AUTOVALUTAZIONE 15 Marzo 2021

ESERCIZIO 1 – Con riferimento al Problema 9.2 del Modulo 9, trovare i valori w_{c1} e w_{c2} della densità volumica di energia nei condensatori C_1 e C_2 quando la tensione applicata al condensatori C è pari a V=200 V e quando la tensione applicata è di V = – 200 V (negativa).

Calcolare nei due casi anche la densità volumica media di energia per l'intero condensatore.

Avendo già calcolato le energie accumulate in ciascun condensatore e potendo calcolare facilmente i volumi, il modo più immediato per calcolare la densità di energia è farne il rapporto:

$w_{c1} = W_{c1}/Vol_1 = 1.273\ 10^{-6}/(0.2*0.24*0.007)= 3.79\ 10^{-3}$ J/m^3

$w_{c2} = W_{c2}/Vol_2 = 0.485\ 10^{-6}/(0.2*0.24*0.004)= 2.53\ 10^{-3}$ J/m^3

$w_c = W_c/Vol = 1.758\ 10^{-6}/(0.2*0.24*0.011)= 3.33\ 10^{-3}$ J/m^3

Per i condensatori C_1 e C_2 l'energia è uniformemente distribuita nel loro volume, così come è il campo elettrico e la densità si può calcolare anche con

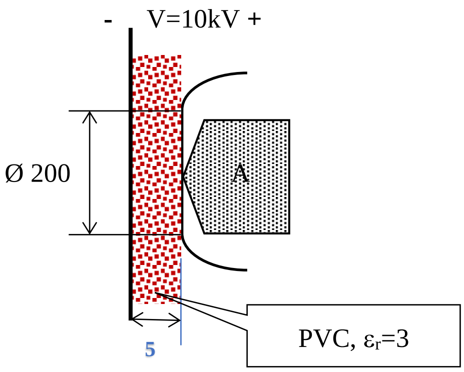
$w_{c1} =(1/2)\ \varepsilon_o\varepsilon_{r1}K_1^2$

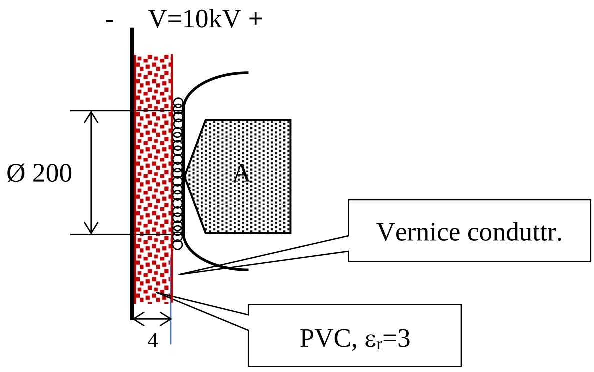
$w_{c2} =(1/2)\ \varepsilon_o\varepsilon_{r2}K_2^2$

Nulla cambia con V=-200 V rispetto a V=+200 V visto che le energie dipendono dal quadrato delle tensioni o dei campi elettrici.

ESERCIZIO 2 – Con riferimento al Problema 9.4 del Modulo 9, proporre una soluzione migliorativa a quella studiata nella 1^ Parte del Problema (che usa distanza con 5 mm d'aria), escludendo quella (ingegneristicamente più ovvia e sensata!) di allontanare la/allontanarsi dalla parete.

