Università di Padova - Scuola di Ingegneria

Massimo Guarnieri

Elettrotecnica

Elementi di Elettromagnetismo

Capitolo 2:
Fenomeni dielettrici e condensatori

Campo dielettrico

Riguarda le interazioni tra campo elettrico e cariche elettriche, sia libere che legate (in atomi, molecole, reticoli cristallini) nei mezzi materiali

Quantità densitarie coinvolte:

- campo elettrico $\boldsymbol{E}(P,t)$ – correlato alle linee
- spostamento elettrico $\boldsymbol{D}(P,t)$ – correlato alle superfici

Ipotesi semplificativa (non indispensabile) *condizioni quasi-stazionarie*: campo elettrico conservativo (irrotazionale, $rot\boldsymbol{E}=\mathbf{0}$, e quindi $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_c=-grad\,\phi$).

n.b.: $\boldsymbol{E}_c$ = componente coulombiana (Fisica: $\boldsymbol{E}_{el}$)

ϕ = potenziale elettrico scalare (Fisica: V)

Relazione costitutiva del campo dielettrico

$$\boldsymbol{D}(P,t) = \varepsilon\,\boldsymbol{E}(P,t)$$

ε = **permettività dielettrica** – u.m. farad/metro [F/m]=[C/Vm]

→ u.m. di $\boldsymbol{D}(P,t)$: coulomb/metro quadro [C/m^2]

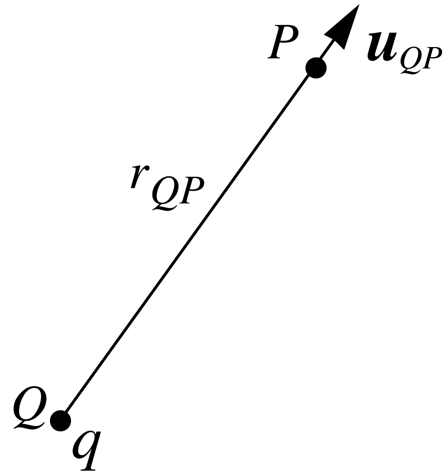
ε = proprietà del mezzo

mezzo uniforme (ε = costante dielettrica)

- omogeneo: ε non varia con *P*
- lineare: ε non varia con l’intensità di ***E***
- isotropo: ε non varia con la direzione di ***E***

Espressioni di *D* in mezzo uniforme

Desunte dalle espressioni di ***E*** (note da Fisica)

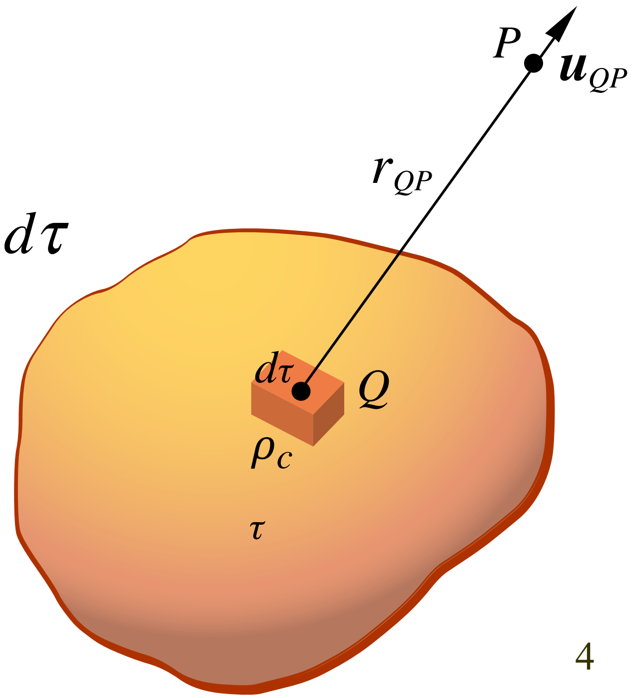


- Carica libera puntiforme

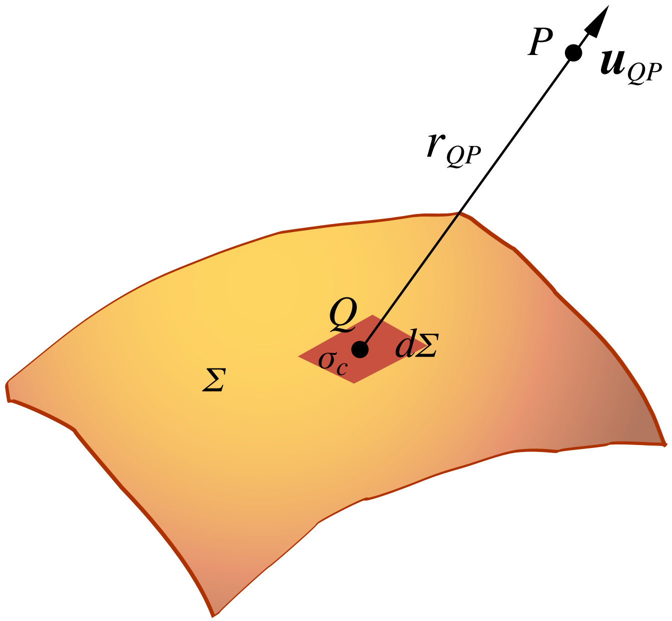
$$\boldsymbol{E}(P)=\frac{q}{4\pi\varepsilon\, r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP} \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{D}(P)=\frac{q}{4\pi\, r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP}$$

- Distribuzione volumica di carica libera

$$\boldsymbol{E}(P)=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_\tau \frac{\rho_c(Q)}{r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP}\, d\tau \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{D}(P)=\frac{1}{4\pi}\int_\tau \frac{\rho_c(Q)}{r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP}\, d\tau$$



Espressioni di *D* in mezzo uniforme



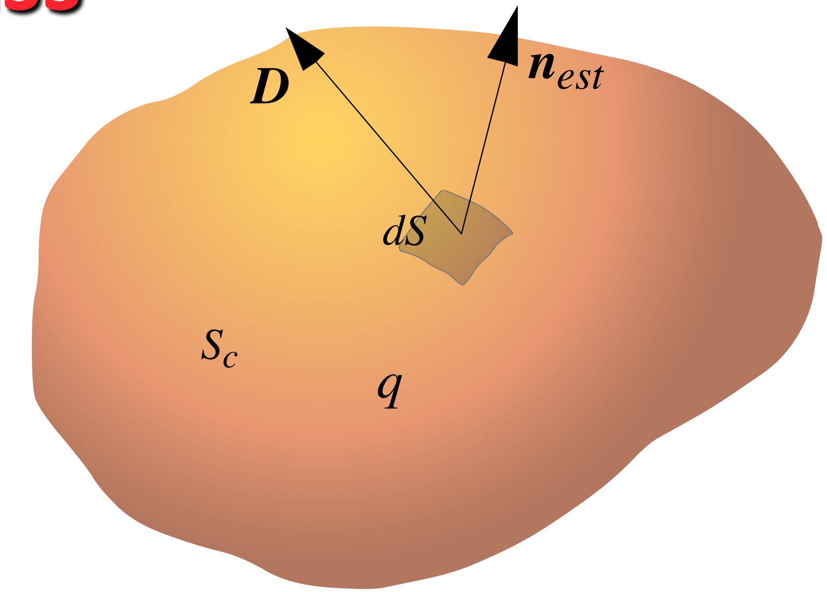
Desunte dalle espressioni di ***E*** (note da Fisica)

- Distribuzione superficiale di carica libera

$$\boldsymbol{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{\Sigma}\frac{\sigma_c(Q)}{r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP}\,d\Sigma \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D}(P) = \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma}\frac{\sigma_c(Q)}{r_{QP}{}^2}\boldsymbol{u}_{QP}\,d\Sigma$$

→ In tutti i casi ***D*** non dipende da ε (uniforme), ma solo dalla distribuzione della carica libera

