

# PARTE F

## Trasformatore

**Premessa** – Il trasformatore è un'apparecchiatura che sfrutta il principio del mutuo accoppiamento fra diversi circuiti separati. Si usa, sia nella versione monofase che trifase, in molte applicazioni che richiedono lo scambio di energia elettrica fra due sistemi in corrente alternata aventi diversi livello di tensione.

Nelle apparecchiature elettroniche si impiega anche in regimi di funzionamento non sinusoidale. Non funziona in regime stazionario (corrente continua).

Questa parte descrive il principio di funzionamento, lo schema elettrico equivalente, la configurazione monofase e trifase, alcune configurazioni speciali.

## Capitolo 22

### Trasformatore monofase ideale

Il trasformatore è un'importante applicazione del fenomeno della mutua induzione. Lo possiamo ritenere infatti essere un mutuo induttore realizzato per presentare particolari prestazioni pratiche, specialmente dal punto di vista dello scambio energetico fra i due avvolgimenti accoppiati.

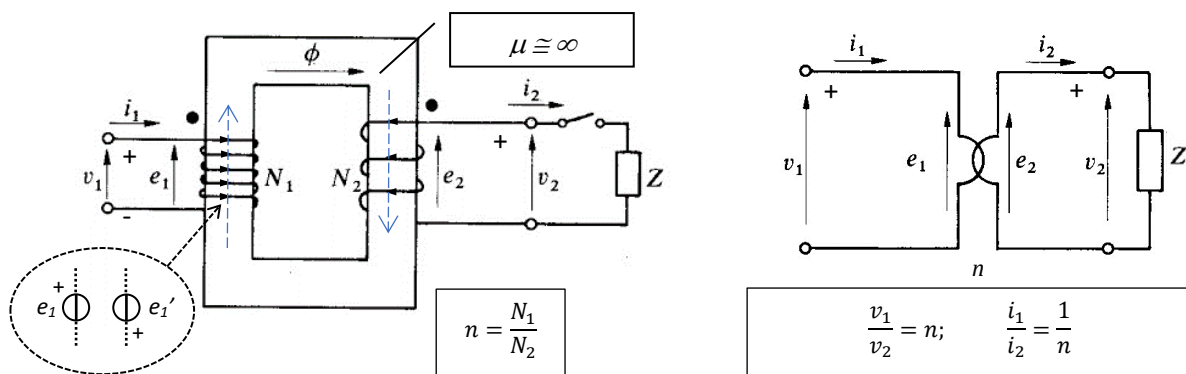
Vediamone il principio di funzionamento considerando dapprima la versione "ideale" attraverso la risoluzione del seguente problema.

**Problema 22.1:** Su un nucleo di materiale ferromagnetico avente permeabilità magnetica molto alta,  $\mu \cong \infty$ , sono disposti due avvolgimenti, uno (che chiameremo primario) formato da  $N_1 = 115$  spire e l'altro (secondario) di  $N_2 = 12$  spire, come nella figura sottostante a sinistra. La resistenza elettrica degli avvolgimenti sia trascurabile. Siano trascurabili anche le linee del campo magnetico, prodotto dalle correnti, che NON stanno nel nucleo (campo disperso), ossia immaginiamo che il campo magnetico sia tutto e solo canalizzato entro il nucleo ferromagnetico che ha, per ipotesi, una permeabilità magnetica infinitamente maggiore di quella dell'aria.

Ai morsetti del primario sia applicata, con il verso di figura, una tensione  $v_1 = \sqrt{2} 230 \sin(2\pi f t)$ , con  $f = 50$  Hz, mentre ai morsetti del secondario può essere collegato, mediante la chiusura di un interruttore, un carico che in regime sinusoidale alla frequenza di 50 Hz mostra un'impedenza  $Z$  (complessa) avente modulo  $Z = 6 \Omega$  e argomento  $\varphi = 30^\circ$ .

Vogliamo trovare, nel regime sinusoidale raggiunto a interruttore chiuso (cioè dopo che ogni transitorio conseguente alla chiusura dell'interruttore si è estinto):

- La tensione  $v_2$ , orientata come in figura.
- Le correnti  $i_1$  e  $i_2$ , orientate come in figura.
- Le potenze ai morsetti 1 e 2.



Ricordando quanto esposto nel Capitolo 12 "Mutuo induttore", possiamo ritenere che la struttura presentata sia un mutuo induttore ed in effetti è una delle possibili configurazioni di esso. Però per le

modalità funzionali descritte si tratta di un mutuo induttore con alcune proprietà peculiari, che lo rendono di pratico e frequente impiego sotto il nome di “*trasformatore monofase*”. Con le ipotesi fatte di resistenze nulle, flussi dispersi nulli e permeabilità infinita del nucleo, si dice che si tratta di un “*trasformatore (monofase) ideale*”.

Per risolvere il nostro Problema incominciamo a fissare i versi positivi con i quali calcolare le varie grandezze magnetiche ed elettriche.

I versi positivi delle tensioni e delle correnti sono già fissati dal testo. Notiamo che è assunta la convenzione di segno degli utilizzatori per la tensione  $v_1$  e la corrente  $i_1$  dell'avvolgimento 1 (primario) e quella dei generatori per la tensione  $v_2$  e la corrente  $i_2$  dell'avvolgimento 2 (secondario, che diventa convenzione di segno degli utilizzatori per il carico Z).

Coincidente con il verso positivo della corrente  $i_1$  fissiamo il verso di percorrenza delle spire dell'avvolgimento 1 e, con la regola della vite destrorsa che avanza nel nucleo ruotando secondo il verso appena assegnato alle spire, fissiamo il verso di percorrenza del nucleo, che risulta quello orario, in figura.

Infine, sempre con la regola della vite destrorsa che avanza nel nucleo secondo il verso positivo assegnato, decidiamo il verso di percorrenza delle spire dell'avvolgimento 2. *Notiamo che esso risulta contrario al verso positivo prefissato per la corrente  $i_2$  e di ciò si dovrà tener in debito conto quando sarà il momento<sup>1</sup>.*

Se siamo in regime sinusoidale, tutte le grandezze (tensioni, correnti, flussi) saranno sinusoidali isofrequenziali. Allora è comodo partire dal flusso nel nucleo (flusso nel tubo di flusso, detto anche *flusso principale del trasformatore*) e assumere genericamente che esso sia:

$$\phi = \Phi_M \sin(\omega t + \alpha)$$

Allora i flussi concatenati con i due avvolgimenti saranno:

$$\phi_{c1} = N_1 \Phi_M \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\phi_{c2} = N_2 \Phi_M \sin(\omega t + \alpha)$$

Osserviamo che il rapporto dei flussi concatenati è pari al *rapporto spire* (detto anche *rapporto di trasformazione*):

$$\frac{\phi_{c1}}{\phi_{c2}} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

---

<sup>1</sup> Si poteva anche fissare l'orientamento delle spire dell'avvolgimento 2 coincidente con quello della corrente  $i_2$ , ma allora sarebbe stato non coerente con quello di percorrenza del nucleo e di ciò si sarebbe dovuto tener conto in altro momento, arrivando peraltro allo stesso risultato finale.

Noti i flussi concatenati, valutiamo le fem indotte secondo la legge di Faraday-Neumann. Per esempio nel primario ci sarà la fem  $e_1' = -d\phi_{c1}/dt$  che agirà secondo il verso positivo assegnato per l'avvolgimento 1, come indicato nella miniatura in figura. Se invece consideriamo la forza contro-elettromotrice (a volte per brevità, quando non c'è pericolo di fare confusione, detta semplicemente forza elettromotrice)  $e_1 = -e_1'$  essa sarà:

$$e_1 = \frac{d\phi_{c1}}{dt} = \omega N_1 \Phi_M \sin(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2})$$

e agirà in senso contrario alla  $e_1'$  come pure evidenziato in figura.