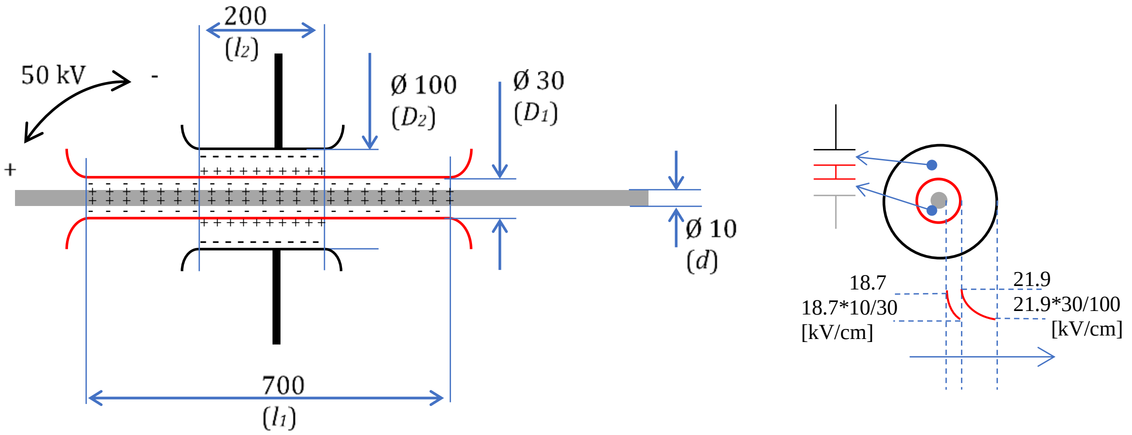
Riconoscendo che il problema è lo strato d'aria rimanente, una soluzione è quella di riempire totalmente lo spessore con PVC (vedi figura sotto a sinistra). Il campo elettrico in esso sarebbe K=V/d= 20 kV/cm ampiamente sostenibile.





NB - Dal punto di vista pratico questa soluzione potrebbe essere di non facile esecuzione o non risolutiva. Di non facile esecuzione perché potrebbe essere difficoltoso inserire lo spessore completo di PVC senza avere un minimo margine d'aria che consenta lo scorrimento.
Non risolutiva perché la non perfetta planarità (o parallelismo) delle superfici potrebbe lasciare delle bolle d'aria (sottili strati localizzati), ove potrebbero manifestarsi ancora scariche parziali. È una situazione che si verifica nelle macchine elettriche in Media Tensione (per esempio i generatori elettrici delle centrali elettriche) ove il rame degli avvolgimenti (corrispondente alla parte A) è inserito nelle cave del ferro di statore (corrispondente alla parete) ovviamente con interposto l'isolamento.
Per evitare il formarsi di bolle d'aria le superfici della lastra isolante possono essere verniciate con una vernice conduttrice (contenente per esempio polvere di grafite) cosicché le pareti delle bolle d'aria sono senz'altro equipotenziali (elettricamente collegate fra di loro per contatto reciproco). L'eventuale spessore di 1 mm di aria, intenzionalmente lasciato, può essere riempito con paglietta metallica conduttrice (vedi figura sopra a destra).

ESERCIZIO 3 – Con riferimento al Problema 9.5 del Modulo 9, esaminare la modifica illustrata nella figura seguente, dal punto di vista della tenuta alla scarica quando fra la barra e la parete è applicata una tensione di 50 kV.



Alla configurazione originale (in nero) costituita dalla barra cilindrica dal diametro d=10 mm e dall'armatura cilindrica connessa alla parete dal diametro D_2=100 mm e dalla lunghezza l_2= 200 mm, viene aggiunta una seconda armatura (in rosso) dal diametro D_1=30 mm e dalla lunghezza l_1= 700 mm, <u>sospesa fra le prime due</u> (NON è collegata né alla barra ne all'armatura esterna). Si trascuri lo spessore dell'armatura intermedia e i contributi sulle capacità dovute ai bordi ripiegati (cioè si considerino per le armature, ove serve, le lunghezze l_1 e l_2).

Si tratta di due condensatori cilindrici in serie, quello esterno C_e di lunghezza 200mm e diametri 100 e 30 mm, quello interno C_i della lunghezza di 700 mm e diametri 30 e 10 mm.

$$C_e = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_r \, 2\pi l}{ln\frac{D}{d}} = \frac{\varepsilon_o \cdot 1 \cdot 2\pi \cdot 0.2}{ln\frac{100}{30}} = 9.25 \; 10^{-12} \; F$$

$$C_i = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_r \, 2\pi l}{ln\frac{D}{d}} = \frac{\varepsilon_o \cdot 1 \cdot 2\pi \cdot 0.7}{ln\frac{30}{10}} = 35.4 \; 10^{-12} \; F$$