Legge di Gauss



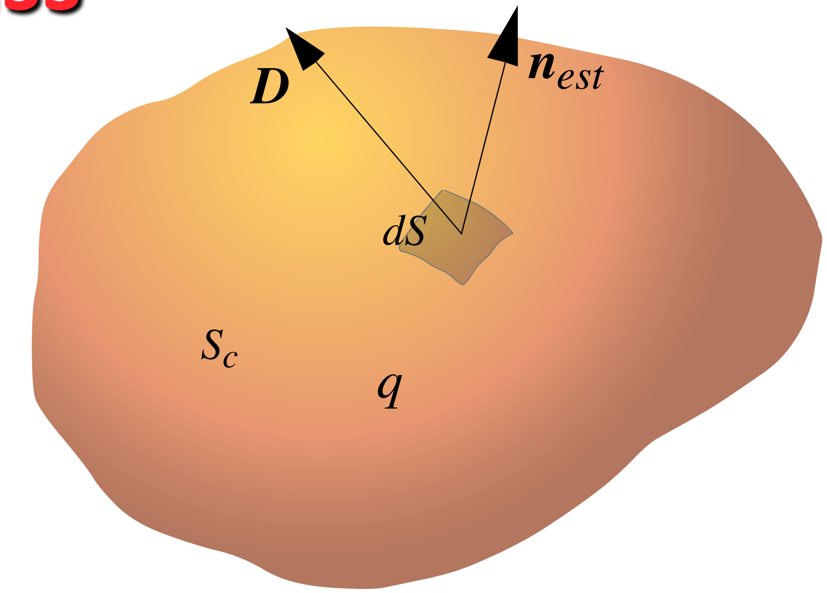
Dalle precedenti espressioni si può dedurre che comunque sia distribuita la carica libera, data una superficie chiusa S_c, vale sempre la **legge di Gauss:**

$$\oint_{S_c} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}_{est}\, dS = q$$

= il flusso di ***D*** uscente da una superficie chiusa S_c è uguale alla carica libera q contenuta in S_c (a prescindere da ε)

Questa è la **forma integrale della legge di Gauss**

Legge di Gauss



$$\oint_{S_c} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}_{est}\, dS = q$$

Espressioni integrali dei due membri (teorema della divergenza):

$$\oint_{S_c} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}_{est}\, dS = \int_{\tau} div\, \boldsymbol{D}\, d\tau \qquad q = \int_{\tau} \rho_c\, d\tau$$

Forma differenziale (locale) → $div\, \boldsymbol{D} = \rho_c$

→ le linee vettoriali di ***D*** nascono ove $\rho_c>0$ (sorgenti) e muoiono ove $\rho_c<0$ (pozzi).

La legge di Gauss è la **proprietà fondamentale** di ***D*** e vale sempre, anche in mezzi **non uniformi**: ne è la definizione.

Proprietà di *E* e di *D*

Il flusso di ***E*** attraverso una superficie chiusa è uguale q/ε solo se il mezzo è uniforme.

Tale proprietà **non vale se il mezzo non è uniforme** oppure se il campo occupa **mezzi con permettività dielettriche diverse**.

Quindi:

- Le proprietà di ***E*** sono connesse ai suoi integrali di linea e al suo rotore, ma non ai suoi integrali di superficie e alla sua divergenza.
- Le proprietà di ***D*** sono connesse ai suoi integrali di superficie e alla sua divergenza, ma non ai suoi integrali di linea e al suo rotore.

Espressioni di ϕ in mezzo uniforme

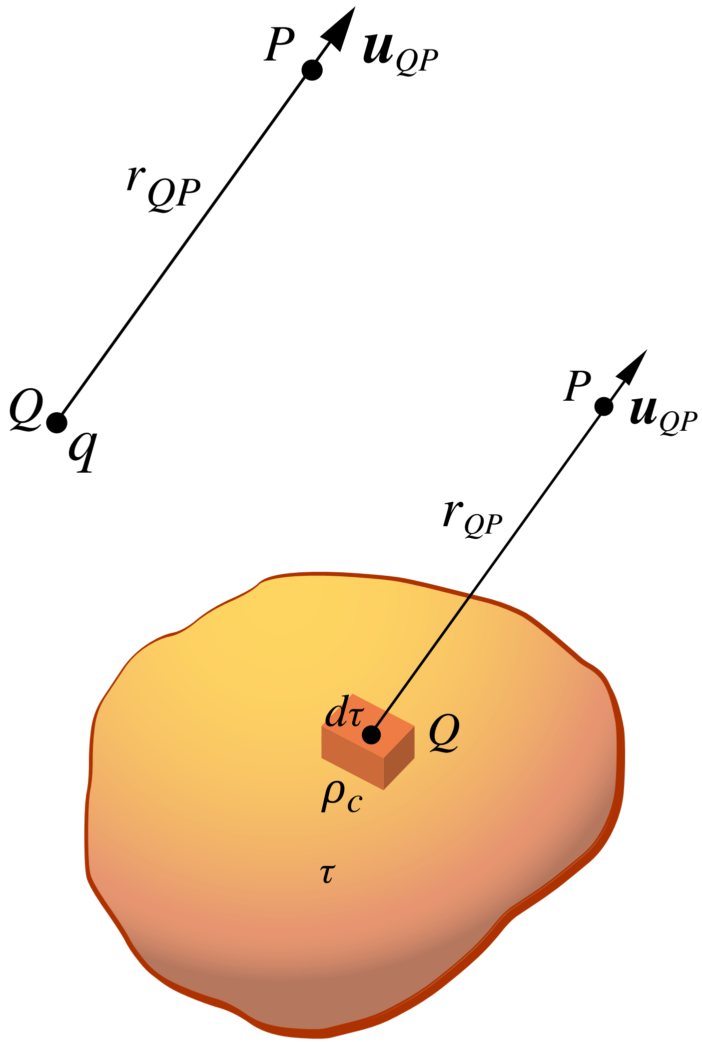
Da $\boldsymbol{E}_c = -grad\,\phi$ e dalle espressioni di $\boldsymbol{E}$

- Carica libera puntiforme

$$\phi(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r_{QP}}$$

- Distribuzione volumica di carica libera

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{\tau}\frac{\rho_c(Q)}{r_{QP}}d\tau$$

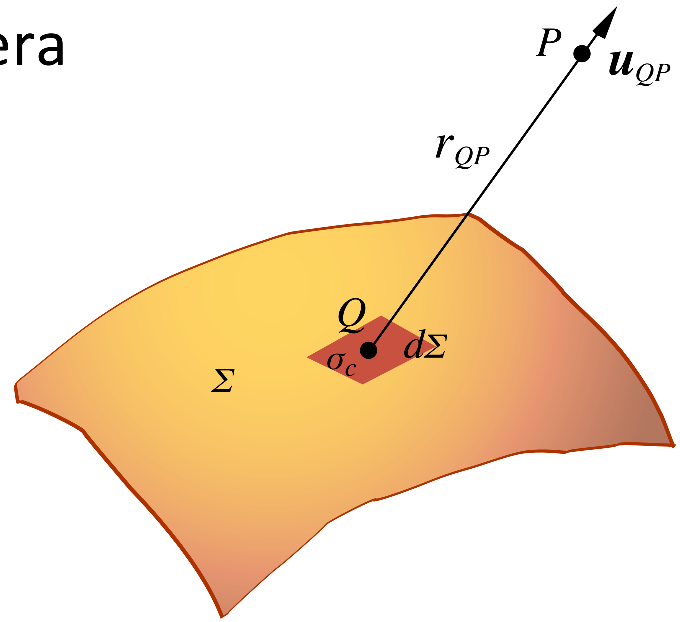


Espressioni di ϕ in mezzo uniforme

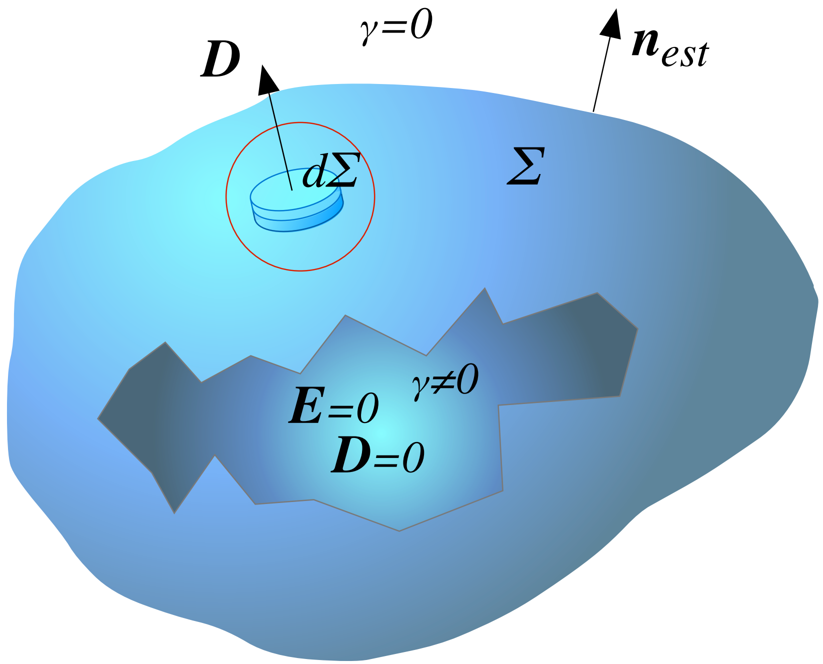
Da $\boldsymbol{E}_c = -grad\,\phi$ e dalle espressioni di $\boldsymbol{E}$

