

## Problema 1 - Gravitazione e moti relativi

Una cometa con orbita ellittica ha minima distanza dal Sole, perielio,  $r_p^c = 10^{11}$  m e distanza massima dal Sole, afelio,  $r_a^c = 10^{13}$  m e ivi la sua velocità in modulo é  $v_a^c = 513 \text{ m s}^{-1}$ . Il perielio della Terra dista dal Sole  $r_p^T = 147.1 \cdot 10^9$  m mentre l'afelio é a  $r_a^T = 152.1 \cdot 10^9$  m. Trascurando l'influenza dei pianeti e la massa della cometa rispetto a quella del Sole, assumendo per la massa del Sole  $M = 2.0 \cdot 10^{30}$  Kg e per la costante di gravitazione universale  $\mathcal{G} = 6.7 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> Kg<sup>-2</sup>, si determinino

- 1) il periodo  $T^c$  della cometa in anni,
- 2) il modulo della sua velocità al perielio,  $v_p^c$ ,
- 3) l'eccentricità  $e$  della sua orbita (alla seconda cifra decimale).

### SOLUZIONE

1) Utilizziamo la terza legge di Keplero. Ricaviamo il semiasse maggiore dell'ellisse della cometa  $a^c = (r_p^c + r_a^c)/2 = 5.05 \cdot 10^{12}$  m e quello della Terra  $a^T = (r_p^T + r_a^T)/2$ . Per la terza legge di Keplero  $T^c = (a^c/a^T)^{3/2} = 196$  anni.

2) Dalla conservazione del momento angolare, essendo velocità e raggio vettore perpendicolari all'afelio e al perielio otteniamo:  $r_a^c v_a^c = r_p^c v_p^c$  da cui  $v_p^c = 5.13 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ .

2) Dalla formula (con  $m$  la massa della cometa, con  $L$  il suo momento angolare e  $E$  la sua energia meccanica, assumendo la massa ridotta uguale a  $m$ ),  $e = (1 + 2mL^2E/(\mathcal{G}Mm^2)^2)^{1/2} = (1 + 2(r_a^c)^2(v_a^c)^2((v_a^c)^2/2 - \mathcal{G}M/r_a^c)/(\mathcal{G}M)^2)^{1/2} = 0.98$ .