Non essendoci cadute di tensione resistive (anche se ci fosse corrente nel primario perché la resistenza è nulla) né altre tensioni indotte (non ci sono flussi dispersi), la fem  $e_1$  sarà pari alla tensione di alimentazione  $v_1$  (il trasformatore anche per questo è detto *trasformatore ideale*) e allora, confrontando le espressioni di  $e_1$  e  $v_1$ , nell'equazione del flusso dovrà essere  $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ . In definitiva, per quanto fin qui dedotto abbiamo che:

$$\phi = \Phi_M \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\Phi_M \cos(\omega t)$$

$$v_1 = e_1 = \omega N_1 \Phi_M \sin(\omega t) = E_{1M} \sin(\omega t)$$

In termini di valori massimi:

$$V_{1M} = \sqrt{2} V_1 = E_{1M} = \omega N_1 \Phi_M$$

In termini di valori efficaci:

$$V_1 = \frac{E_{1M}}{\sqrt{2}} = E_1 = \omega N_1 \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}}$$

In modo analogo troviamo:

$$e_2 = \frac{d\phi_{c2}}{dt} = \omega N_2 \Phi_M \sin(\omega t)$$

Non essendoci cadute di tensione resistive né altre tensioni indotte anche se ci fosse una corrente del secondario (sempre per le ipotesi del *trasformatore ideale*) e visti i versi positivi fissati, la fem  $e_2$  sarà pari alla tensione ai morsetti  $v_2$ . In definitiva, per l'avvolgimento 2 abbiamo che:

$$v_2 = e_2 = \omega N_2 \Phi_M \sin(\omega t) = E_{2M} \sin(\omega t)$$

In termini di valori massimi:

$$V_{2M} = \sqrt{2} V_2 = E_{2M} = \omega N_2 \Phi_M$$

In termini di valori efficaci:

$$V_2 = \frac{E_{2M}}{\sqrt{2}} = E_2 = \omega N_2 \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}}$$

Abbiamo così trovato la prima proprietà del trasformatore ideale e cioè che:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad \text{rapporto delle tensioni per un trasformatore ideale}$$

Con riferimento al nostro caso specifico abbiamo:

$$V_1 = 230 \text{ V}$$

$$n = 115/12 = 9.583$$

$$V_2 = V_1/n = 230/9.583 = 24 \text{ V}$$

$$\Phi_M = V_{1M} / (\omega N_1) = \sqrt{2} \cdot 230 / (2\pi \cdot 50 \cdot 115) = 9.003 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

e in termini temporali:

$$v_2 = \sqrt{2} \cdot 24 \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$$

$$\phi = 9.003 \cdot 10^{-3} \sin\left(2\pi \cdot 50 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

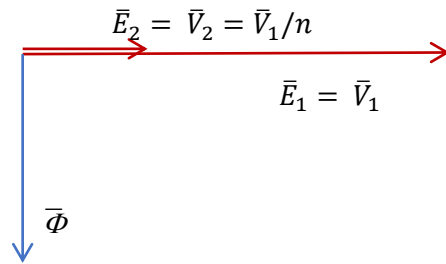
Possiamo anche passare alle rappresentazioni simboliche che risulteranno per il nostro problema:

$$\bar{V}_1 = 230 + j0 = 230$$

$$\bar{V}_2 = 24$$

$$\bar{\Phi} = -j \frac{9.003 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}}$$

cui corrisponde il diagramma vettoriale delle tensioni e dei flussi che sarà semplicemente il seguente (i vettori delle tensioni sono leggermente staccati e non in scala per motivi grafici) :



Immaginiamo ora di chiudere l'interruttore (se già non lo è) e collegare il carico  $Z$  ai morsetti del secondario. Si verranno presumibilmente a stabilire delle correnti negli avvolgimenti, ma nulla cambia per le tensioni rimanendo valide e invariate tutte le condizioni che hanno portato alla loro definizione nei paragrafi precedenti<sup>2</sup>.

Continuando, per comodità con le rappresentazioni simboliche possiamo scrivere:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}} = \frac{\bar{V}_2}{Z e^{j\varphi}} = \frac{V_2}{Z} e^{-j\varphi} = \frac{24}{6} e^{-j\frac{\pi}{6}} = 4 e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

La corrispondente espressione temporale della corrente sarà:

$$i_2 = \sqrt{2} \ 4 \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t - \frac{\pi}{6})$$

Non rimane che calcolare la corrente del primario. Lo facciamo applicando la legge della circuitazione ad una linea chiusa collocata entro il nucleo ferromagnetico, tenendo conto dei versi positivi assunti per le correnti (vedi Modulo 13):

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \mathcal{F} = \mathcal{R} \phi$$

Ma la riluttanza  $\mathcal{R}$  è nulla essendo la permeabilità magnetica infinita e quindi:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

ossia

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{i_2}{n}$$

che per il nostro problema diventa

<sup>2</sup> Per questo motivo prima si è ignorato lo stato dell'interruttore, perché è influente per lo studio delle tensioni.

$$i_1 = \frac{i_2}{n} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{9.583} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t - \frac{\pi}{6})$$

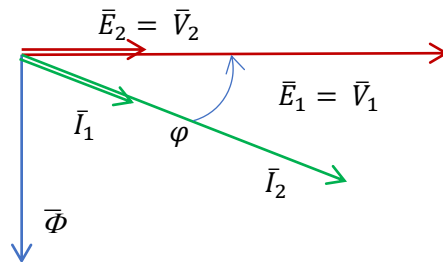
e in forma simbolica

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{I}_2}{n} = \frac{4}{9.583} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

Abbiamo così trovato la seconda proprietà del trasformatore ideale e cioè che:

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n} \quad \text{rapporto delle correnti per un trasformatore ideale}$$

Il diagramma vettoriale completo delle tensioni e delle correnti è allora il seguente:



Osserviamo che con il trasformatore ideale lo sfasamento  $\varphi_2$  fra tensione e corrente di secondario è identico a quello  $\varphi_1$  fra tensione e corrente di primario ed entrambi pari a  $\varphi$ .

Il rapporto fra le rappresentazioni simboliche della tensione e della corrente di primario è ancora un'impedenza complessa e vale:

$$\dot{Z}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{\bar{V}_2 n}{\frac{\bar{I}_2}{n}} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} n^2 = \dot{Z} n^2 = (Z n^2) e^{j\varphi}$$

per il nostro problema:

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z} n^2 = (6 \cdot 9.583^2) e^{j\frac{\pi}{6}} = 551 e^{j\frac{\pi}{6}}$$

L'impedenza  $\dot{Z}_1$  è nota come *impedenza del carico riportata a primario*.

Il simbolo del trasformatore ideale è mostrato a destra nella prima figura.

Per quanto riguarda le potenze risulta facilmente:

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = V_1 I_1 \cos \varphi = (V_2 n) \left( \frac{I_2}{n} \right) \cos \varphi_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = P_2$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = V_1 I_1 \sin \varphi = (V_2 n) \left( \frac{I_2}{n} \right) \sin \varphi_2 = V_2 I_2 \sin \varphi_2 = Q_2$$

$$S_1 = V_1 I_1 = V_2 n \frac{I_2}{n} = V_2 I_2 = S_2$$

che nel nostro problema diventano:

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 230 \frac{4}{9.583} 0.8660 = 83.14 \text{ W} = P_2$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 230 \frac{4}{9.583} 0.500 = 48.00 \text{ var} = Q_2$$

$$S_1 = V_1 I_1 = V_2 I_2 = 96 \text{ VA} = S_2$$

*Il trasformatore ideale è trasparente alle potenze; il suo rendimento è unitario; le potenze assorbite (erogate) al primario sono pari alle potenze erogate (assorbite) al secondario. Esso modifica soltanto il rapporto tensione su corrente: di quanto diminuisce (aumenta) la tensione nel passare dal primario al secondario, di tanto diminuisce (aumenta) la corrente nel passare dal secondario al primario. Il trasformatore ideale attua un adattamento di impedenza.*

Anche se il trasformatore ideale è un'approssimazione semplicistica di un trasformatore reale, esso lo approssima con sufficiente aderenza da poterlo utilizzare per la risoluzione in diversi problemi pratici.

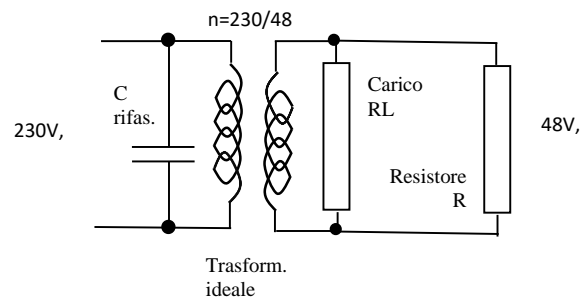
**Problema 22.2:** *Un'utenza a 48 V, 50 Hz è alimentata dalla rete pubblica a 230V – 50 Hz mediante un trasformatore con rapporto di trasformazione 230V/48V. L'utenza a 48 V comprende un carico RL che assorbe la potenza di  $P = 1200 \text{ W}$  con  $\cos \varphi = 0.6$  (induttivo) e un resistore  $R$  da  $5 \Omega$ , disposti in parallelo come in figura.*

Trattando il trasformatore come ideale, trovare:

- la capacità  $C$  da inserire al primario del trasformatore per ottenere il rifasamento dell'intero impianto a  $\cos \varphi' = 1$ ;
- la potenza apparente dell'intero impianto (cioè quella vista dalla rete a 230V) dopo il rifasamento.