- Distribuzione superficiale di carica libera

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{\Sigma}\frac{\sigma_c(Q)}{r_{QP}}\,d\Sigma$$



Proprietà di *D* – corpi conduttori



Corpo conduttore con carica elettrica q
immerso in mezzo dielettrico
condizioni elettrostatiche ($\boldsymbol{J}=\mathbf{0}$)

Dentro al corpo: $\boldsymbol{E} = \rho \boldsymbol{J} = \mathbf{0}$

→ $\boldsymbol{D} = \varepsilon\, \boldsymbol{E} = \mathbf{0}$

→ $div\, \boldsymbol{D} = \rho_c = 0$

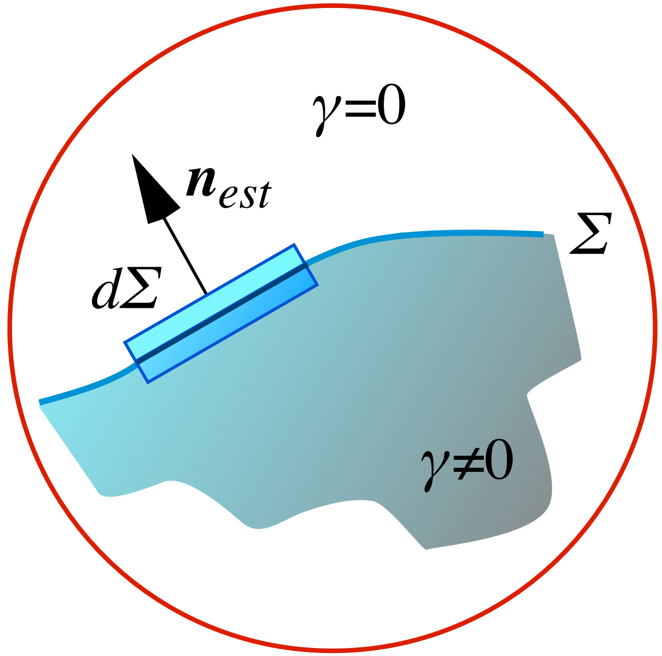
→ la carica sta tutta sulla superficie Σ, con distribuzione superficiale σ_c

$\boldsymbol{E} = \rho \boldsymbol{J} = \mathbf{0}$ → Σ è una superficie equipotenziale e le linee di $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{D}$ zampillano ortogonali: è garantito dalla distribuzione di σ_c

Proprietà di D – densità superficiale di carica

Volumetto a forma di moneta contenente $d\Sigma$:

- flusso di $\boldsymbol{D}$ uscente dalla sua superficie (si riduce al solo contributo sulla faccia esterna): $\boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}_{est}\, d\Sigma = D\, d\Sigma$
- carica contenuta nel volumetto: $dq = \sigma_c\, d\Sigma$
- legge di Gauss: $D\, d\Sigma = \sigma_c\, d\Sigma$
- ortogonalità tra $\boldsymbol{D}$ e $d\Sigma$



→ $\boldsymbol{D} = \sigma_c\, \boldsymbol{n}_{est}$

→ ***D*** descrizione la densità di carica sulla superficie dei corpi conduttori carichi in condizioni statiche. ***D*** zampilla dal conduttore se $\sigma_c > 0$ (sorgente) oppure muore nel conduttore, se $\sigma_c < 0$ (pozzo).

Proprietà di *D* – rilassamento elettrostatico

Condizioni non elettrostatiche: compare $\boldsymbol{E} \neq \mathbf{0}$ dentro al conduttore e lungo la superficie e quindi anche $\boldsymbol{J} = \gamma\,\boldsymbol{E} \neq \mathbf{0}$. Per esso è:

$$div\,\boldsymbol{J} = div\,\gamma\boldsymbol{E} = div\,\gamma\frac{\boldsymbol{D}}{\varepsilon} = \frac{\gamma}{\varepsilon}div\,\boldsymbol{D} = \frac{\gamma}{\varepsilon}\rho_c$$

legge di continuità: $div\,\boldsymbol{J} = -\dfrac{\partial \rho_c}{\partial t}$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \frac{\gamma}{\varepsilon}\rho_c = 0 \quad \rightarrow \quad \rho_c(t) = \rho_{co}e^{-t/T_r}$$

costante di tempo di rilassamento $T_r = \varepsilon/\gamma = \varepsilon\rho$.

Per il rame (ρ = 1,8·10^{-8} Ω/m e $\varepsilon \cong$ 8,8·10^{-12} F/m): T_r = 1,6·10^{-19} s

→ La distribuzione elettrostatiche è di fatto sempre assicurata

→ Principio degli schermi elettrostatici (gabbia di Faraday)

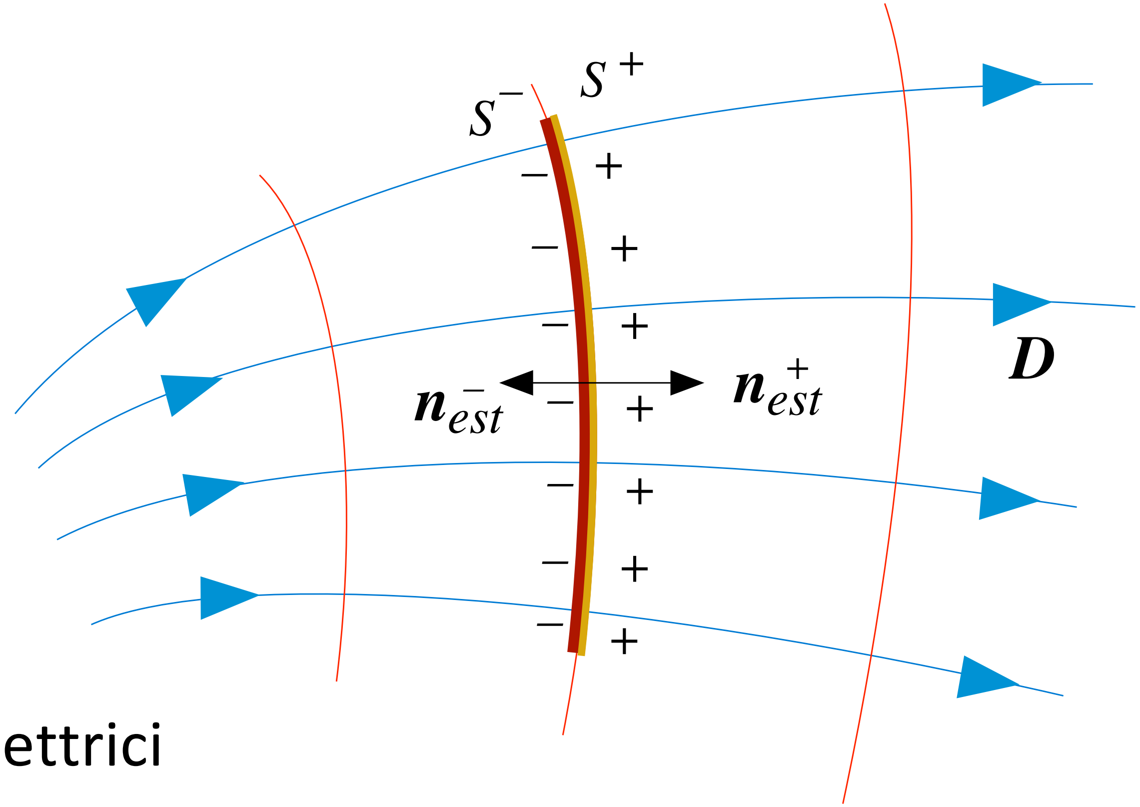
Proprietà di *D* – metallizzazione sup. equipot.

