

Problema 2 - Gravitazione e moti relativi

Un pianeta di massa $m = 1.9 \cdot 10^{27}$ Kg orbita attorno ad una stella di massa $M = 2.0 \cdot 10^{30}$ Kg in un'orbita circolare di periodo $T = 3.7 \cdot 10^9$ s e raggio r . La regione sferica attorno alla stella di raggio r é occupata da una nube uniforme di polvere di densitá $\rho = 1.4 \cdot 10^{-9}$ Kg m⁻³. Si assuma per la costante di gravitazione universale $\mathcal{G} = 6.7 \cdot 10^{-11}$ N m² Kg⁻².

1) Scrivendo la componente radiale della forza gravitazionale sul pianeta dovuta alla polvere nella forma $F_p = \alpha r^n$ e misurando r in m e F_p in N, si determinino α e n .

2) Si determini di quanto differisce la massa del pianeta m dalla sua massa ridotta μ .

3) Trascurando la massa del pianeta rispetto alla massa della stella e della nube si determini il valore di r .

SOLUZIONE

1) La massa totale della nube di polvere é $4\pi r^3 \rho / 3$, quindi $F_p = -\mathcal{G} 4\pi r^3 \rho m / (3r^2) = -\mathcal{G} 4\pi r \rho m / 3$, $\alpha = -7.5 \cdot 10^8$, $n = 1$.

2) La massa della nube é $M_n = 4\pi r^3 \rho m / 3 = 2.3 \cdot 10^{29}$, la massa ridotta $\mu = (M + M_n)m / (M + M_n + m) = 1.898 \cdot 10^{27}$ Kg, quindi $m - \mu = 2 \cdot 10^{24}$ Kg

3) Dalla legge di Newton per orbite circolari $m(2\pi/T)^2 r = \mathcal{G} m M / r^2 + \mathcal{G} 4\pi r \rho m / 3$ da cui $r = (\mathcal{G} M / ((2\pi/T)^2 + \mathcal{G} 4\pi r \rho m / 3))^{1/3} = 3.4 \cdot 10^{12}$ m.