M > 0$:

$$\begin{cases} v_1 = L_a \dfrac{di_1}{dt} + L_c \dfrac{di_c}{dt} = \left(L_a + L_c\right)\dfrac{di_1}{dt} + L_c \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_b \dfrac{di_2}{dt} - L_c \dfrac{di_c}{dt} = L_c \dfrac{di_1}{dt} + \left(L_b + L_c\right)\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$



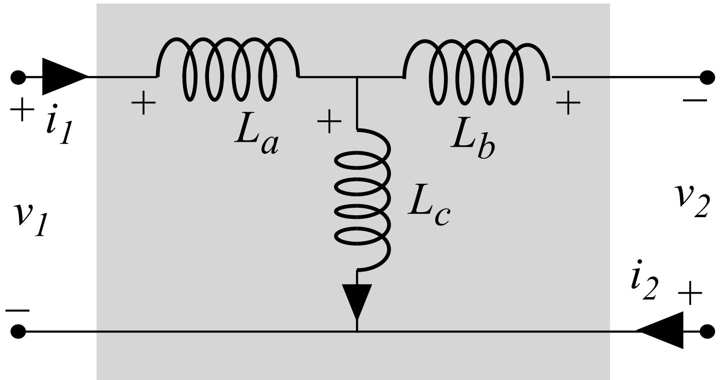
da cui:

$$\begin{cases} L_1 = L_a + L_c \\ L_2 = L_b + L_c \\ M = L_c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L_a = L_1 - M \\ L_b = L_2 - M \\ L_c = M \end{cases}$$

Sintesi con induttori -2

Sintesi a T se $M < 0$:
si invertono i riferimenti di tensione e corrente ad una porta

$$\begin{cases} v_1 = L_a \dfrac{di_1}{dt} + L_c \dfrac{di_c}{dt} = \left(L_a + L_c\right)\dfrac{di_1}{dt} - L_c \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_b \dfrac{di_2}{dt} - L_c \dfrac{di_c}{dt} = -L_c \dfrac{di_1}{dt} + \left(L_b + L_c\right)\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$



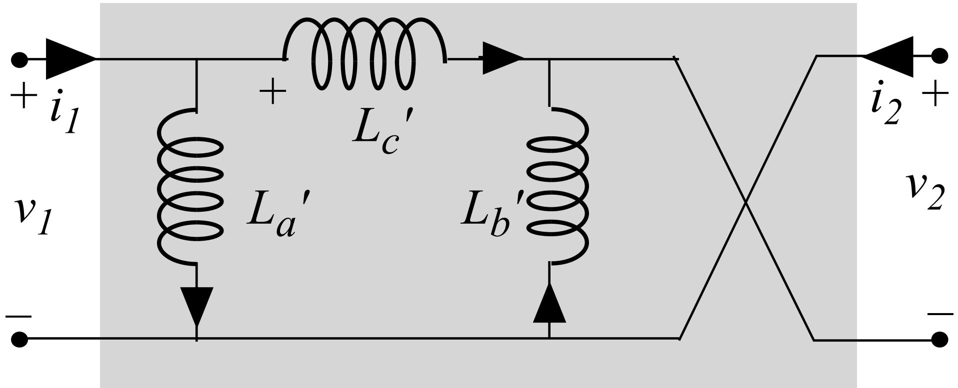
da cui:

$$\begin{cases} L_1 = L_a + L_c \\ L_2 = L_b + L_c \\ M = -L_c \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} L_a = L_1 + M \\ L_b = L_2 + M \\ L_c = -M \end{cases}$$

Sintesi con induttori -3

Sintesi a Π se $M < 0$, $\Gamma_M > 0$:
procedendo in modo duale

$$\begin{cases} L_a' = \dfrac{1}{\Gamma_a} = \dfrac{1}{\Gamma_1 - \Gamma_M} \\ L_b' = \dfrac{1}{\Gamma_b} = \dfrac{1}{\Gamma_2 - \Gamma_M} \\ L_c' = \dfrac{1}{\Gamma_c} = \dfrac{1}{\Gamma_M} \end{cases}$$