Sottilissima lamina metallica stesa idealmente sulla superficie equipotenziale *S* in un mezzo non conduttore (dielettrico).

- ***D*** e $\boldsymbol{E}_c$, ortogonali alla superficie, non sono alterati
- separazione infinitesima di carica nella lamina:

$$\sigma_c^- = \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}^-_{est} = -D$$

$$\sigma_c^+ = \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}^+_{est} = +D$$



"materializza" ***D*** nei mezzi dielettrici

Permettività dei mezzi

Mezzi dielettrici: con comportamento dielettrico dominante = isolanti (prevale $\boldsymbol{D} = \varepsilon\,\boldsymbol{E}$ su $\boldsymbol{J} = \gamma\,\boldsymbol{E}$, con γ molto piccola)

Vuoto = mezzo dielettrico uniforme con costate dielettrica:

$$\varepsilon_o \cong 8{,}85419 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$$

Mezzi generici: permettività (costante) dielettrica relativa

$$\varepsilon_r \triangleq \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \geq 1$$

dipende dal comportamento delle cariche legate (reticolo cristallino, molecole, atomi)

Per i materiali comuni ε_r vale poche unità:

∽1 (aria), 2–6 (isolanti solidi e liquidi), 80 (acqua)

Canalizzazione del campo dielettrico

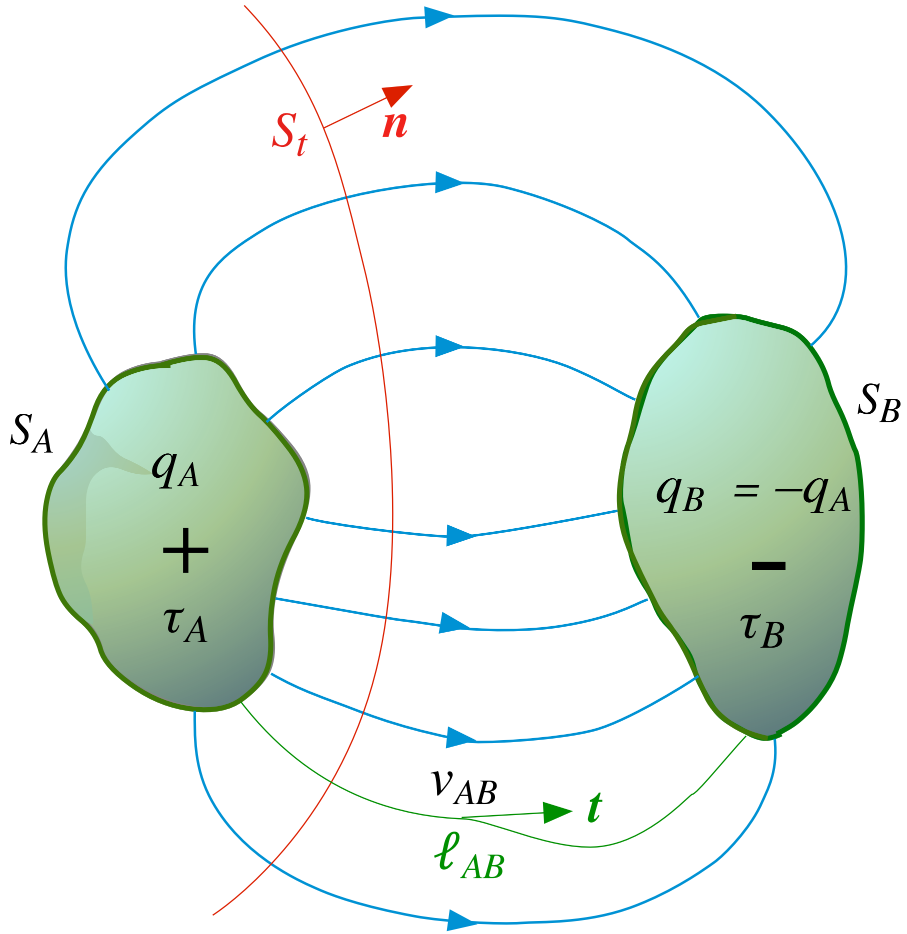
Nelle regioni ove $div\,\boldsymbol{D} = 0$ le linee vettoriali di $\boldsymbol{D}$ formano tubi di flusso

- tali tubi non possono essere canalizzati sfruttando le diverse permettività dei mezzi (che variano di poco tra loro), diversamente dal campo di corrente
- i tubi di flusso di $\boldsymbol{D}$ tendono ad espandersi nello spazio secondo forme geometriche definite dalla disposizione spaziale delle cariche elettriche che sono sorgenti e pozzi di $\boldsymbol{D}$
- In particolare, queste forme sono stabilite dalle geometrie dei corpi conduttori che recano le cariche elettriche sulle loro superfici.

Condensatore

È costituito da due **armature** = corpi conduttori τ_A e τ_B di forma qualsiasi con cariche elettriche libere superficiali q_A e q_B, con interposti uno o più **mezzi dielettrici**.

$$q_A = \int_{S_A} \sigma_{cA}\, dS \quad , \qquad q_B = \int_{S_B} \sigma_{cB}\, dS$$



Portata del tubo di flusso: $\Theta \triangleq \int_{S_t} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}\, dS$

$$\rightarrow \quad \begin{cases} \Theta = \int_{S_A} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}\, dS = \int_{S_A} \sigma_{cA}\, dS = q_A \\ \Theta = \int_{S_B} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}\, dS = \int_{S_B} -\sigma_{cB}\, dS = -q_B \end{cases}$$

$$\rightarrow \qquad \Theta = q_A = -q_B$$

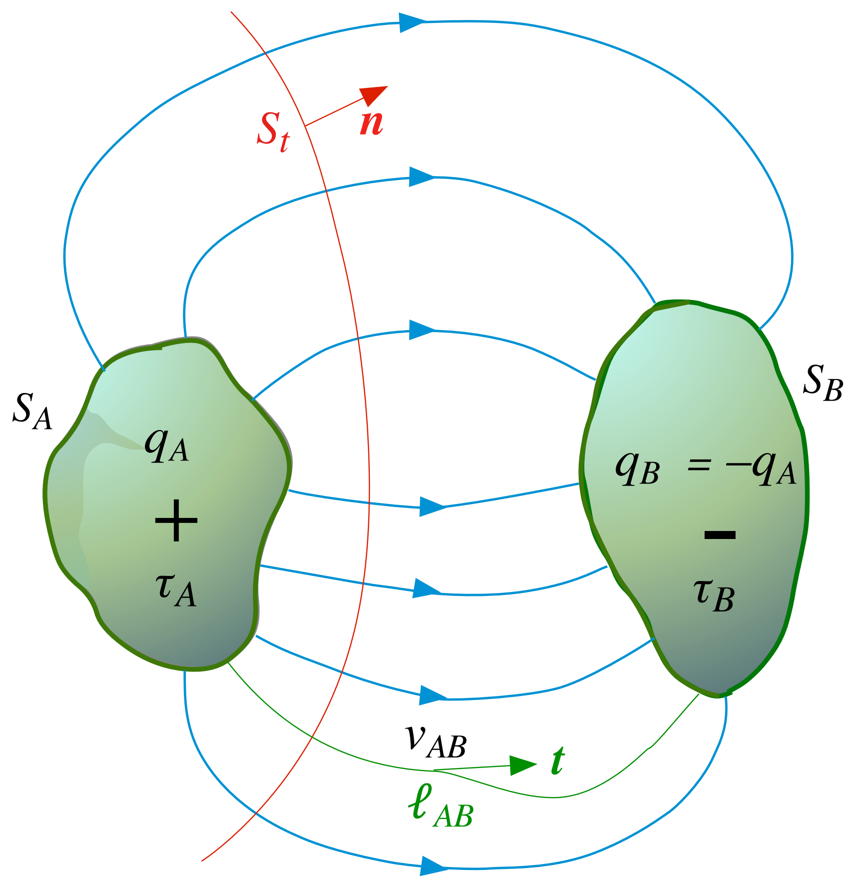
Condensatore

Tensione tra le armature (= superfici equipotenziali):

$$v_{AB} \triangleq \int_{\ell_{AB}} \boldsymbol{E}_c \cdot \boldsymbol{t} \, d\ell = \phi_A - \phi_B$$