La capacità equivalente è allora

$$C = \frac{C_e C_i}{C_e + C_i} = \frac{9.25 \cdot 10^{-12} \cdot 35.4 \cdot 10^{-12}}{9.25 \cdot 10^{-12} + 35.4 \cdot 10^{-12}} = 7.33 \cdot 10^{-12} \quad F$$

e la carica sulle armature

$$Q = CV = 7.33 \; 10^{-12} \cdot 50 \cdot 10^3 = 0.366 \cdot 10^{-6} \quad C$$

La densità di carica sull'armatura interna del condenstire esterno e su quella interna del condensatore interno (sulle armature rispettive di diametro minore) allora diventano:

$$\sigma_e = \frac{Q}{\pi D l} = \frac{0.366 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 0.03 \cdot 0.2} = 19.4 \cdot 10^{-6} \quad C/m^2$$

$$\sigma_i = \frac{Q}{\pi d l} = \frac{0.366 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 0.01 \cdot 0.7} = 16.6 \cdot 10^{-6} \quad C/m^2$$

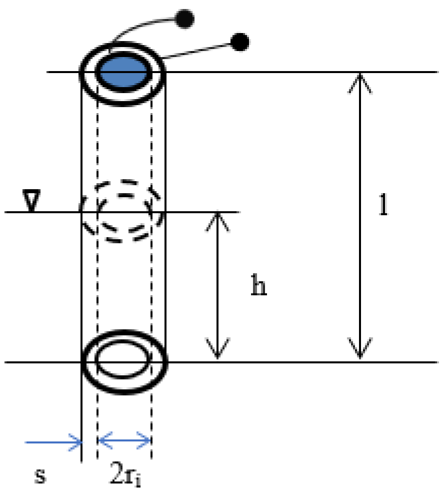
e di conseguenza i campi elettrici

$$K_e = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_o} = \frac{19.4 \cdot 10^{-6}}{8.854 \cdot 10^{-12}} = 2.19 \cdot 10^6 \; V/m = 21.9 \; kV/cm$$

$$K_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_o} = \frac{16.6 \cdot 10^{-6}}{8.854 \cdot 10^{-12}} = 1.87 \cdot 10^6 \ V/m = 18.7 \ kV/cm$$

entrambi entro il limite del 30 kV/cm (anche se non con molto margine).
La figura sopra riporta schematicamente la distribuzione delle cariche sulle armature. Si vede che interponendo l'armatura rossa, le cariche si dispongono sulla barra su una lunghezza di 700 mm invece che di 200 e quindi avremo densità di corrente minore e campo elettrico minore. La figura di destra riporta anche come varia il campo elettrico fra le armature di ciascun condensatore: si dimostra che decade con legge 1/r (come farebbe la densità di carica su un fittizia armatura intermedia): Una struttura così fatta prende il nome di "condensatore passante" o "isolatore passante", magari realizzato con dielettrici solidi.

ESERCIZIO 4 – Un cisterna di olio dielettrico con costante dielettrica relativa ε_r = 5 utilizza un misuratore di livello costituito da un condensatore coassiale realizzato con due armature cilindriche verticali di acciaio inossidabile.
Il diametro del cilindro interno è pari a $2r_i$ = 3 cm.
La corona cilindrica fra le armature ha spessore s = 0.5 cm.
La lunghezza del misuratore è l = 1m.



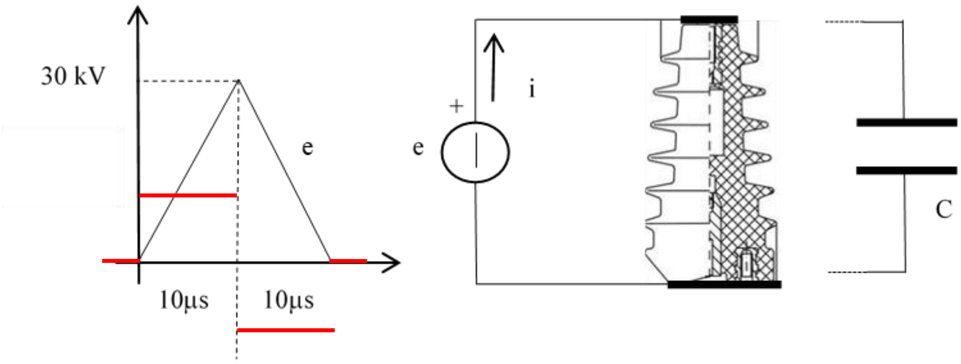
Assumendo che la parte non immersa del condensatore sia in aria, determinare come varia la capacità C(h) al variare del livello h dell'olio fra 0 e 1000 mm.