Dualmente alla sintesi a T, se $M > 0$, $\Gamma_M < 0$ si invertono i segni davanti a Γ_M

Sintesi con induttori -4

Le sintesi a T e a Π , eseguite con induttori (bipoli passivi) richiedono induttanze di sintesi positive. Quindi deve essere:

$$L_1 > |M| \qquad \text{e} \qquad L_2 > |M|$$

Altrimenti tali sintesi non sono applicabili. Queste condizioni sono violate, nel rispetto dei vincoli energetici, se

$$L_1 < |M| < L_2 \qquad \text{oppure} \qquad L_2 < |M| < L_1$$

ossia se il doppio bipolo amplifica: infatti una rete di bipoli passivi (quali sono gli induttori) non può amplificare, per il teorema di non amplificazione

→ La sintesi di un doppio bipolo che amplifica deve essere fatta in altro modo

DBI amplificanti: sintesi con T.I. -1

I^ IPOTESI: accoppiamento perfetto ($|k|=1$)

Poniamo

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \pm 1 \qquad \rightarrow \qquad n \triangleq \frac{L_1}{M} = \frac{M}{L_2} = sign(M)\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

(n.b.: dall'ultima si ricava $L_1 = n^2 L_2$)

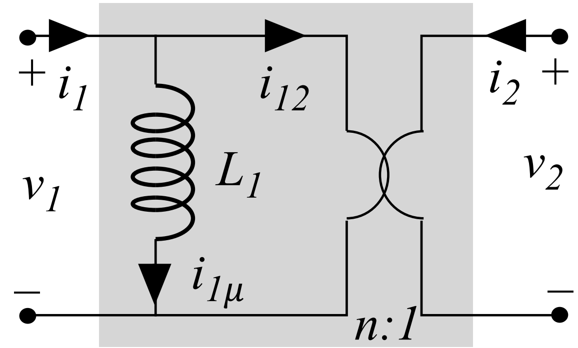
così le equazioni del DBI si riscrivono :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} = L_1\left(\dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{M}{L_1}\dfrac{di_2}{dt}\right) = L_1\left(\dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{1}{n}\dfrac{di_2}{dt}\right) \\ v_2 = M \dfrac{di_1}{dt} + L_2 \dfrac{di_2}{dt} = M\left(\dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{L_2}{M}\dfrac{di_2}{dt}\right) = M\left(\dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{1}{n}\dfrac{di_2}{dt}\right) \end{cases}$$

Sintesi con T.I. -2

A) facendo il rapporto delle due e risolvendo la prima in i_1:

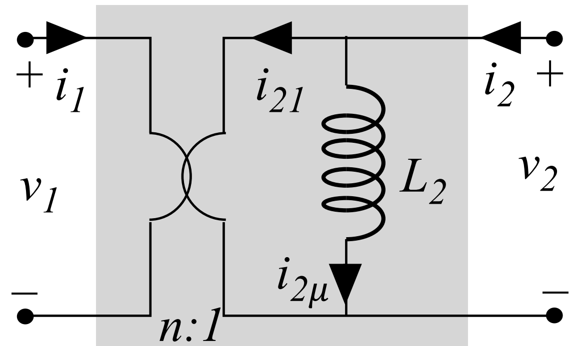
$$\begin{cases} v_1 = n v_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} i_2 + \dfrac{1}{L_1} \displaystyle\int_{-\infty}^{t} v_1 \, dt' = i_{12} + i_{1\mu} \end{cases}$$



descrivono lo schema a lato = schema equivalente con trasformatore ideale: n = rapporto di trasformazione

B) ovvero risolvendo la seconda in i_2:

$$\begin{cases} v_1 = n v_2 \\ i_2 = -n i_1 + \dfrac{1}{L_2} \displaystyle\int_{-\infty}^{t} v_2 \, dt' = i_{21} + i_{2\mu} \end{cases}$$



n.b.: $L_1 = n^2 L_2$! è il **trasferimento di induttanza** del trasformatore ideale, analogo al trasferimento di resistenza già noto

Sintesi con T.I. -3

II^ IPOTESI: accoppiamento imperfetto ($|k| < 1$)