Capacità – u.m. *farad* [F]:

$$C \triangleq \frac{q_A}{v_{AB}} = \frac{q_B}{v_{BA}} = \frac{q}{v}$$



Condensatore piano

Armature piane parallele con S grande rispetto a ℓ: $\ell \ll \sqrt{S}$
→ ***D*** rettilineo, ortogonale alle armature

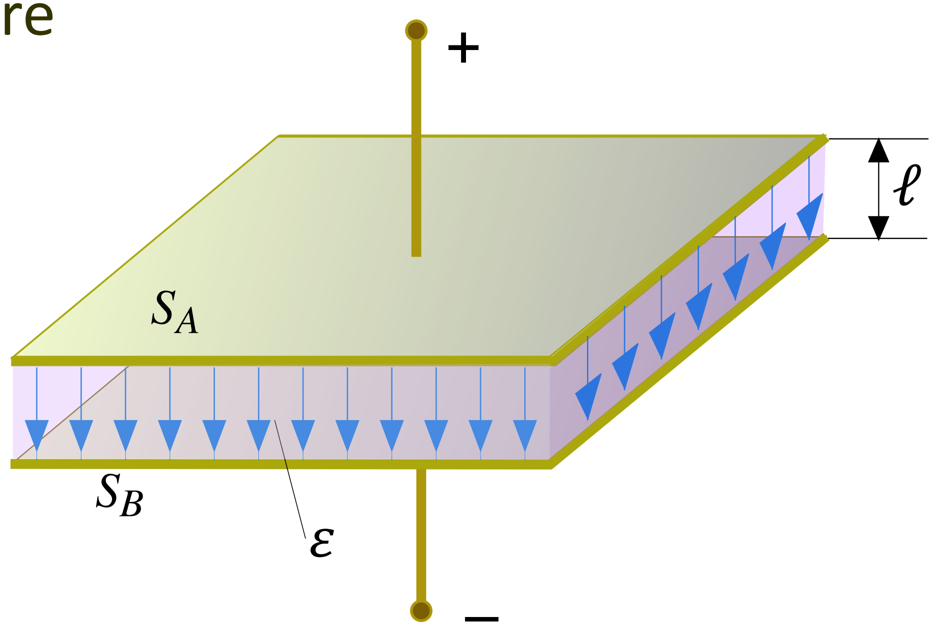
$\sigma_{cA} = q_A/S = -q_B/S = -\sigma_{cB}$

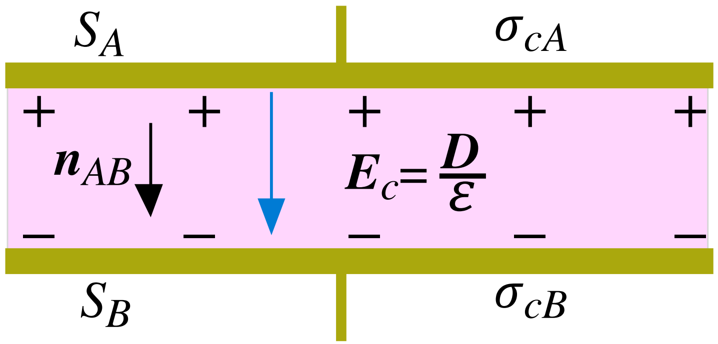
$\boldsymbol{D} = \sigma_{cA}\, \boldsymbol{n}_{AB} = q/S\, \boldsymbol{n}_{AB}$

$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}/\varepsilon = q/S\varepsilon\, \boldsymbol{n}_{AB}$

$v = E\,\ell = q\ell/S\varepsilon$

$$C = \frac{q}{v} = \frac{\varepsilon S}{\ell}$$

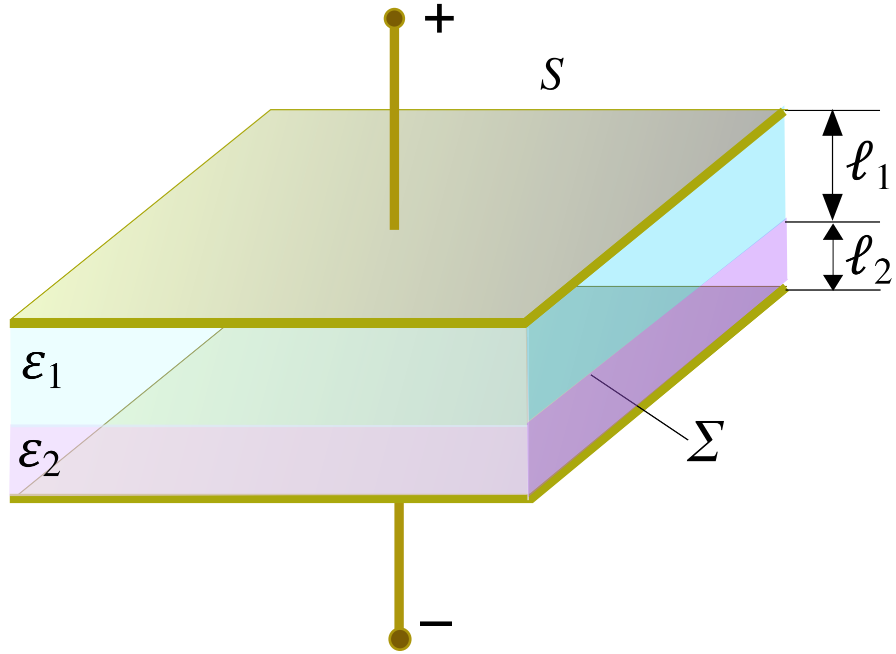




Condensatore piano a dielettrici sovrapposti

Armature piane parallele con *S* grande rispetto a ℓ: $\ell \ll \sqrt{S}$

→ ***D*** rettilineo, ortogonale alle armature e uniforme nei due dielettrici per avere portata uniforme



$$\boldsymbol{D} = \sigma_{cA}\,\boldsymbol{n}_{AB} = -\sigma_{cB}\,\boldsymbol{n}_{AB} = q/S\;\boldsymbol{n}_{AB}$$

$$\boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{D}/\varepsilon_1 = q/S\varepsilon_1\;\boldsymbol{n}_{AB}$$

$$\boldsymbol{E}_2 = \boldsymbol{D}/\varepsilon_2 = q/S\varepsilon_2\;\boldsymbol{n}_{AB}$$

$$v = E_1\ell_1 + E_2\ell_2 = q\ell_1/\varepsilon_1 S + q\ell_2/\varepsilon_2 S =$$