La struttura è quella di due condensatori in parallelo con differente dielettrico, come quella del Problema 9.1, solo che qui i condensatori sono cilindrici invece che piani. Un condensatore ha lunghezza h e l'altro l-h; le dimensioni radiali sono le stesse per entrambi.
La capacità C(h) è la somma delle due capacità (cono in parallelo)

$$C(h) = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_r \, 2\pi h}{ln\frac{r_i + s}{r_i}} + \frac{\varepsilon_o \ \cdot 1 \cdot \ 2\pi(l-h)}{ln\frac{r_i + s}{r_i}}$$

Quindi la capacità varia linearmente con h, dal valore minimo con h=0 al valore massimo con h =1m. Sostituendo i dati possiamo calcolare i valori minimo e massimo e tracciare l'andamento (rettilineo) di C(h) con h.

ESERCIZIO 5 – Un isolatore in vetro è assimilabile ad un condensatore di capacità C=20 pF. Durante una prova di laboratorio è sottoposto alla tensione di un generatore ideale di tensione con il profilo di figura.



Calcolare:

a) il profilo della corrente durante la prova;
b) l'energia accumulata nel condensatore nel momento di picco della tensione.
c) la totale energia erogata dal generatore ideale durante tutta la prova.

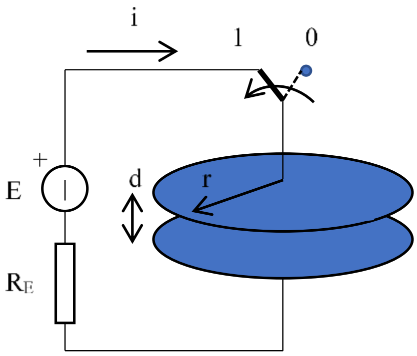
Per un condensatore vale i=C (dv/dt) che fornisce la corrente data la tensione.

Nei primi 10 μs sarà allora i = 20 10^{-12} (30 10^{+3}/10 10^{-6}) = 0.06 A costanti (perché la derivata è costante nell'intervallo). Nei secondi 10 μs sarà -0.06 A. Altrove zero (vedi figura, tratto rosso)

L'energia di un condensatore vale $W_C = (CV^2)/2$. Pertanto, al picco della tensione sarà W_C = 20 10^{-12} (30 $10^3)^2/2$=0.009 J.

*Non essendoci perdite (C è ideale e non ci sono elementi dissipativi) la totale energia erogata nella prova è pari all'energia accumulata nel condensatore alla fine della prova stessa (all'inizio era nulla). Alla fine della prova il condensatore è scarico, pertanto con energia immagazzinata nulla: quindi l'energia totale erogata dal generatore è nulla: durante i primi 10 μs il generatore eroga 0.009 J, uguale a quanto assorbe durante i successivi 10 μs; dalla figura si ha conferma che il prodotto e*i è positivo nei primi 10 μs e uguale e contrario nei secondi 10 μs.*

ESERCIZIO 6 – Un condensatore in aria è formato da due armature circolari dal raggio r = 1m e separate da una distanza d = 1 cm. Esso è inizialmente scarico con il deviatore di figura in posizioni 0.



Nell'istante t=0 il condensatore è caricato attraverso il generatore reale di tensione E=1000V con resistenza interna R_E = 10 Ω portando il deviatore in posizione 1.

Determinare l'andamento della corrente di carica per i ≥ 0.

Basta ricordare che la corrente di carica di un condensatore con un generatore di tensione costante E e una resistenza R_E in serie è:

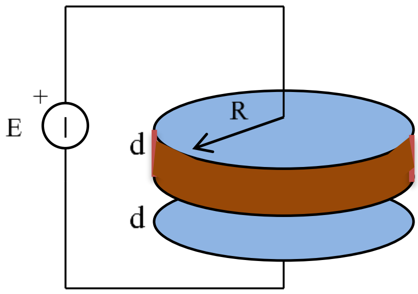
$i(t) = (E/R_E)\, e^{-(t/\tau)}$

La costante di tempo $\tau = R_E C$. R_E è dato mentre C si ottiene da:

$C=\varepsilon_r\varepsilon_0\, S/d$ dove ε_r = 1 (aria), ε_0 = 8.854 10^{-12}, d=0.01 m (dato) $S=\pi r^2$ (r è dato).