## PARTE F – TRASFORMATORE



La potenza reattiva del carico RL è pari a (ricordiamo che con  $\cos\varphi=0.6$  si ha  $\sin\varphi=0.8$  e  $\tan\varphi=4/3$ ):

$$Q = P \tan\varphi = 1200 \cdot 4/3 = 1600 \text{ var}$$

La potenza attiva assorbita dal resistore è:

$$P_R = V^2/R = 48^2/5 = 460.8 \text{ W}$$

Nel complesso allora l'utenza a 48 V ha le seguenti potenze che saranno erogate al secondario del trasformatore

$$P_2 = P + P_R = 1200 + 460.8 = 1661 \text{ W}$$

$$Q_2 = Q = 1600 \text{ var}$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{1661^2 + 1600^2} = 2306 \text{ VA}$$

con

$$\cos\varphi_2 = P_2/S_2 = 1661/2306 = 0.7203$$

Con la tensione a secondario di 48 V, la corrente di secondario risulta di conseguenza:

$$I_2 = S_2/V_2 = 2306/48 = 48.04 \text{ A}$$

Il trasformatore ideale è trasparente alle potenze e allora ai morsetti del primario esso assorbirà le potenze:

$$P_1 = P_2 = 1661 \text{ W}$$

$$Q_1 = Q_2 = 1600 \text{ var}$$

$$S_1 = S_2 = 2306 \text{ VA}$$

con ovviamente  $\cos\varphi_1 = P_1/S_1 = \cos\varphi_2 = 0.7203$  e, di conseguenza,  $\sin\varphi_1 = 0.6937$  e  $\tan\varphi_1 = 0.9631$ .

La corrente al primario del trasformatore sarà

$$I_1 = I_2/n = 48.04 / (230/48) = 10.03 \text{ A}$$

(pari anche a:  $I_1 = S_1/V_1 = 2306/230 = 10.03 \text{ A}$ )

Volendo rifasare l'intero impianto a  $\cos\varphi' = 1$  (cioè volendo che non venga assorbita dalla rete a 230 V alcuna potenza reattiva), la potenza reattiva positiva assorbita dal primario del trasformatore deve essere compensata da una potenza reattiva uguale e contraria assorbita dal condensatore di rifasamento, ovvero da una uguale potenza reattiva capacitiva. In breve, deve essere

$$Q_{C[VAC]} = Q_1 = 1600 \text{ VAC}$$

*(Questo risulta anche dalla formula di dimensionamento della potenza di rifasamento (vedi Modulo 17):*

$$Q_{C[VAC]} = P_1(\tan\varphi_1 - \tan\varphi') = 1661(0.9631 - 0) = 1600 \text{ VAC}$$

La capacità di rifasamento sarà allora

$$C_{\text{rif}} = Q_{C[VAC]} / (\omega V^2) = 1600 / (314.2 \cdot 230^2) = 96.28 \cdot 10^{-6} \text{ F} \equiv 96.28 \mu\text{F}$$

Con il rifasamento inserito si ha ai morsetti della rete a 230 V:

$$P_{\text{rete}} = P_1 = 1661 \text{ W}$$

$$Q_{\text{rete}} = Q_1 - Q_{C[VAC]} = 0 \text{ var}$$

$$S_{\text{rete}} = P_{\text{rete}} = 1661 \text{ VA}$$

e pertanto

$$I_{\text{rete}} = S_{\text{rete}} / V_{\text{rete}} = 1661 / 230 = 7.222 \text{ A}$$

che è minore della corrente assorbita dal primario del trasformatore.

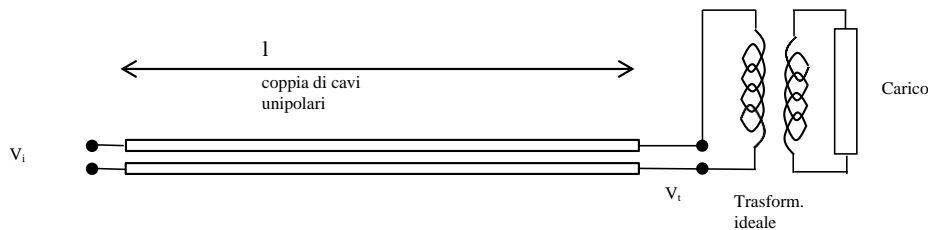
Per completezza la corrente del condensatore a valore efficace

$$I_C = Q_{C[VAC]} / V_C = 1600 / 230 = 6.957 \text{ A}$$

*PS: come ben noto nessuno bilancio delle correnti efficaci al nodo va fatto!*

**Problema 22.3:** Il carico monofase di figura, avente i seguenti dati nominali:  $V=48V$ ,  $2\text{ kW}$ ,  $\cos\varphi=0.8$ ,  $f=50\text{ Hz}$  è alimentato da un trasformatore (secondario lato carico) che si assume ideale e che ha un rapporto di trasformazione pari a  $n = 4.6$ . A sua volta il trasformatore è alimentato da una linea realizzata con una coppia di cavi unipolari in rame di sezione  $S = 2,5\text{ mm}^2$  e di lunghezza  $l = 50\text{ m}$ . Assumendo che l'induttanza per unità di lunghezza di ciascun cavo sia  $L_x = 0.8\text{ }\mu\text{H/m}$ , determinare:

- la tensione  $V_t$  alla fine della linea e applicata al trasformatore (primario) per avere la tensione nominale sul carico;
- la corrente  $I$  che percorre i cavi;
- la tensione  $V_i$  da applicare all'inizio della linea per avere la tensione nominale sul carico;
- la potenza attiva  $P_i$ , reattiva  $Q_i$  e apparente  $S_i$  all'inizio del cavo.



Il carico ha  $P= 2000W$  quindi

$$S = P/\cos\varphi = 2500VA,$$

ed anche

$$\sin\varphi = 0.6,$$

$$Q= S \sin\varphi = \sqrt{(S^2-P^2)}= 1500 \text{ var.}$$

Essendo il trasformatore ideale gli stessi valori si trovano anche al primario e quindi alla fine (arrivo) della linea.

La tensione di primario

$$V_t=V_{\text{carico}}\cdot n = 48 \cdot 4.6 = 220.8 \text{ V}$$

La corrente di primario (quella che percorre i cavi):

$$I= I_{\text{carico}}/n = 52.08 /4.6 = 11.32 \text{ A}$$

avendo calcolato

## PARTE F – TRASFORMATORE

$$I_{\text{carico}} = S / V_{\text{carico}} = 2500 / 48 = 52.08 \text{ A}$$

La R e la reattanza X di ciascun conduttore sono:

$$R = \rho l / S = 0.020 \cdot 50 / 2.5 = 0.400 \text{ } \Omega$$

$$X = 2\pi f \cdot (L_x \cdot l) = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 0.01257 \text{ } \Omega$$

Le perdite Joule della linea (2 cavi) risultano

$$P_{\text{jl}} = 2 \cdot R \cdot I^2 = 2 \cdot 0.4 \cdot 11.32^2 = 102.5 \text{ W}$$

La potenza reattiva impegnata dalla linea (2 cavi)

$$Q_l = 2 \cdot X \cdot I^2 = 2 \cdot 0.01257 \cdot 11.32^2 = 3.221 \text{ var}$$

Le potenze all'inizio della linea

$$P_i = P + P_{\text{jl}} = 2103 \text{ W}$$

$$Q_i = Q + Q_l = 1503 \text{ var}$$

$$S_i = \sqrt{(P_i^2 + Q_i^2)} = 2585 \text{ VA}$$

(da cui anche (non richiesto)  $\cos \varphi_i = P_i / S_i$  e  $\sin \varphi_i = Q_i / S_i$  che risultano diversi da  $\cos \varphi$  e  $\sin \varphi$ ).

Infine

$$V_i = S_i / I = 2585 / 11.32 = 228.3 \text{ V}$$

**Autovalutazione:** Ricalcolare la  $V_i$  con la formula pratica di Kapp, ricordando che per essa si usano il  $\cos \varphi$  e  $\sin \varphi$  che si manifestano all'arrivo (quelli del carico).

NB: Notare che non è

$$V_i = V_t + Z \cdot I$$

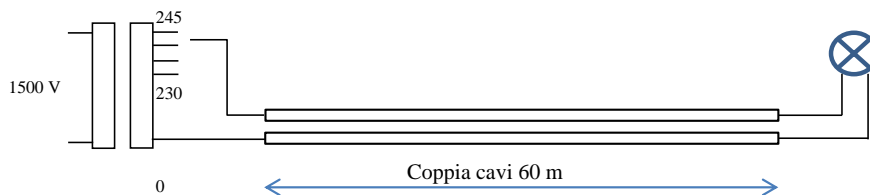
con  $Z = \sqrt{(R^2 + X^2)}$ , pari al modulo dell'impedenza della linea!!

Ciò in quanto il bilancio delle tensioni sopra scritto (erroneo) corrisponde ad applicare il principio di Kirchhoff con i valori efficaci, che non è applicabile.

Volendo fare il bilancio delle tensioni (**Autovalutazione**: provare a svolgerlo) si devono usare le rappresentazioni simboliche delle tensioni e delle correnti e l'operatore complesso dell'impedenza (vedi Modulo 18).