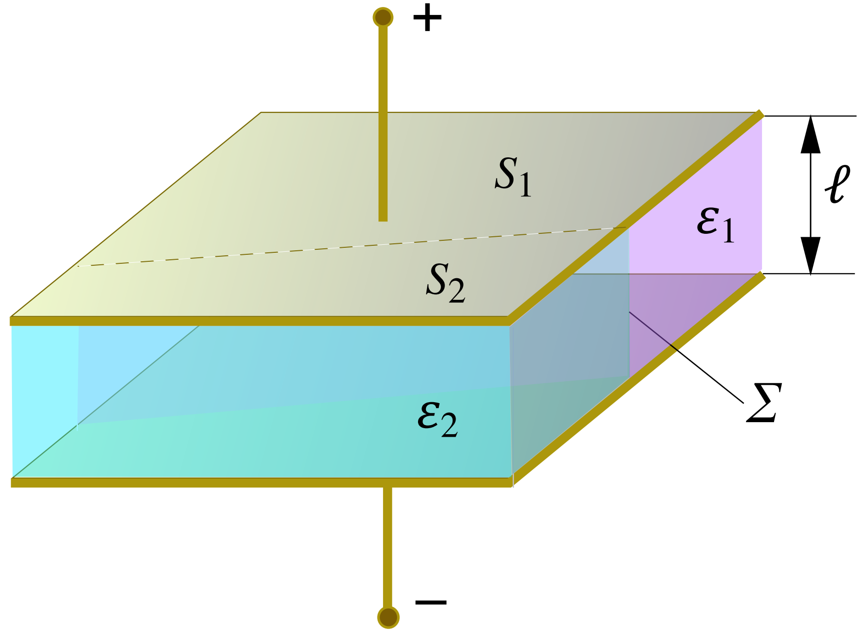
$$= q(\ell_1/\varepsilon_1 S + \ell_2/\varepsilon_2 S)$$

$$C = \frac{q}{v} = \frac{1}{\dfrac{\ell_1}{\varepsilon_1 S} + \dfrac{\ell_2}{\varepsilon_2 S}} = \frac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}}$$

Condensatore piano a dielettrici affiancati

Armature piane parallele con *S* grande rispetto a ℓ: $\ell \ll \sqrt{S}$

→ ***E*** rettilineo, ortogonale alle armature e uniforme nei due dielettrici, per avere tensione uniforme



$\boldsymbol{E} = v/\ell \; \boldsymbol{n}_{AB}$

$\boldsymbol{D}_1 = \varepsilon_1 \boldsymbol{E} = \varepsilon_1 v/\ell \; \boldsymbol{n}_{AB}$

$\boldsymbol{D}_2 = \varepsilon_2 \boldsymbol{E} = \varepsilon_2 v/\ell \; \boldsymbol{n}_{AB}$

$\sigma_{c1} = D_1 = \varepsilon_1 v/\ell$

$\sigma_{c2} = D_2 = \varepsilon_2 v/\ell$

$q = \sigma_{c1} S_1 + \sigma_{c2} S_2 = v\varepsilon_1 S_1/\ell + v\varepsilon_2 S_2/\ell =$

$= v\,(\varepsilon_1 S_1/\ell + \varepsilon_2 S_2/\ell\,)$

$$C = \frac{q}{v} = \frac{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}{\ell} = \frac{\varepsilon_1 S_1}{\ell} + \frac{\varepsilon_2 S_2}{\ell} = C_1 + C_2$$

Condensatore cilindrico (radiale)

S_A e S_B coassiali ed equipotenziali, con $v = \phi_A - \phi_B > 0$

→ ***E*** ed ***D*** radiali

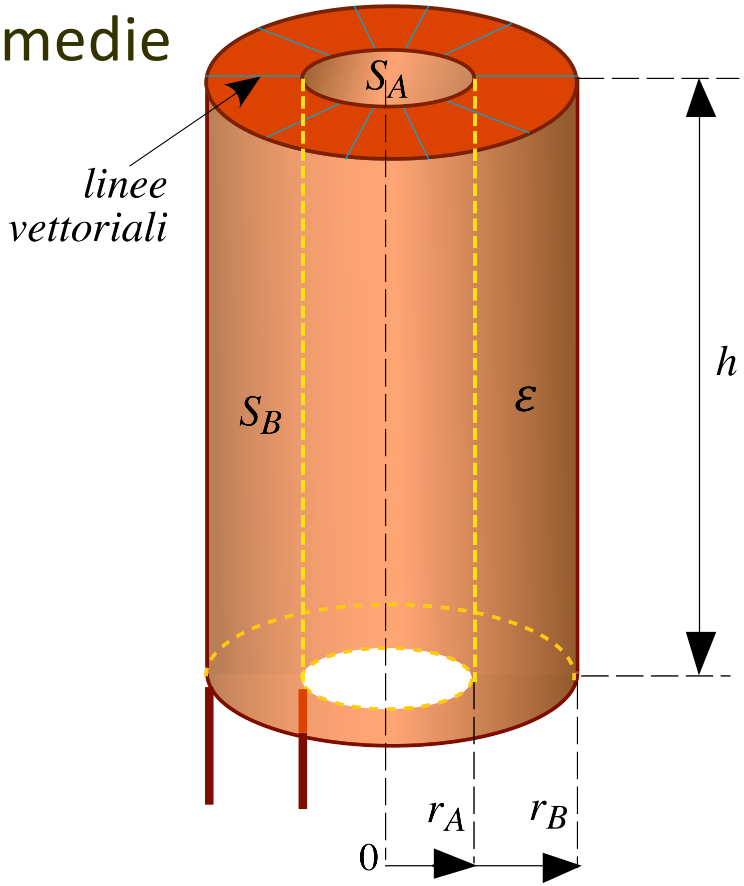
portata uniforme sulle superfici cilindriche intermedie

$D(r) = q/S = q/2\pi r h \qquad r_a \leq r \leq r_b$

$E(r) = D/\varepsilon = q/2\pi r \varepsilon h$

$$v = \int_{r_A}^{r_B} E\,dr = \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{2\pi\varepsilon h\, r} dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon h} \ln\frac{r_B}{r_A}$$

$$C = \frac{q}{v} = \frac{2\pi\varepsilon h}{\ln\frac{r_B}{r_A}}$$



Condensatore sferico (radiale)

S_A e S_B concentriche ed equipotenziali, con $v = \phi_A - \phi_B > 0$

→ ***E*** ed ***D*** radiali

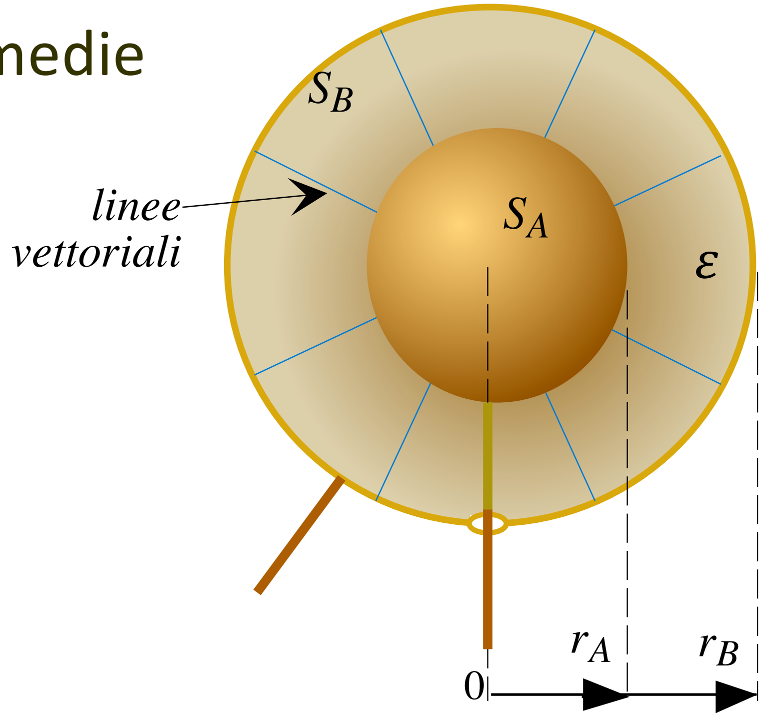
portata uniforme sulle superfici sferiche intermedie

$D(r) = q/S = q/4\pi r^2 \qquad r_a \leq r \leq r_b$

$E(r) = D/\varepsilon = q/4\pi\varepsilon r^2$

$$v = \int_{r_A}^{r_B} E\,dr = \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$C = \frac{q_A}{v_{AB}} = \frac{4\pi\varepsilon}{\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$



Sfera isolata

S_B molto lontana da S_A: $r_B \rightarrow \infty$

$$C = \lim_{r_B \to \infty} \frac{4\pi\varepsilon}{\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)} = 4\pi\varepsilon r_A = \frac{q_A}{\phi_A}$$

Es.: la Terra che ha $r_A \cong 6{,}4 \times 10^6$ m ha capacità $C \cong 0{,}72$ mF

