Problema 3 - Gravitazione e moti relativi

Un treno di massa $m = 3 \cdot 10^4$ Kg viaggia lungo un parallelo terrestre che ha un angolo $\theta = 60°$ rispetto all'equatore. Assumendo come modulo della velocitá angolare della Terra, con verso antiorario, $\omega = 7 \cdot 10^{-5}$ rad s^{-1} e per il raggio della Terra $R = 6.4 \cdot 10^6$ m, si calcolino

1) il modulo della accelerazione centrifuga a_t esercitata sul treno

2) il contributo dovuto alla rotazione della Terra al peso effettivo del treno, ΔF_p,

3) il contributo dovuto alla rotazione della Terra alla reazione vincolare esercitata lateralmente dai binari N, se il treno viaggia lungo il parallelo da est a ovest con velocitá $v = 200$ Km/h.

SOLUZIONE

1) L'accelerazione centrifuga ha modulo $a_t = \omega^2 R \cos\theta = 1.57 \cdot 10^{-2}$ m s^{-2}.

1) L'accelerazione centrifuga é diretta perpendicolarmente all'asse di rotazione della Terra verso l'esterno, quindi $\Delta F_p = -m\omega^2 R \cos^2\theta = -235$ N.

2) Scegliamo un sistema di assi solidale alla Terra con asse z perpendicolare alla superficie terrestre e asse x verso nord, centrato sul treno, cosicché $\vec{v} = v\vec{u}_y$. Allora la velocitá angolare é data da $\vec{\omega} = \omega(\cos\theta\vec{u}_x + \sin\theta\vec{u}_z)$. La reazione vincolare é lungo x e deve essere uguale ed opposta alla forza apparente esercitata, $\vec{F}_{app}$, che é dovuta alla accelerazione di trascinamento e all'accelerazione di Coriolis. L'accelerazione di trascinamento é data da $\vec{a}_t = \omega^2 R \cos\theta(\sin\theta\vec{u}_x + -\cos\theta\vec{u}_z)$. L'accelerazione di Coriolis $\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \times \vec{v} = 2\omega v(-\sin\theta\vec{u}_x + \cos\theta\vec{u}_z)$. Quindi, essendo $\vec{F}_{app} = -m(\vec{a}_t + \vec{a}_C)$, $N = m(a_t + a_C)_x = m(\omega^2 R \cos\theta \sin\theta - 2\omega v \sin\theta) = 205$ N.