**Problema 22.4 (Autovalutazione):** *Un faro con lampade fluorescenti da 230V, 2 kW,  $\cos\phi=0.8$  (dati nominali) è alimentato da un trasformatore distante 60 m, mediante una coppia di cavi unipolari in rame di sezione 2,0 mm<sup>2</sup>. Assumendo che l'induttanza di ciascun cavo sia pari 1  $\mu\text{H}/\text{m}$ , determinare la tensione da applicare all'inizio del cavo scegliendo fra quelle messe a disposizione alla morsettiera del trasformatore che sono 230V, 235V, 240V, 245V, in modo che la tensione alle lampade sia la più vicina possibile a quella sua nominale.*

*Assumendo quindi il trasformatore come ideale e con tensione primaria di 1500 V, calcolare il valore efficace della corrente al primario.*



## Capitoli 23

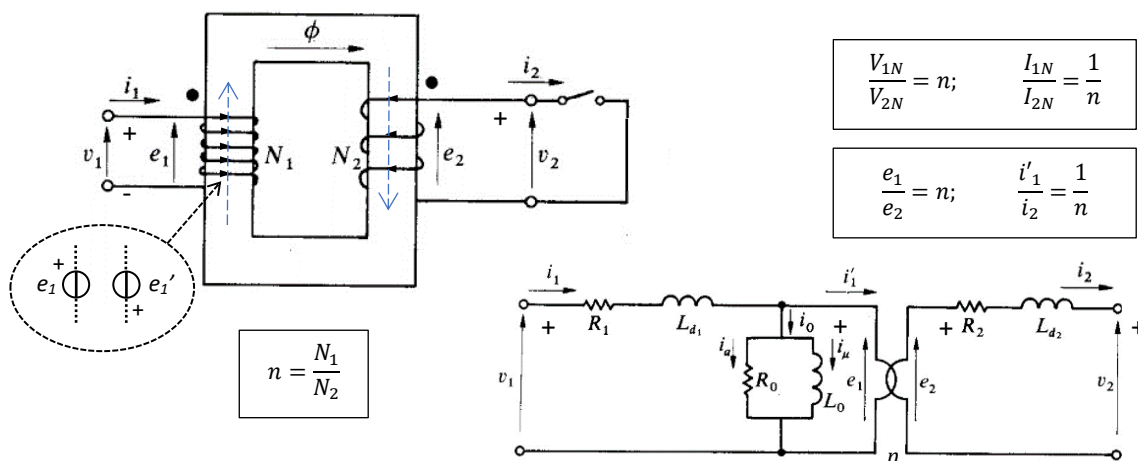
### Trasformatore monofase reale

Il trasformatore ideale descritto nel precedente Capitolo si basa su tre principali assunzioni relative al comportamento magnetico del nucleo e al comportamento elettromagnetico degli avvolgimenti. Ora rimuoviamo queste assunzioni per avere una descrizione più realistica del sistema elettrico del Problema 22.1, cioè appunto quella del trasformatore reale.

**Problema 23.1:** Un trasformatore dalla potenza nominale (potenza di targa) di  $S_N = 100 \text{ VA}$  è realizzato disponendo su un nucleo di materiale ferromagnetico avente permeabilità magnetica alta, ma finita, due avvolgimenti, uno (che chiameremo primario) formato da  $N_1 = 115$  spire e l'altro (secondario) di  $N_2 = 12$  spire, come nella figura sottostante a sinistra. Le resistenze elettriche degli avvolgimenti, misurate, sono  $R_1 = 16 \Omega$  e  $R_2 = 0.18 \Omega$ .

- Il trasformatore così realizzato alimentato alla sua tensione e frequenza nominale (tensione di targa)  $V_{1N} = 230 \text{ V}$ ,  $f_N = 50 \text{ Hz}$ , mentre il secondario è aperto (prova a vuoto), assorbe una corrente  $I_o = 50 \text{ mA}$  e una potenza  $P_o = 5 \text{ W}$ .
- Invece, con il secondario in corto circuito (prova in corto circuito) il trasformatore assorbe al primario la sua corrente nominale con una (piccola) tensione di alimentazione pari a  $V_{1cc} = 18 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ .

Trovare un modello circuitale e determinarne i parametri per il trasformatore in questione.



Prima di affrontare la questione della elaborazione dei dati forniti dal problema e della determinazione dei parametri del circuito, vediamo di intuire quale possa essere un *circuito equivalente di un trasformatore reale*.



Il trasformatore ideale ci sarà sempre per descrivere gli effetti del flusso principale (quello delle linee di campo incanalate nel nucleo) che sono la generazione delle due forze elettromotrici  $e_1$  ed  $e_2$  il cui rapporto è pari al rapporto spire

$$\frac{e_1}{e_2} = n \quad \text{rapporto delle fem per un trasformatore reale}$$

A partire dal trasformatore ideale innanzitutto mettiamo *una resistenza  $R_1$  sul primario e una resistenza  $R_2$  sul secondario.*

Poi, per descrivere gli effetti delle di linee di campo magnetico creato dalla sola corrente di primario, che si concatenano con il primario (creando un addizionale flusso concatenato che si somma a quello dovuto al flusso principale) ma che non si concatenano con il secondario (flusso disperso di primario) possiamo far ricorso ad un'induttanza di dispersione di primario  $L_{d1}$  che pure sarà disposta sul primario e percorsa dalla sua corrente.

Per lo stesso motivo disporremo un'induttanza  $L_{d2}$  sul secondario.

A questo punto dobbiamo riconsiderare l'applicazione della legge di circuitazione, già usata per descrivere il trasformatore ideale e qui ripresa:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \mathcal{F} = \mathcal{R} \phi$$

Ma la riluttanza  $\mathcal{R}$  è ora NON nulla essendo la permeabilità magnetica non più infinita e quindi conveniamo di scrivere:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu$$

ove  $i_\mu$  è quella corrente di primario che da sola sarebbe in grado di produrre la forza magnetomotrice  $\mathcal{F}$  (*corrente magnetizzante*) cioè:

$$\mathcal{F} = \mathcal{R} \cdot \phi = N_1 i_\mu$$

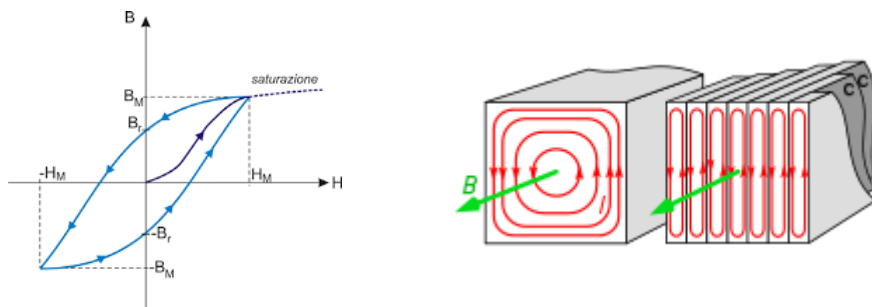
ossia

$$i_\mu = \frac{\mathcal{R} \cdot \phi}{N_1} = \frac{\mathcal{R} \cdot (\phi N_1)}{N_1^2} = \frac{\phi_{c1}}{L_o}$$

Ma il bilancio delle correnti sopra scritto non tiene conto di un altro fenomeno che si manifesta in modo evidente nel funzionamento in regime sinusoidale e, cioè, che nel nucleo si ha una dissipazione di potenza dovuto al flusso variabile che lo percorre (*perdite nel ferro per isteresi e per correnti indotte* (o

*parassite o di Foucault*). In sostanza una parte  $i_a$  della corrente di statore serve per produrre questa “potenza attiva” richiesta dalle *perdite nel ferro*.

Le perdite per isteresi derivano dal fatto che l’orientamento delle “spire elettroniche” di ciascun atomo, nella direzione tale da poter sostenere e rafforzare il campo magnetico dovuto alle correnti nell’avvolgimento disposto sul nucleo (motivo dell’alto valore di B che si ottiene nei materiali ferromagnetici a parità di H) è frenato da un certo “attrito” che è causa di perdite energetiche, che riscaldano il materiale. In sostanza i valori di B seguono quelli di H con un certo ritardo e in regime alternato sinusoidale ciò si traduce in un punto di lavoro nel piano B-H, in ogni porzione del nucleo, che traccia un’isteresi sul piano citato (vedi la figura sotto riportata). Ad ogni compimento di questo ciclo di isteresi (il che avviene  $f$  volte al secondo se  $f$  è la frequenza delle correnti e del flusso) viene dissipata un’energia per unità di volume del materiale ferromagnetico proporzionale all’area del ciclo.



