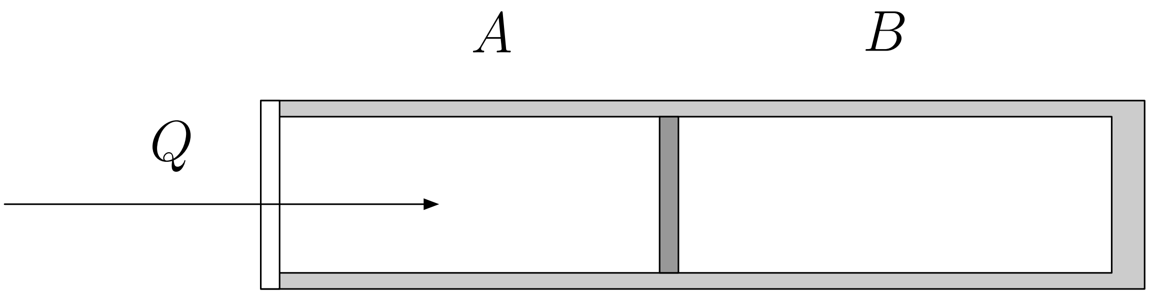
Pool Termodinamica 10 settembre 2021

1 Recipiente cilindrico con pistone mobile isolante

Un recipiente cilindrico a pareti isolanti ha area di base $A = 10\,\mathrm{dm}^2$ e di altezza $h = 20\,\mathrm{cm}$ ed è disposto orizzontalmente. Il cilindro è diviso a metà da un pistone mobile adiabatico. Le due metà contengono lo stesso numero di moli $n = 0.2$ di ossigeno alla temperatura $T_i = 27^\circ$ C entrambe. Una delle basi del cilindro è conduttrice ed attraverso questa viene



fornito al gas in A il calore $Q = 1000\,\mathrm{cal}$. Si vede che alla fine del processo il pistone si è mosso verso destra di $d = 5\,\mathrm{cm}$. Il caolore specifico a volume costante del gas vale $C_v = 5.0\,\mathrm{cal/mole}$. Si calcolino, sapendo che l'equivalente meccanico della caloria vale $4.186\,\mathrm{cal/J}$:

1- la temperatura finale del gas in A;
2- la temperatura finale del gas in B;
3- la variazione di entropia del gas in B.

Soluzione Il processo non è reversibile. Alla fine del processo il pistone è fermo il che significa che la pressione del gas nelle due metà è la stessa. Siano T_f^A e T_f^B le temperature finali delle due metà. Dal primo principio $Q = \Delta U + W$ e dal fatto che il lavoro W svolto dal gas che si espande in A è uguale e contrario a quello svolto dal gas che viene compresso in B

$$
\begin{aligned}
0 &= nC_v\left(T_f^B - T_i\right) - W \\
Q &= nC_v\left(T_f^A - T_i\right) + W
\end{aligned}
$$

da cui

$$T_f^B + T_f^A = 2T_i + \frac{Q}{nC_v} = 1660.3\,\mathrm{K}$$

L'altezza di A diviene $h_A = 15\,\mathrm{cm}$ e quella di B si riduce a $h_B = 5\,\mathrm{cm}$.

Detti V_i il volume iniziale di ciascuna metà del recipiente, V^A e V^B i volumi finali delle due parti, si ha

$$V_A = V_i + \Delta V \qquad V_B = V_i - \Delta V \qquad \frac{V^B}{V^A} = \frac{1}{2}$$

e dall'equazione di stato dei gas perfetti

$$\frac{T_f^B}{T_f^A} = \frac{V^B}{V_A} = \frac{1}{3}$$

da cui si trova

$$T_f^A = 1200.23\,\mathrm{K} \qquad T_f^B = 400.08\,\mathrm{K}$$

Per il calcolo dell'entropia del gas in B basta trovare un processo reversibile che connetta lo stato iniziale con quello finale.

$$\Delta S_A = nC_v \ln\left[\frac{T_f^B}{T_i}\left(\frac{1}{2}\right)^{(\gamma-1)}\right] \approx 5.04 \times 10^{-2}\,\mathrm{J/K}$$

Il calore specifico espresso in J vale $C_v = 5 \times 4.186 = 20.93\,\mathrm{J/mol\ K}$.

2 Ciclo reversibile

Un gas perfetto con $\gamma = 1.5$ esegue un ciclo di Carnot $ABCD$ fra le temperature $T_2 = 240°$ C e $T_1 = 50°$ C. Nell'isoterma di alta temperatura fra i punti C e D il gas viene espanso da $P_C = 10^6\,\mathrm{Pa}$ e $V_C = 1\,\mathrm{lt}$ fino a $P_D = 400\,\mathrm{kPa}$ e $V_D = 2.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$. Si calcolino:

1- il valore del rendimento η del ciclo;

2- il numero n di moli di gas;

3- il valore della pressione P_A nel punto iniziale del ciclo sull'isoterma di bassa temperatura;

4- il valore del volume V_A in lt ;

5- il valore della pressione P_B alla fine della compressione isoterma;

6- il valore del volume V_B in lt;

7- il valore del calore scambiato con la sorgente di alta temperatura;

8- il valore del calore scambiato con la sorgente di bassa temperatura;

9 - il valore del lavoro netto compiuto dal gas,

Soluzione Il ciclo è reversibile:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.37$$

$$n = \frac{P_C V_C}{R T_2} = 0.2344$$

DA è un'adiabatica reversibile

$$V_A = V_D \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(\gamma-1)} = 6.3\,\mathrm{lt}$$

$$P_A = \frac{nRT_1}{V_A} = 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$V_B = V_C \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(\gamma-1)} = 2.52\,\mathrm{lt}$$

$$P_B = \frac{nRT_1}{V_B} = 2.5 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$|Q_{CD}| = |nRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}| = 916\,\mathrm{J}$$

$$|Q_{AB}| = |nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}| = 577\,\mathrm{J}$$

$$W = \eta Q_{CD} = 339.3\,\mathrm{J}$$

3 Due macchine termiche

Soluzione

4 Macchina frigorifera

Soluzione

5 Ciclo incognito

Soluzione