

# Applicazioni Lineari

## Riferimenti

TEORIA: Cantarini pp. 75–88, 146–156; Bottacin c. 2.1, 2.2

ESERCIZI: Novelli pp. 143–192; Bottacin c. 2.1, 2.2, 2.3

## Quesiti *must-know*

### TEORICI

1. Si dia la definizione di applicazione lineare (o omomorfismo o funzione lineare).
2. Che si sa dell'immagine o della preimmagine di un sottospazio vettoriale mediante un'applicazione lineare?
3. Cos'è un isomorfismo? E un endomorfismo?
4. Si definisca il nucleo di una applicazione lineare.
5. Si dia la definizione di immagine di una applicazione lineare.
6. Cosa si intende per *rango* e per *nullità* di una applicazione lineare?
7. Si enunci e si dimostri il Teorema delle Dimensioni (nullità + rango).
8. Che legame c'è tra l'iniettività di una applicazione lineare  $f$  e il nucleo di  $f$ ?
9. Che legame c'è tra la suriettività di una applicazione lineare  $f$  e l'immagine di  $f$ ?
10. Se  $f: V \rightarrow W$  è iniettiva cosa posso dire dell'immagine di un insieme libero di vettori?
11. Come si associa una matrice ad una applicazione lineare tra spazi vettoriali finitamente generati?
12. Come si definisce la struttura di spazio vettoriale su  $\text{Hom}_{\mathbb{K}}(V, W)$  con  $V$  e  $W$  fissati spazi vettoriali su  $\mathbb{K}$ ?
13. Che legame c'è tra il rango di una applicazione lineare e il rango della matrice associata?
14. Qual è la relazione tra la matrice della composizione di due omomorfismi e il prodotto tra matrici?
15. Cosa si intende per matrice di cambio di base?
16. Come cambia la matrice di un omomorfismo se si cambiano le basi di dominio e codominio?

### PRATICI

17. Saper calcolare basi del nucleo e dell'immagine di una applicazione lineare.
18. Calcolare rango e nullità di una applicazione lineare data.
19. Saper determinare la matrice associata ad una applicazione lineare con fissate basi nel dominio e codominio.
20. Date due basi di uno spazio vettoriale finitamente generato (ad es.  $\mathbb{R}^4$ ,  $\mathbb{C}[x]_{\leq 3}$ ,  $M_{2,2}(\mathbb{R})$ ), saper scrivere la matrice del cambio di base.
21. Saper calcolare il prodotto di due matrici e il prodotto matrice-vettore nei casi in cui siano definiti.

## Ulteriori quesiti per l'autovalutazione

### TEORICI

22. Se  $f: V \rightarrow W$  è lineare e  $v_1, \dots, v_n$  sono linearmente indipendenti, cosa posso dire di  $f(v_1), \dots, f(v_n)$ ?
23. Se  $f: V \rightarrow W$  è lineare e  $v_1, \dots, v_n$  sono generatori di  $V$ , cosa posso dire di  $f(v_1), \dots, f(v_n)$ ?
24. Se  $f: V \rightarrow W$  è lineare  $\{v_1, \dots, v_n\}$  è una base, cosa posso dire di  $\{f(v_1), \dots, f(v_n)\}$ ?
25. Che legame c'è tra dimensioni di dominio e codominio ed iniettività e suriettività di un'applicazione lineare?

### PRATICI

26. Calcolare le coordinate di un vettore rispetto ad una base data  $\mathcal{B}$  note le sue coordinate rispetto a un'altra base data  $\mathcal{B}'$ .
27. Calcolare come cambia la matrice di un'applicazione lineare  $f$  rispetto a cambiamenti di base nel dominio e codominio.