Le correnti parassite invece sono correnti indotte nelle “spire” che si possono tracciare nel nucleo del materiale ferromagnetico, che è anche materiale conduttore. Esse si comportano come avvolgimenti secondari in cortocircuito. Per contenere l’intensità di queste correnti, e quindi le perdite Joule che esse causano, il nucleo viene realizzato nella forma di pacco di lamierini isolati fra di loro, (spessori da 0.2 a 0.7 mm a seconda delle frequenze di funzionamento del trasformatore) costringendo le correnti ad avere dei percorsi lunghi (alta resistenza elettrica) e le spire ad avere aree piccole (poco flusso concatenato e quindi poca fem indotta).

A ciò si aggiunge l’accorgimento di usare una lega di ferro con una piccola percentuale di silicio (lamierini ferro-silicio), che ha l’effetto di aumentare la resistività elettrica e di ridurre l’area dei cicli di isteresi.

In definitiva si dovrà scrivere per maggiore correttezza:

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2 + i_\mu + i_a = \frac{i_2}{n} + i_\mu + i_a = i'_1 + i_\mu + i_a$$

o anche

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2 + i_o = i'_1 + i_o \text{ bilancio delle correnti per un trasformatore reale}$$

L’equazione suggerisce l’esistenza di un nodo nel circuito equivalente di primario nel quale entra la corrente  $i_1$  ed escono le correnti  $i'_1$  (detta anche  $i_{21}$ , corrente di secondario riportata a primario) che è “l’immagine” a primario della corrente di secondario, e la corrente  $i_o$  a sua volta somma di  $i_a$  a  $i_\mu$ .



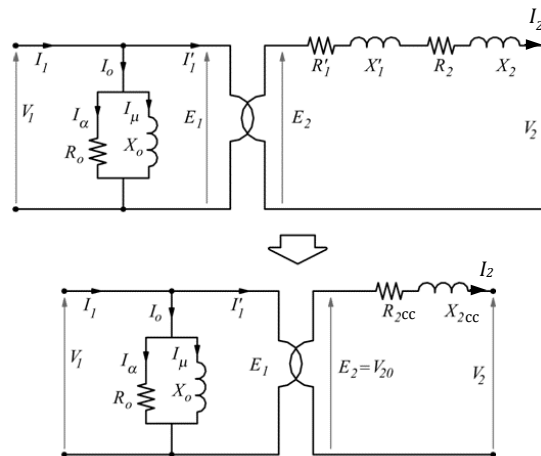
In conclusione lo schema elettrico equivalente di un trasformatore reale è quello a destra nella figura riportata all'inizio, ove alla corrente  $i_a$  è assegnato un percorso resistivo di resistenza  $R_o$ , la cui potenza dissipata rappresenta le perdite nel ferro.

Lo schema è spesso semplificato, mantenendo comunque una precisione sufficiente, in due passi.

Siccome la corrente  $i_o$  è piccola rispetto alla corrente che può circolare nel primario, poco cambia se il nodo da cui è derivata è spostato a monte (o a valle), direttamente ai morsetti del primario (o del secondario).

Poi la resistenza  $R_1$  e l'induttanza  $L_{d1}$  (o meglio la sua reattanza  $X_1 = \omega L_{d1}$  se si fa riferimento al regime sinusoidale) sono spostate a secondario<sup>3</sup> dividendone i valori per  $n^2$ . Il risultato è lo schema equivalente semplificato della figura sottostante (che usa simboli del regime sinusoidale) ove:

$$R'_1 = \frac{R_1}{n^2} \quad X'_1 = \frac{X_1}{n^2}$$



Infine, le due resistenze e le due reattanze in serie sono sommate per ulteriore semplicità definendo:

$$R_{2cc} = \frac{R_1}{n^2} + R_2 \quad X_{2cc} = \frac{X_1}{n^2} + X_2$$

Ovviamente esiste anche la semplificazione duale che consiste nel riportare tutto a primario. Lo vedremo risolvendo il Problema.

<sup>3</sup> Abbiamo visto nella prima parte del Modulo che un'impedenza a secondario "appare" a primario (è come fosse a primario) con valore  $Z \cdot n^2$ . Viceversa, un'impedenza che è al primario è vista a secondario (è come fosse a secondario) con valore  $Z/n^2$ .



Altro approfondimento che possiamo premettere prima di affrontare il Problema riguarda il significato e la definizione dei *valori nominali* (o valori di targa) di un trasformatore.

È importante ricordare che *i valori nominali non sono i valori operativi in uno specifico punto di lavoro della macchina elettrica, ma i valori che servono per definire le tolleranze, le garanzie, la classificazione della macchina stessa. Solitamente, non esiste alcun punto di lavoro nel quale sono presenti contemporaneamente tutti i valori nominali.*

Per un trasformatore fra i valori nominali ci sono le

- *tensioni nominali del primario  $V_{1N}$  e del secondario  $V_{2N}$  e la frequenza nominale  $f_N$ .*

Per convenzione, il rapporto delle tensioni nominali è pari al rapporto spire:

$$\frac{V_{1N}}{V_{2N}} = n$$

Le tensioni nominali (valori efficaci) sono le tensioni per le quali sono stati dimensionati i sistemi di isolamento del trasformatore e pertanto c'è garanzia che si possano applicare alla macchina. Secondo le tensioni nominali e la frequenza nominale è stato dimensionato il nucleo ferromagnetico (l'ampiezza del flusso principale, come abbiamo visto, dipende dal rapporto della tensione sulla frequenza e da esso e dalla frequenza dipendono le perdite nel ferro).

Fra i valori nominali ci sono poi le

- *correnti nominali del primario  $I_{1N}$  e del secondario  $I_{2N}$ .*

Anch'esse sono legate, per normativa, al rapporto di trasformazione secondo la:

$$\frac{I_{1N}}{I_{2N}} = \frac{1}{n}$$

Le correnti nominali (valori efficaci) sono le correnti per le quali sono stati dimensionati gli avvolgimenti del trasformatore e pertanto c'è garanzia che si possano applicare alla macchina nel rispetto delle sovratemperature, fissate le condizioni ambientali di installazione.

E' poi specificata la

- *potenza nominale  $S_N$  espressa in volt-ampere [VA]*

che è legata alle tensioni e alle correnti dalla:

$$S_N = V_{1N}I_{1N} = V_{2N}I_{2N}$$

Altre grandezze nominali saranno definite in seguito.

Per il trasformatore del nostro problema, i dati forniscono alcune grandezze nominali ed altre si possono già ora calcolare:

$$S_N = 100 \text{ VA}$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{1N} = 230 \text{ V}$$

$$n = 115/12 = 9.583$$

$$V_{2N} = V_{1N}/n = 230/9.583 = 24 \text{ V}$$

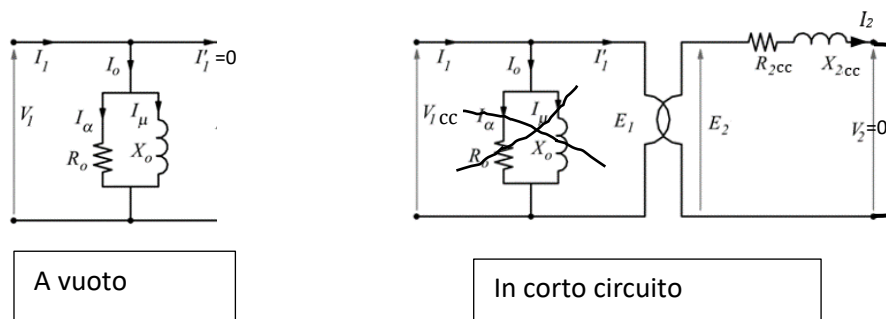
$$I_{1N} = S_N / V_{1N} = 0.4348 \text{ A}$$

$$I_{2N} = S_N / V_{2N} = I_{1N} \cdot n = 0.4348 \cdot 9.583 = 4.167 \text{ A}$$

Torniamo allora al nostro Problema e consideriamo i dati della prova a vuoto. Facciamo riferimento al circuito elettrico equivalente semplificato appena dedotto ed esaminiamolo in regime sinusoidale.

Se siamo a vuoto ( $I_2=0$ ) sarà anche  $I'_1=0$  e il circuito si riduce a quello a sinistra nella figura sotto.

La corrente  $I_1$  assorbita a vuoto coincide con la corrente  $I_o$  che per questo è detta anche *corrente a vuoto*.



La corrente a vuoto che si manifesta con la tensione nominale è la *corrente a vuoto nominale* del trasformatore. Il nostro trasformatore ha pertanto una corrente a vuoto nominale di primario pari a:

$$I_{1oN} = 0.050 \text{ A}$$

È comodo esprimerla in valore percentuale rispetto alla corrente primaria nominale

$$i_{oN\%} = 100 \frac{I_{1oN}}{I_{1N}} \% = 100 \frac{0.050}{0.4348} \% = 11.5 \%$$

È facile verificare con lo schema equivalente che questo valore percentuale rimane lo stesso sia per la prova a vuoto fatta da primario che per quella fatta da secondario ed è pertanto riportato sui dati di targa del trasformatore.

La potenza assorbita a vuoto è quella che è dissipata dalla resistenza  $R_o$  a cui è applicata la tensione  $V_1$ .