Campo elettrico:

$$E(r) = \frac{v_{AB}}{r^2\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)} \quad \rightarrow \quad E(r) = \frac{\phi_A r_A}{r^2}$$

È massimo per $r = r_A$: $E_{max} = \phi_A / r_A$ e $D_{max} = \sigma_{c\text{-}max} = \varepsilon\phi_A / r_A$

→ crescono al diminuire di r_A = **effetto punte**

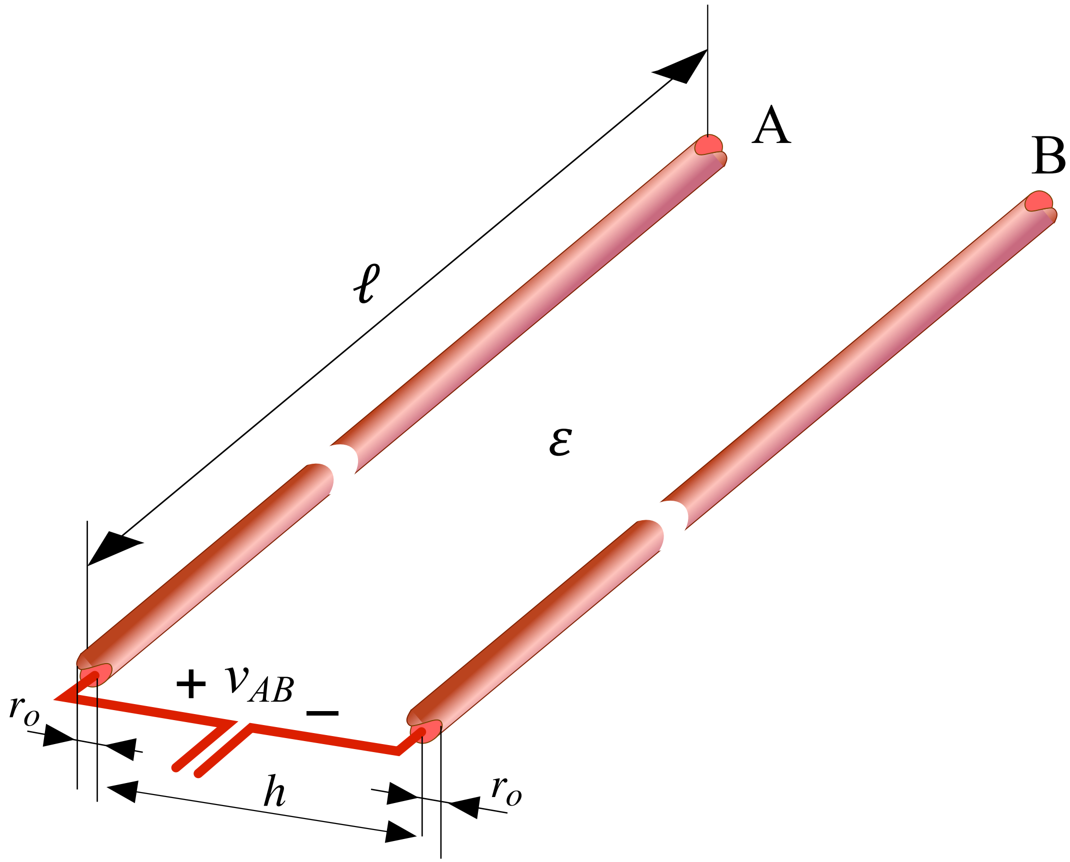
Linea bifilare

Ciascun conduttore produce un campo elettrico uguale a quello del condensatore cilindrico. integrando nel piano tra i due conduttori compreso tra r_o e $h – r_o$

$$v = \int_{r_o}^{h-r_o} E\,dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon\ell}\ln\frac{h-r_o}{r_o}$$

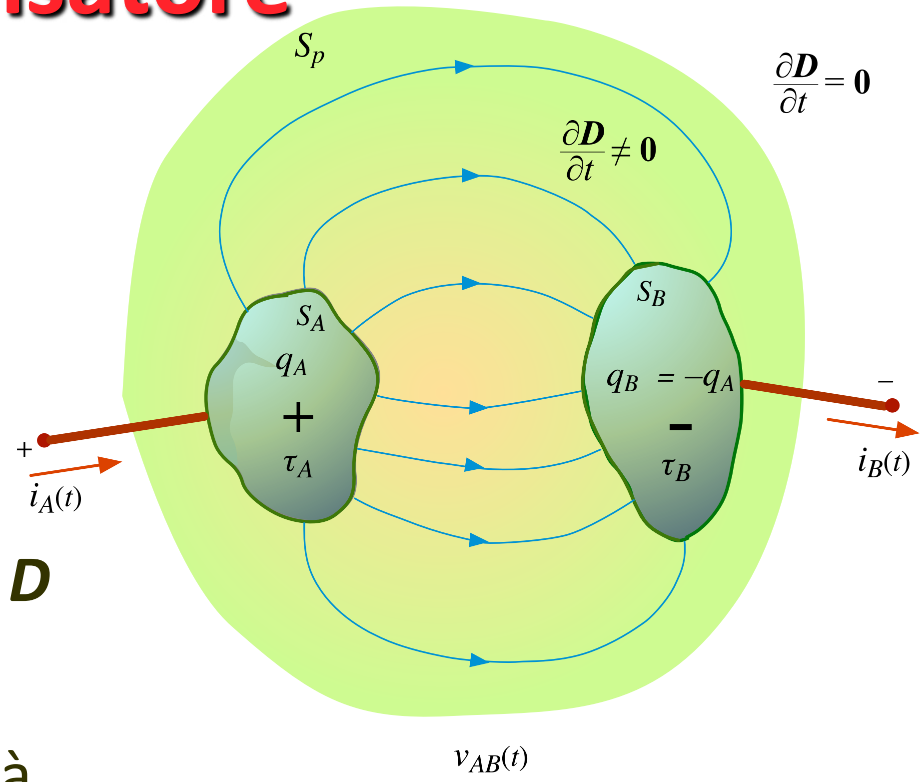
e sovrapponendo i due contributi si ottiene

$$C = \frac{\varepsilon\pi\ell}{\ln\frac{h-r_o}{r_o}}$$



Bipolo condensatore

Condensatore dotato di terminali
per variare contemporaneamente
le cariche elettriche nelle armature.



- superficie S_p racchiude il tubo di flusso di $\boldsymbol{D}$
- tensione ai terminali: $v(t)$ è conservativa
- corrente tra i terminali: legge di continuità
  $i_A(t) = dq_A/dt = -dq_B/dt = i_B(t) = i(t)$ appare solenoidale.

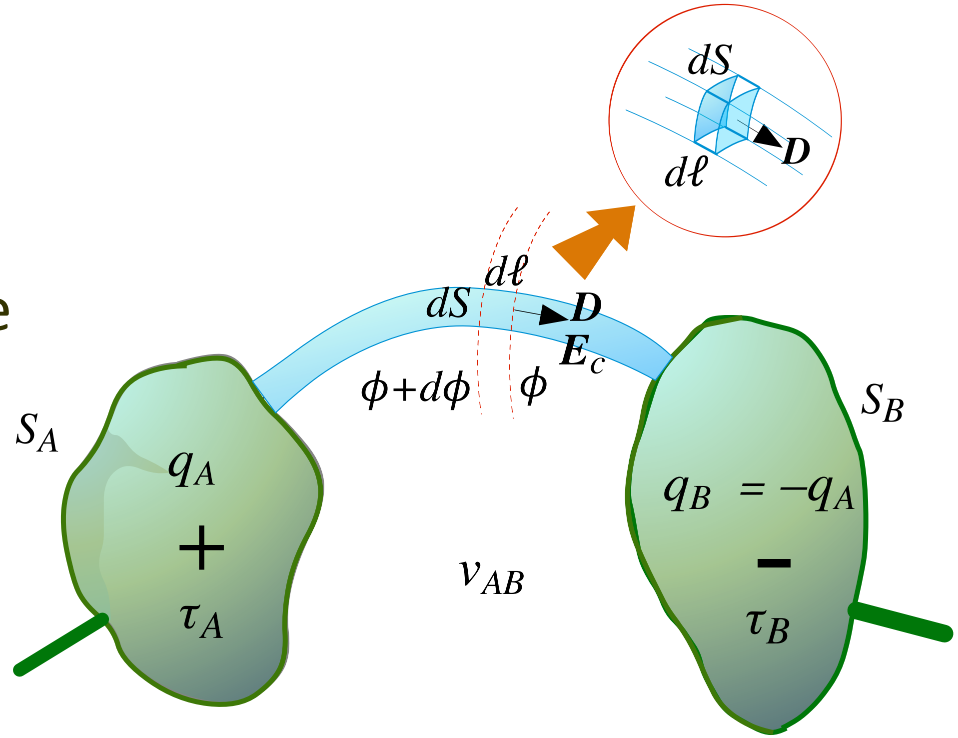
→ al di fuori di S_p valgono le ipotesi di bipolo, con equazioni:

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}, \qquad v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')\,dt'$$

Energia elettrostatica

Energia del condensatore

$$W_c = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$$



trattino di un tubo di flusso elementare di ***D***, con sezione *dS* e lunghezza *dℓ* = "condensatore infinitesimo" con capacità $C=\varepsilon\, dS/d\ell$ ed energia

$$dw_e = \frac{Cdv^2}{2} = \frac{\varepsilon dS}{2\,d\ell}(E_c d\ell)^2 = \frac{\varepsilon E_c^{\;2}}{2}\, dSd\ell$$

→ densità di energia elettrostatica $W_e(P) = \dfrac{dw_e}{d\tau} = \dfrac{\varepsilon E_c^{\;2}}{2} = \dfrac{D\,E_c}{2} = \dfrac{D^2}{2\varepsilon}$

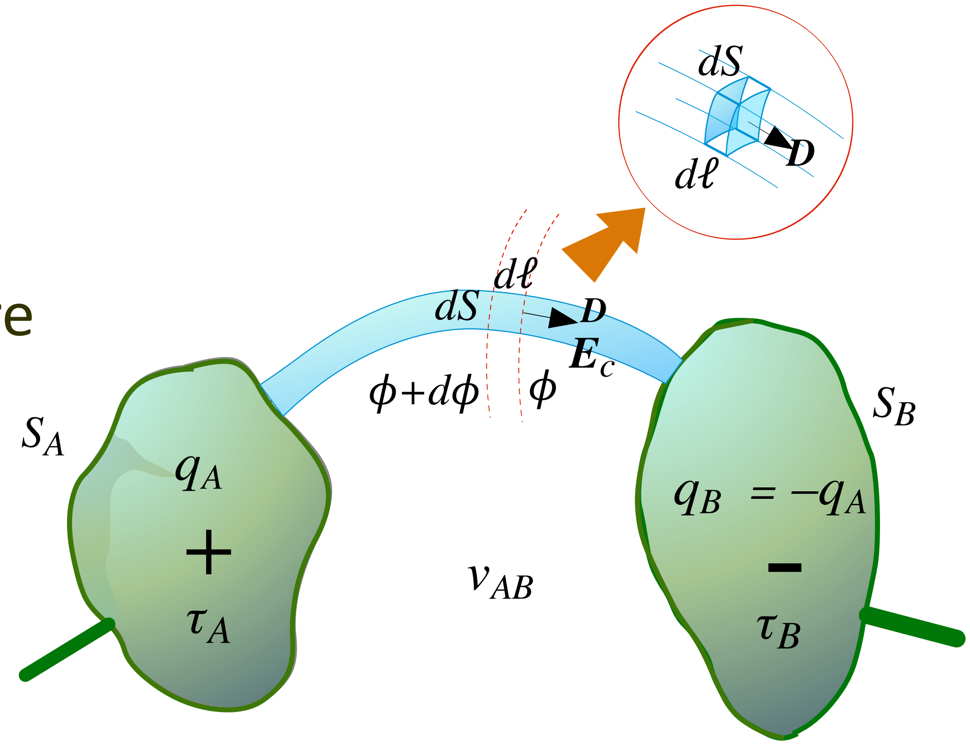
Energia elettrostatica

Energia del condensatore

$$W_e(P) = \frac{D\,E_c}{2\varepsilon}$$

Applicata alle superfici delle armature ove $D = \sigma_c$

$$W_\sigma(P) = \frac{\sigma_c E_c}{2}$$



Può essere generalizzata come:

$$W_\rho(P) = \frac{1}{2}\rho_c \phi$$

che localizza la densità di energia nelle cariche elettriche (cause del campo dielettrico) invece che in questo, come fanno le precedenti

Perdite nei dielettrici

Comportamento stazionario:
Nei materiali dielettrici oltre a $\boldsymbol{D} = \varepsilon\, \boldsymbol{E}$ esiste anche $\boldsymbol{J} = \gamma\, \boldsymbol{E}$ con γ piccola ma non nulla → avvengono fenomeni dissipativi (minimi ma non nulli), come la scarica lenta di un condensatore a morsetti aperti

Comportamento in alta frequenza:
Alcuni materiali in alta frequenza diventano isteretici (isteresi dielettrica), per cui ad ogni ciclo dissipano energia = perdite dielettriche:
- Processi termici industriali (1–100 MHz): termosaldature, sigillature
- Cottura a microonde (1–2,5 GHz): cibi acquosi e grassi,..

Rigidità dielettrica

La rigidità dielettrica E_r è il valore limite dell'intensità del campo elettrico, caratteristico di ogni mezzo dielettrico, oltre il quale il mezzo diventa bruscamente conduttore, ovvero oltre il quale la resistività crolla bruscamente a valori molto bassi e si sviluppa una corrente elevata a fronte ripido, ossia una scarica elettrica.

E_r è espressa in [kV/cm] (per l'aria è tipicamente = 30 kV/cm)

Terminata la scarica:

- I **mezzi dielettrici solidi** in genere perdono definitivamente le caratteristiche isolanti (distruzione del dielettrico)
- i **mezzi dielettrici fluidi** (liquidi o gassosi) in genere ripristinano il comportamento isolante

Corrente di spostamento e corrente totale

Combinando la legge di continuità e la legge di Gauss locali:

$$div\,\boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho_c}{\partial t} \quad + \quad div\,\boldsymbol{D} = \rho_c \quad \rightarrow \quad div\,\boldsymbol{J} + \frac{\partial}{\partial t} div\,\boldsymbol{D} = 0$$

$$\boldsymbol{J}_t \triangleq \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \quad \rightarrow \quad div\,\boldsymbol{J}_t = div\left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right) = 0$$

- $\partial \boldsymbol{D}/\partial t$ è la **densità di corrente di spostamento** e il suo integrale di superficie è la **corrente di spostamento**
- $\boldsymbol{J}_t$ è la **densità di corrente totale** e il suo integrale di superficie è la **corrente totale.** $\boldsymbol{J}_t$ è sempre solenoidale = non ha pozzi ne sorgenti, perché nei punti dove $\boldsymbol{J}$ ha pozzi ha $\partial \boldsymbol{D}/\partial t$ ha sorgenti e viceversa. In particolare $\partial \boldsymbol{D}/\partial t$ prolunga $\boldsymbol{J}$ fuori dai mezzi conduttori, dentro nei mezzi dielettrici.

Corrente di spostamento e corrente totale

In un'armatura di condensatore:

- sulla **faccia interna** di S_A $\boldsymbol{J}$ muore accrescendo σ_{cA}, ovvero producendo $\partial\sigma_{cA}/\partial t\ \boldsymbol{n}_{AB} = \boldsymbol{J}$
- sulla **faccia esterna** è presente $\boldsymbol{D} = \sigma_{cA}\ \boldsymbol{n}_{AB}$ e quindi anche $\partial\boldsymbol{D}/\partial t = \partial\sigma_{cA}/\partial t\ \boldsymbol{n}_{AB}$

→ $\boldsymbol{J}$ (interno) e $\partial\boldsymbol{D}/\partial t$ (esterno) sono uguali

→ $\partial\boldsymbol{D}/\partial t$ prolunga nel dielettrico $\boldsymbol{J}$ del conduttore: ove $\boldsymbol{J}$ ha un pozzo $\partial\boldsymbol{D}/\partial t$ ha una sorgente e viceversa