

# Matrici, Sistemi Lineari, Determinante

## Riferimenti

TEORIA: Cantarini pp. 97–160; Bottacin capp. 2.3, 3.1, 3.2

ESERCIZI: Novelli pp. 65–142; Bottacin capp. 2.4, 2.5, 3.1, 3.2

## Quesiti *must-know*

### TEORICI

1. Sotto quali ipotesi si possono moltiplicare due matrici?
2. Come si definisce il rango di una matrice in termini dell'applicazione lineare associata? A cosa è equivalente?
3. Quali sono le operazioni elementari sulle righe di una matrice?
4. Quando una matrice si dice in forma a scala?
5. Cosa si intende per pivot?
6. In cosa consiste il processo di riduzione di Gauss (anche detto Algoritmo di Gauss)?
7. Cosa significa che una matrice è quadrata, diagonale, triangolare superiore, triangolare inferiore, scalare?
8. Cosa significa che una matrice è invertibile? Quali sono le condizioni equivalenti per l'invertibilità?
9. Descrivere la matrice nulla e la matrice identica.
10. Cosa si intende per sistema lineare?
11. Cosa si intende per coefficienti e termini noti di un sistema lineare?
12. Quando un sistema lineare si dice omogeneo?
13. Come si costruiscono la matrice incompleta e la matrice completa associate ad un sistema lineare?
14. Quando due sistemi lineari si dicono equivalenti?
15. Qual è lo scopo dell'algoritmo di Gauss applicato ai sistemi lineari?
16. Enunciare e dimostrare il Teorema di Rouché-Capelli.
17. Come deve essere il determinante di una matrice invertibile?
18. È vero che il determinante di una matrice  $A$  coincide con il determinante della sua trasposta?
19. È vero che se una matrice quadrata ha una colonna nulla allora il suo determinante è 0?
20. È vero che se una matrice quadrata ha righe o colonne linearmente dipendenti allora il suo determinante è 0?
21. Come varia il determinante di una matrice quadrata con le operazioni elementari sulle righe o sulle colonne?
22. Che legame c'è tra il determinante di una matrice invertibile e quello della sua inversa?
23. Enunciare la formula di Binet sul determinante di un prodotto di matrici.

### PRATICI

24. Riconoscere il rango di semplici matrici (matrice nulla, matrice identica, matrice a scala, matrice con varie righe nulle).
25. Riconoscere se una  $n$ -upla sia soluzione di un sistema lineare dato.
26. Calcolare il rango di una matrice data usando l'algoritmo di Gauss.

27. Risolvere sistemi lineari omogenei e non omogenei tramite l'algoritmo di Gauss.
28. Calcolare l'inversa di una matrice invertibile usando l'algoritmo di Gauss.
29. Calcolare il determinante di una matrice con lo sviluppo di Laplace rispetto ad una riga fissata o rispetto ad una colonna fissata.
30. Calcolare il determinante di una matrice usando operazioni elementari.

## Ulteriori quesiti per l'autovalutazione

### TEORICI

31. Si dimostri che le operazioni elementari sulle equazioni del sistema lineare non ne alterano le soluzioni.
32. Si dimostri che le operazioni elementari sulle righe di una matrice non ne alterano il rango.
33. Si dimostri che il prodotto di matrici invertibili è invertibile.

### PRATICI

34. Trovare le equazioni di un sottospazio dati i suoi generatori.
35. Discutere l'esistenza di soluzioni di sistemi con parametro.
36. Studiare la dipendenza lineare di vettori usando l'algoritmo di Gauss
37. Estrarre basi da sistemi di generatori usando l'algoritmo di Gauss.
38. Calcolare equazioni di sottospazi usando l'algoritmo di Gauss.