Allora:

$$P_o = \frac{V_1^2}{R_o}$$

da cui

$$R_o = \frac{V_1^2}{P_o} = 10.58 \cdot 10^3 \ \Omega$$

Le correnti  $I_a$  e  $I_\mu$  (che sono in quadratura) sono allora:

$$I_a = \frac{V_1}{R_o} = \frac{230}{1.058 \cdot 10^4} = 0.02174 \text{ A}$$

$$I_\mu = \sqrt{I_o^2 - I_a^2} = \sqrt{0.050^2 - 0.02174^2} = 0.04503 \text{ A}$$

e di conseguenza

$$X_o = \frac{V_1}{I_\mu} = \frac{230}{0.04503} = 5.108 \cdot 10^3 \ \Omega$$

La potenza assorbita a vuoto con tensione nominale (che rimane la stessa sia che la prova a vuoto sia fatta da primario che da secondario) è detta *potenza a vuoto nominale* e solitamente è espressa in valore percentuale rispetto alla potenza nominale del trasformatore. Per il nostro trasformatore

$$p_{oN\%} = 100 \frac{P_{oN}}{S_N} \% = 100 \frac{5}{100} \% = 5 \%$$

Passiamo alla prova in corto circuito. La condizione è quella illustrata a destra nella figura precedente. La tensione  $V_2$  è ovviamente nulla e la corrente  $I_o$ , già piccola rispetto alla corrente nominale (come visto sopra) quando la tensione di alimentazione è quella nominale, è qui ancor più piccola e può essere trascurata.

Allora abbiamo, osservando il circuito:

$$E_2 = \frac{V_{1cc}}{n} = \frac{18}{9.583} = 1.878 \text{ V}$$

$$I_2 = I_1 n = 0.4348 \cdot 9.583 = 4.167 \text{ A}$$

(quando la corrente di prova è la nominale sul primario, si ha la corrente nominale anche sul secondario in corto circuito).

Ne risulta:

$$Z_{2cc} = \frac{E_2}{I_2} = \frac{1.878}{4.167} = 0.4507 \ \Omega$$

$$R_{2cc} = \frac{R_1}{n^2} + R_2 = \frac{16}{9.583^2} + 0.18 = 0.3542 \ \Omega$$

$$X_{2cc} = \sqrt{Z_{2cc}^2 - R_{2cc}^2} = \sqrt{0.4507^2 - 0.3542^2} = 0.2787 \ \Omega$$

e i parametri sono tutti determinati.

Gli stessi parametri dell'impedenza di cortocircuito supposto che sia collocata sul primario invece che sul secondario (quindi percorsa dalla corrente  $I_1$  invece che dalla corrente  $I_2$ ) sarebbero:

$$Z_{1cc} = \frac{V_{1cc}}{I_1} = \frac{18}{0.4348} = 41.39 \ \Omega \quad (= Z_{2cc} n^2)$$

$$R_{1cc} = R_{2cc} n^2 = R_1 + R_2 n^2 = 32.53 \ \Omega$$

$$X_{1cc} = X_{2cc} n^2 = X_1 + X_2 n^2 = 25.59 \ \Omega$$

La tensione che si applica ai morsetti del trasformatore per avere la corrente nominale durante la prova in corto circuito è detta *tensione nominale di corto circuito*. Nel nostro caso la tensione nominale di cortocircuito di primario è  $V_{1ccN} = 18\text{V}$ . Se la prova in cortocircuito fosse stata fatta alimentando il secondario, essa sarebbe stata di  $V_{2ccN} = V_{1ccN}/n = 18/9.583=1.878 \text{ V}$  (pari alla  $E_2$  sopra calcolata, come si intuisce facilmente osservando il circuito).

È comodo ancora esprimerla in valore percentuale (che vale sia se riferita al primario che al secondario):

$$v_{ccN\%} = 100 \frac{V_{1ccN}}{V_{1N}} \% = 100 \frac{18}{230} \% = 7.826 \%$$

Le *perdite di cortocircuito nominali* (dette anche *perdite nel rame*) sono rappresentate dalla potenza dissipata dalla resistenza di cortocircuito percorsa dalla sua corrente nominale cioè:

$$P_{ccN} = R_{2cc} I_{2N}^2 = R_{1cc} I_{1N}^2 = 6.150 \text{ W}$$

che percentualmente sono:

$$p_{ccN\%} = 100 \frac{P_{ccN}}{S_N} \% = 100 \frac{6.150}{100} \% = 6.150 \%$$

Un importante parametro dei trasformatori è il loro *rendimento convenzionale*. Esso corrisponde al rendimento durante un fittizio funzionamento con un carico avente la potenza apparente pari alla potenza nominale del trasformatore (e una potenza attiva che dipende dal  $\cos\varphi$  prescelto) e perdite nel trasformatore pari alle perdite nel ferro e nel rame nominali.

Per il nostro trasformatore troviamo, per esempio:

$$\eta_{\cos\varphi=1} = \frac{S_N}{S_N + P_{oN} + P_{ccN}} = \frac{100}{100 + 5 + 6.150} = 0.8997$$

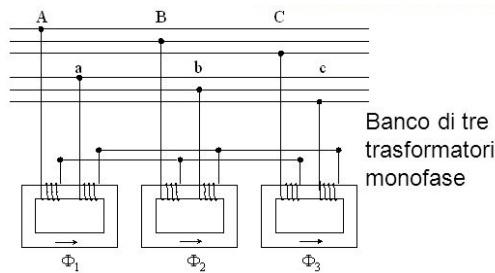
$$\eta_{\cos\varphi=0.8} = \frac{S_N \cos\varphi}{S_N \cos\varphi + P_{oN} + P_{ccN}} = \frac{100 \cdot 0.8}{100 \cdot 0.8 + 5 + 6.150} = 0.8777$$

## Capitolo 24

### Trasformatori trifase

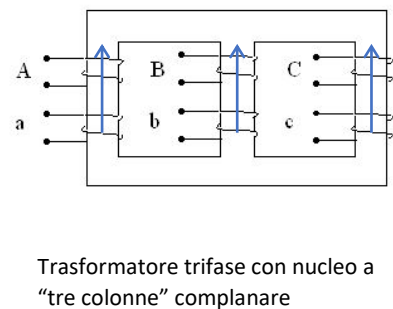
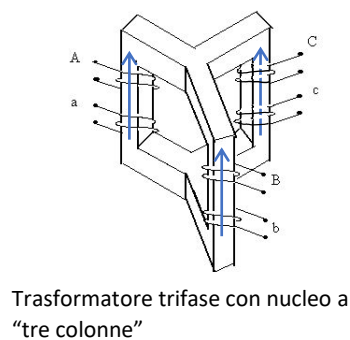
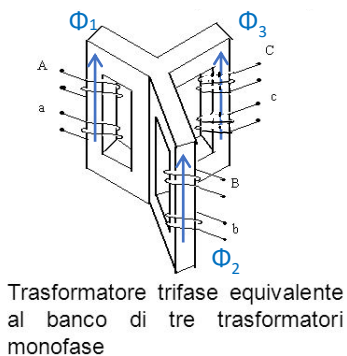
**24.1 Configurazione del nucleo** - I trasformatori si usano, ovviamente anche nei sistemi trifase. La figura sottostante mostra una terna di trasformatori monofase identici i cui primari, collegati a stella, sono alimentati da una linea trifase ABC e i secondari, pure essi collegati a stella, alimentano una seconda linea trifase abc. I primari e/o i secondari non devono essere necessariamente collegati a stella, come vedremo più avanti nel capitolo.

I tre trasformatori monofase possono essere tuttavia aggregati in un unico trasformatore trifase. La soluzione con un banco di tre trasformatori monofase non è quindi di frequente impiego, quasi solo riservata a sistemi di grossissima potenza, per i quali un unico trasformatore trifase avrebbe pesi e ingombri non sostenibili.



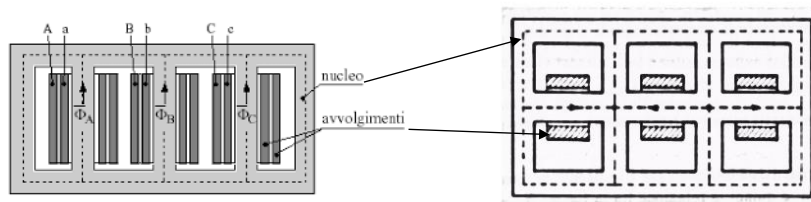
Per arrivare alla configurazione di un trasformatore trifase, immaginiamo di avvicinare fisicamente i nuclei dei tre trasformatori monofase come nella figura di sinistra sotto riportata. La colonna “trippla” centrale del nucleo porta quindi un flusso complessivo pari alla somma dei tre flussi di fase  $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$ .