NB Il valore massimo della corrente si ha per t=0 e vale E/R_E= 100 A. La corrente poi decade esponenzialmente per annullarsi per t = ∞, in pratica si può ritenere nulla dopo t = (4÷5) τ.

ESERCIZIO 7 – Un condensatore piano C è formato da due armature circolari dal raggio R = 1m e distanti 2d = 0.8 cm. Fra le armature è disposto un materiale dielettrico con costante dielettrica relativa ε_r =4 e spessore d=0.4 cm, con il rimanente spessore d=0.4 cm in aria.



Supponendo la rigidità dielettrica dell'aria k_{ra} = 30 kV/cm e quella del materiale dielettrico k_{rd} = 200 KV/cm, determinare la minima tensione E da applicare al condensatore che determina la scarica in uno dei due spessori.
(Ignorare le anomalie ai bordi)

La fem E si ripartisce sui due condensatori in serie, in aria C_a, con tensione V_a e con dielettrico C_d con tensione V_d, in ragione inversa delle rispettive capacità

$$\frac{V_d}{V_a} = \frac{C_a}{C_d} = \frac{\varepsilon_o\, 1\, \frac{S}{d}}{\varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d}} = \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{1}{4}$$

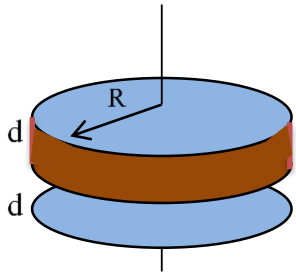
Lo stesso vale per i campi elettrici nei due condensatori

$$\frac{K_d}{K_a} = \frac{V_d/d}{V_a/d} = \frac{1}{4} \quad ossia \quad K_d = \frac{K_a}{4}$$

Ne risulta che il campo elettrico nel dielettrico, che pure ha rigidità maggiore di quella dell'aria, è solo ¼ di quello che sollecita lo spessore d'aria. Quest'ultimo sarà allora il primo che raggiunge le condizioni di scarica e ciò si avrà quando:

K_a=30 kV/cm >>> V_a=30*0.4 = 12 kV >>> V_d= V_a/4 = 3 kV >>> E = V_d+ V_a= 15 kV che è la risposta.

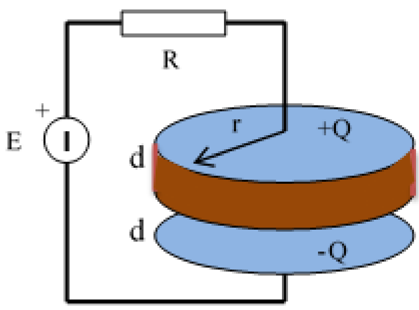
ESERCIZIO 8 – Un condensatore piano C è formato da due armature circolari dal raggio R = 1m e distanti 2d = 1 cm.
Fra le armature è disposto un materiale dielettrico con costante dielettrica relativa ε_r = 5 e spessore d = 0.5 cm, con il rimanente spessore d = 0.5 cm in aria.



a) Calcolare le capacità C del condensatore.
b) Supponendo di applicare fra i terminali una tensione di V=1000 V, trovare il valore del campo elettrico nell'aria.

Si risolve come il Problema 9.2

ESERCIZIO 9 – Un condensatore piano C è formato da due armature circolari dal raggio r = 0.8 m e distanti 2d = 1.0 cm. Fra le armature è disposto un materiale dielettrico con costante dielettrica relativa ε_r =6 e spessore d=0.5 cm, mentre il rimanente spessore d=0.5 cm è in aria. Il condensatore è caricato con il circuito di figura con una fem E=1000V e una resistenza R=100 Ω. Calcolare, a processo di carica concluso (non è richiesto di studiare il processo di carica):



a) La carica Q sulle armature metalliche.
b) L'energia accumulata nel condensatore.
c) Il campo elettrico nello spessore in aria.

Alla fine del processo di carica, la tensione sul condensatore sarà V=E=1000 V.
Definito questo valore, l'esercizio si risolve poi come il Problema 9.2.