Possiamo pensare L_1 o L_2 troppo grande rispetto alla condizione di accoppiamento perfetto. Prendiamo L_1 e pensiamola data da due contributi

$$L_1 = L_{1p} + L_{1d} \qquad \text{con} \qquad \begin{cases} L_{1p} = M^2 / L_2 \\ L_{1d} = L_1 - M^2 / L_2 \end{cases}$$

L_{1p} = parte di L_1 che corrisponde ad accoppiamento perfetto
L_{1d} = parte di L_1 che eccede ("di dispersione")

Quindi il rapporto di trasformazione vale vale:

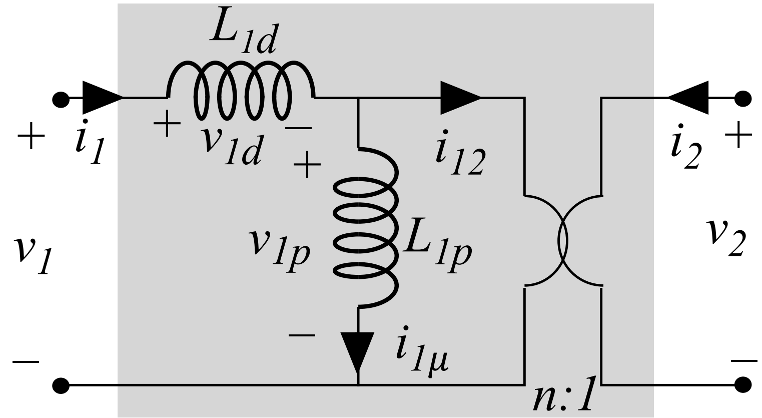
$$n \triangleq \frac{L_{1p}}{M} = \frac{M}{L_2} = sign(M)\sqrt{\frac{L_{1p}}{L_2}}$$

Sintesi con T.I. -4

II^ IPOTESI: accoppiamento imperfetto ($|k| < 1$ **)**

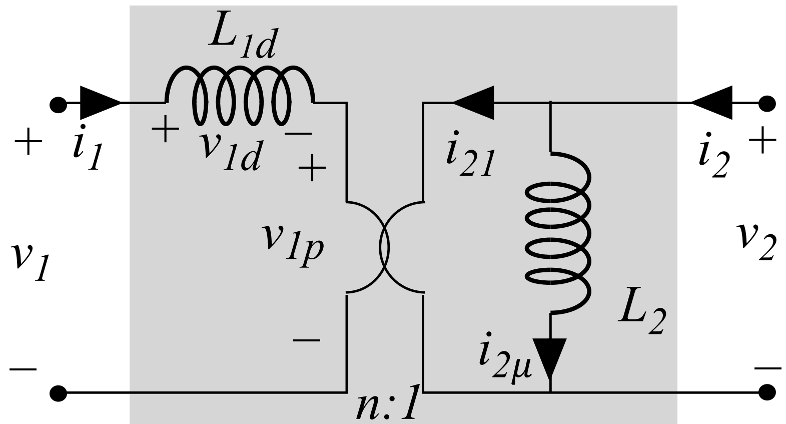
Così le equazioni si riscrivono come:

$$\begin{cases} v_1 = L_{1d}\dfrac{di_1}{dt} + \left(L_{1p}\dfrac{di_1}{dt} + M\dfrac{di_2}{dt}\right) = v_{1d} + v_{1p} \\ v_2 = \left(M\dfrac{di_1}{dt} + L_2\dfrac{di_2}{dt}\right) \end{cases}$$



Che corrispondono allo schema equivalente ove compare L_{1d} in serie alla porta 1.