Se il sistema trifase è simmetrico, la somma dei tre flussi, come quella di ogni terna di tensioni è nulla e, pertanto, nessun flusso risultante percorre la colonna centrale che può essere quindi rimossa. Il nucleo che ne risulta si presenta allora a “tre colonne” come nella figura centrale, poi reso complanare come in quella di destra.

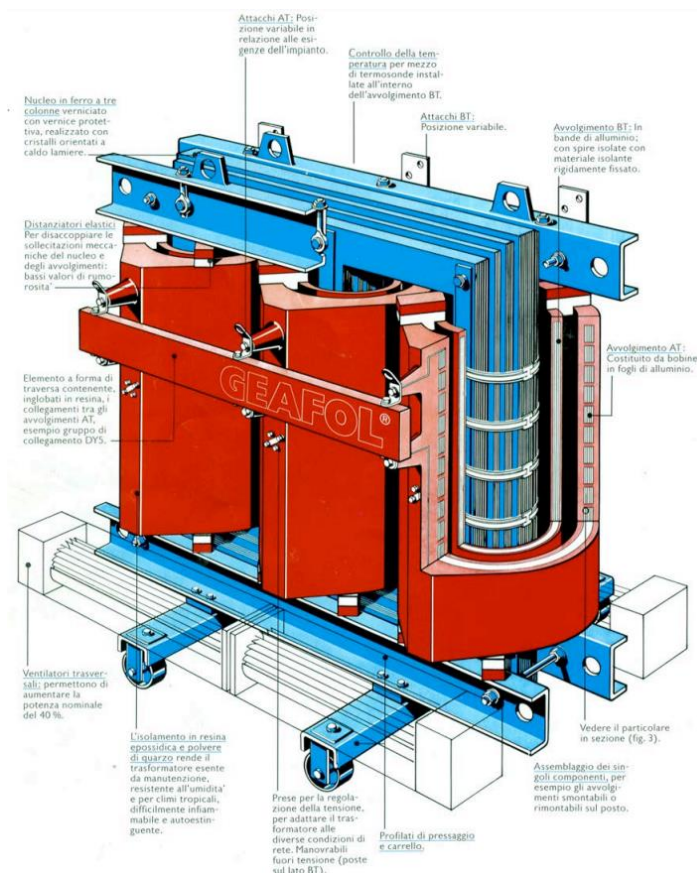


## PARTE F – TRASFORMATORE

La maggioranza dei trasformatori trifase in uso utilizza la configurazione del nucleo a “tre colonne”. Nei rari casi in cui si devono consentire condizioni operative con somma dei flussi diversa da zero, si utilizzano nuclei a “cinque colonne” (la colonna tripla centrale originale è scomposta in due laterali nella versione complanare) e nuclei “corazzati” o a “mantello” (derivanti da un’ differente aggregazione dei nuclei monofase). I due casi sono mostrati nella figura seguente a sinistra e a destra rispettivamente.



La figura che segue mostra lo spaccato di un trasformatore trifase commerciale AT/BT i cui avvolgimenti sono annegati in resina isolante.



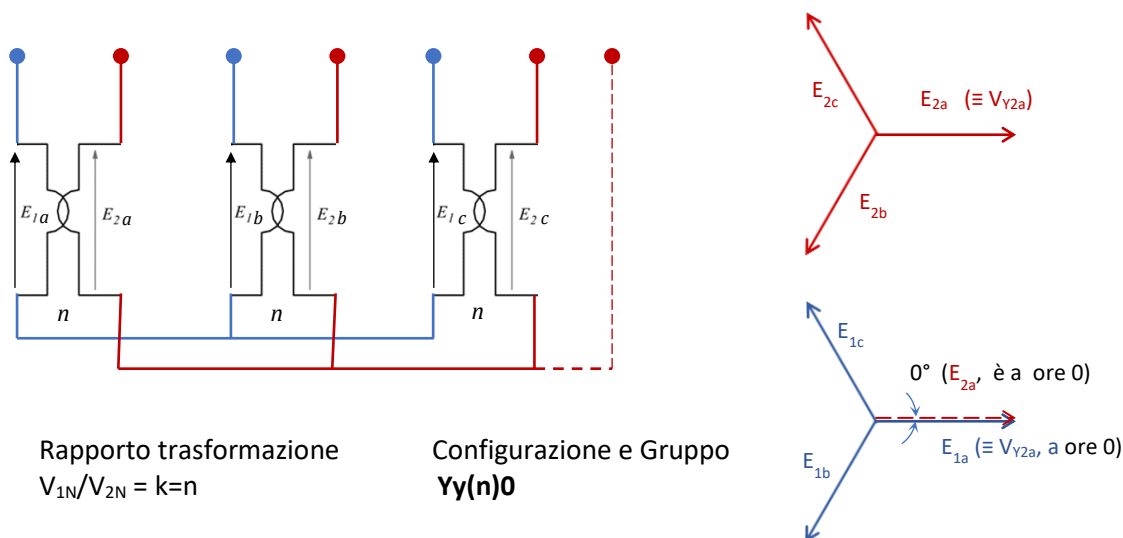
**24.2 Connessione degli avvolgimenti, Indice di gruppo** – Un aspetto che si presenta nei trasformatori trifase e che, ovviamente, non ha significato per quelli monofasi, è lo sfasamento che può sussistere fra la terna delle tensioni primarie e la terna delle tensioni secondarie a seconda di come sono collegati i rispettivi avvolgimenti.

Per descrivere questo aspetto, trattiamo ogni coppia di avvolgimenti, primario e secondario, disposta sulla stessa colonna come un trasformatore ideale<sup>4</sup>

Disegniamo allora tre trasformatori ideali affiancati come nella figura sottostante:

<sup>4</sup> Il fatto che sia un trasformatore reale non modifica il risultato conclusivo della nostra trattazione.





Per ciascun trasformatore ideale sono indicate le fem di primario e di secondario; l'orientamento è evidenziato da una freccia con la convenzione che la punta è sul morsetto positivo. Le fem di primario e di secondario di ciascun trasformatore sono ovviamente in fase fra di loro e le loro ampiezze stanno in un rapporto che è il rapporto spire  $n$  dei due avvolgimenti sulla stessa colonna.

Supponiamo di essere in sistemi trifase simmetrici diretti. Allora le tre fem di secondario possono essere rappresentate vettorialmente come nella figura in alto a destra. Ciascuna di esse rappresenta anche la tensione stellata della terna di tensioni di secondario. Analogo diagramma vettoriale possiamo tracciarlo per le fem di primario, ciascuna delle quali rappresenta anche la tensione stellata della terna di tensioni di primario.

Usando il carattere Y (avvolgimento a tensione maggiore) o y (avvolgimento a tensione minore) per indicare la connessione a stella, per questa configurazione degli avvolgimenti si utilizza la sigla Yy(n) ove il carattere  $n$  è aggiunto se è accessibile anche il filo neutro (a tratteggio nella figura sopra).

*Il rapporto  $k$  fra i valori efficaci delle tensioni concatenate di primario e secondario è quindi pari al rapporto spire  $n^5$ .*

Consideriamo ora una tensione di secondario (una delle tensioni stellate o una delle concatenate) e la corrispondente tensione di primario: per esempio le due tensioni stellate della fase a. Riconosciamo immediatamente che esse sono in fase, ovvero lo sfasamento fra le due è nullo. La sigla è allora completata con un ulteriore carattere numerico che è detto *indice di gruppo* pari allo sfasamento citato di  $E_{2a}$  rispetto a  $E_{1a}$  (in questo caso 0): si dice che questo trasformatore appartiene al gruppo 0 (zero).

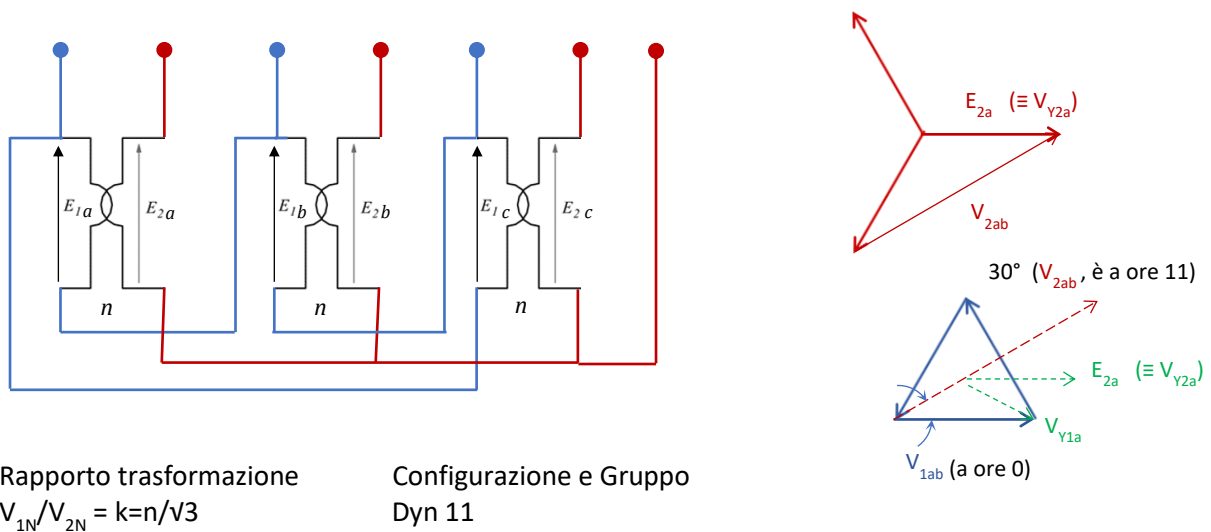
Proviamo con una diversa connessione degli avvolgimenti. Per esempio, nella figura che segue il primario è collegato a triangolo mentre il secondario è a stella con neutro. Allora la sua sigla sarà Dyn ove il carattere D (o d) è usato per denotare la connessione a triangolo.