Ovvero, usando la seconda sintesi vista per $|k| < 1$:

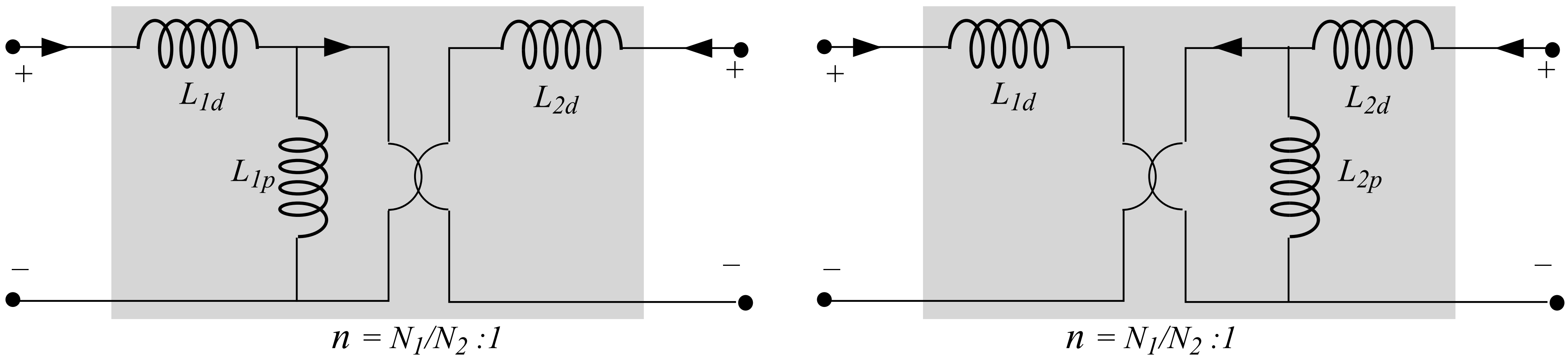


Sintesi con T.I. -5

II^ IPOTESI: accoppiamento imperfetto ($|k| < 1$)

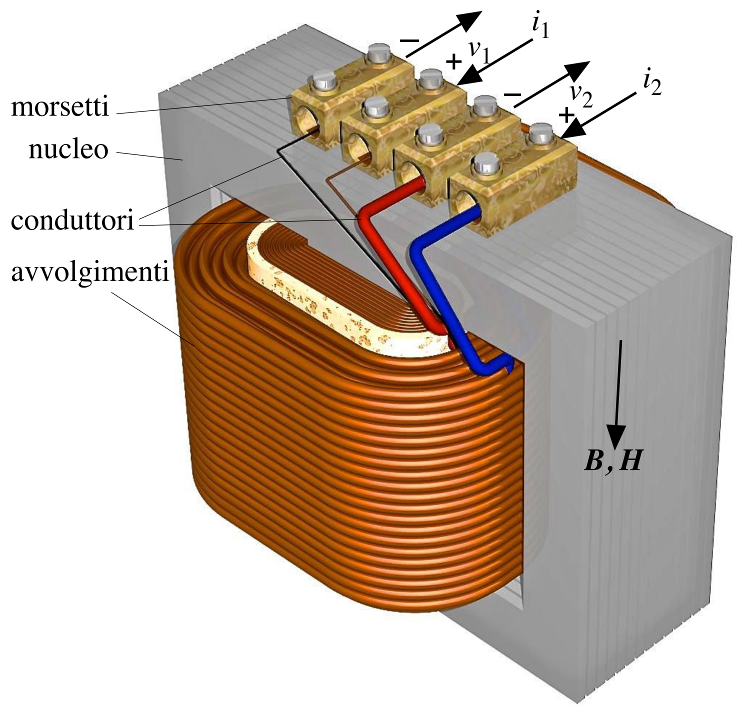
Attribuendo l'eccedenza a L_2 : $L_2 = L_{2p} + L_{2d}$ si ottengono due schemi equivalenti analoghi, con L_{2d} in serie alla porta 2, con un diverso valore di *n.*

Si può anche distribuire l'eccedenza in parte su L_1 e in parte su L_2 con un valore di *n* ancora diverso. Si ottiene ad esempio:



Mutui induttori reali

I mutui induttori (DBI) reali più importanti sono i **trasformatori ad induzione**. Sono costituiti da due avvolgimenti (circuiti induttori) di N_1 e N_2 spire magneticamente accoppiati, realizzati con conduttori di sezione più o meno sottile. Gli avvolgimenti sono avvolti quasi sempre su un nucleo in lamierini in ferro-silicio (o in ferrite) che canalizza e intensifica l'induzione magnetica ed accresce l'accoppiamento tra gli avvolgimenti.



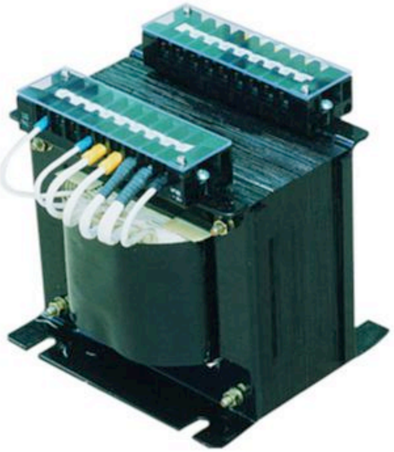
Mutui induttori reali

Quando gli avvolgimenti hanno correnti i_1 e i_2, sono presenti i flussi di induzione magnetica che essi concatenano φ_{c1} e φ_{c2} e che corrispondono agli integrali di tensione, $\lambda_1 = \varphi_{c1}$ e $\lambda_2 = \varphi_{c2}$:

$$\begin{cases} \varphi_{c1} = L_1\, i_1 + M\, i_2 \\ \varphi_{c2} = M\, i_1 + L_2\, i_2 \end{cases}$$

L_1, L_2 e M, dipendono dalla geometria e dalle proprietà del mezzo ove si sviluppano i flussi.

Trasformatori ad induzione reali

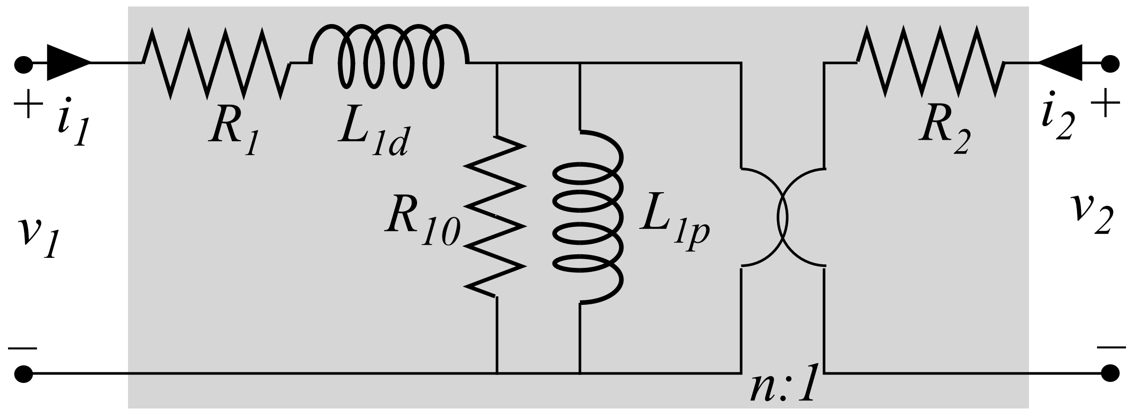


Trasformatori con nucleo magnetico di dimensioni e potenze modeste; quello a destra è un trasformatore di isolamento, con rapporto di trasformazione unitario, che svincola la connessione a terra (o a massa) del circuito a secondario da quella del circuito a primario

Perdite nei trasformatori reali

I trasformatori reali non sono perfetti (e nemmeno ideali) e sono sedi di dissipazioni, oltre che di accumulo di energia. Vi si verificano anzitutto:

1) perdite ohmiche negli avvolgimenti (che non hanno resistenza nulla), quando sono presenti correnti. Se ne tiene conto considerando un resistore in serie ciascuna porta (R_1 e R_2) .
2) Perdite nel nucleo ferromagnetico (o “perdite nel ferro”) per isteresi e per correnti parassite. Se ne tiene conto considerando un resistore in parallelo all’induttore di accoppiamento perfetto (R_{10}).



Trasformatori trifasi

I trasformatori per potenze maggiori (qui da poche decine – poche centinaia di kW) sono tipicamente dotati di tre coppie di avvolgimenti primari e secondari; per essere impiegati in reti e sistemi trifasi

Trasformatori trifasi

Trasformatori trifasi per potenze maggiori (da centinaia di kW e varie migliaia di kW)