In questo caso il rapporto spire  $n$  sussiste fra le ampiezze delle tensioni concatenate di primario (tensioni di primario del trasformatore ideale) e stellate di secondario (tensioni di secondario del trasformatore ideale), mentre per la terna di secondario le concatenate sono  $\sqrt{3}$  volte maggiori).

<sup>5</sup> Per comodità di disegno i diagrammi vettoriali sono fatti come se fosse  $n=1$ .

Il rapporto  $k$  fra i valori efficaci delle tensioni concatenate di primario e secondario è quindi pari al rapporto spire  $n/\sqrt{3}$ , se  $n$  è il rapporto spire su ogni colonna.

Per quanto riguarda l'ultimo carattere della sigla (indice di gruppo), ancora dobbiamo rilevare lo sfasamento fra due corrispondenti tensioni di secondario e primario. Troviamo comodo confrontare le due concatenate  $V_{ab}$ : lo sfasamento è di  $30^\circ$  in anticipo della tensione secondaria sulla primaria. Più precisamente, usando le ore come unità d'angolo, posta la tensione di primario ad ore 0 (o ore 12) quella di secondario è ad ore 11 e quindi l'indice di gruppo sarà 11. La sigla completa risulta Dyn11 che è quella tipica dei trasformatori impiegati nella distribuzione dell'energia elettrica con tensione secondaria trifase (concatenata) di 400 V (monofase stellata di 230 V) e primaria in MT.



Stesso sfasamento si trova fra qualsiasi coppia di tensioni corrispondenti di primario e secondario, come per esempio le due stellate della fase a (vedi figura).

Impiegando diverse configurazioni del primario e del secondario, assieme rotazioni cicliche della denominazione delle fasi, si ottengono altri indici di gruppo. Quelli di uso pratico sono tuttavia 0, 11, 5 e 6.

**24.3 – Parallelo** – In molte applicazioni lo sfasamento fra le tensioni di secondario e quelle di primario è privo di effetti. In altre invece dobbiamo tenerne conto. Fra queste ultime c'è il caso del parallelo di trasformatori.

Due trasformatori si dicono in parallelo quando la stessa sorgente di alimentazione è applicata ai due primari e i due secondari in parallelo concorrono, ciascuno con una quota di corrente, ad alimentare lo stesso carico.

Per evitare correnti di circolazione pericolose (e in genere non sostenibili) fra gli avvolgimenti dei due trasformatori trifase in parallelo devono essere soddisfatte rigorosamente le due seguenti condizioni:

- a) stesso rapporto di trasformazione
- b) stesso indice di gruppo

Durante il funzionamento, la corrente di carico proviene per una frazione da uno dei secondari e per la rimanente parte dall'altro. È bene che queste quote di corrente siano proporzionali alle rispettive correnti

nominali di secondario dei trasformatori cosicché *quando uno arriva a pieno carico anche l'altro è arriva nella stessa condizione. Possiamo dimostrare che ciò si ottiene quando è soddisfatta la seguente terza condizione:*

*c) stessa tensione percentuale di corto circuito*

Per il migliore sfruttamento dei due trasformatori in parallelo le due correnti di secondario che si sommano per produrre la corrente di carico devono dare il risultato maggiore possibile della loro somma. In altri termini, essendo una somma vettoriale, *le due correnti di secondario devono essere in fase e ciò si ottiene con la condizione:*

*d) stesso fattore di potenza di corto circuito (stesso  $\cos\varphi_{cc}$ ).*

Nel caso di trasformatori monofase dobbiamo rispettare le stesse quattro condizioni ove la condizione b) corrisponde a rispettare le polarità delle due tensioni di secondario (cioè le due fem di secondario devono essere in fase e non in opposizione di fase).

**24.4 Schema elettrico equivalente monofase** – Quando si fa riferimento a sistemi simmetrici e carichi equilibrati possiamo trattare i sistemi trifase con trasformatori considerando una sola fase. Il trasformatore trifase è trattato come un trasformatore monofase con lo stesso rapporto di trasformazione di quello trifase e con tensioni di primario e secondario che sono le tensioni stellate di primario e secondario del trasformatore trifase.

Si impiega quindi il circuito equivalente studiato nel Cap 23, con le sue semplificazioni possibili.

**24.5 Prove a vuoto e in corto circuito** – Le prove a vuoto e in corto circuito per i trasformatori trifase si attuano con le stesse modalità usate per i trasformatori monofase, ma *sempre con alimentazioni trifase simmetriche*. Per quanto detto nel par. 24.4 l'elaborazione delle misure si esegue facendo riferimento allo schema elettrico monofase secondo le modalità descritte nel Cap 23, sia per ricavare i parametri delle impedenze a vuoto e in corto circuito, sia per ricavare i dati percentuali di targa.

## Capitolo 25

### Trasformatori speciali

#### 25.1 Trasformatori di misura

Servono ad adeguare i valori di tensione e corrente alternata alle portate di voltmetri ed amperometri. Nel primo caso si parla di trasformatori (riduttori) voltmetrici, nel secondo di trasformatori (riduttori) amperometrici.

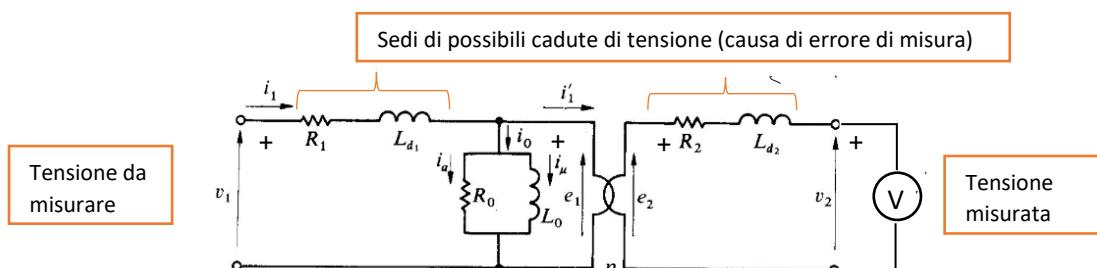
Essi servono anche per assicurare il necessario isolamento galvanico fra l'impianto su cui si fa la misura di tensione e corrente e il circuito di misura su cui agisce l'operatore.

**25.1.1 - Trasformatori voltmetrici (T.V.)** - Sono trasformatori aventi numero di spire al primario  $N_1$  maggiore del numero di spire al secondario  $N_2$ . Affinché il rapporto di trasformazione effettivo  $K = \frac{V_1}{V_2}$  sia molto vicino al rapporto di trasformazione nominale  $K_n$  (scritto sulla targa del T.V.) è necessario che siano trascurabili le cadute di tensione interne e questo accade solo se il trasformatore funziona in condizioni prossime al funzionamento a vuoto: vedi figura seguente con lo schema elettrico equivalente completo del trasformatore. In tali condizioni è infatti:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = n = K_n$$

$$\frac{e_1}{e_2} = n = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = K \cong n$$



Per rendere trascurabile la c.d.t. interna bisogna che siano estremamente piccole la resistenza e la reattanza di dispersione dei due avvolgimenti; queste condizioni si realizzano adottando per gli avvolgimenti delle densità di corrente molto più piccole di quelle tenute nei trasformatori industriali e

curando l'accoppiamento elettromagnetico tra il primario ed il secondario così da minimizzare i flussi dispersi. Inoltre, si opera limitando la massima potenza apparente uscente dal secondario (cioè impiegandolo con piccole correnti negli avvolgimenti).

Infine, la corrente  $i_0$  dovrà essere più piccola possibile e ciò richiede la realizzazione del trasformatore con un nucleo ferromagnetico di riluttanza più piccola possibile, per avere piccola corrente magnetizzante, e poco sollecitato magneticamente, per avere anche poche perdite nel ferro (grandi sezioni).

Si definisce *errore di rapporto* percentuale:

$$\eta\% = \frac{K_n V_2 - V_1}{V_1}$$

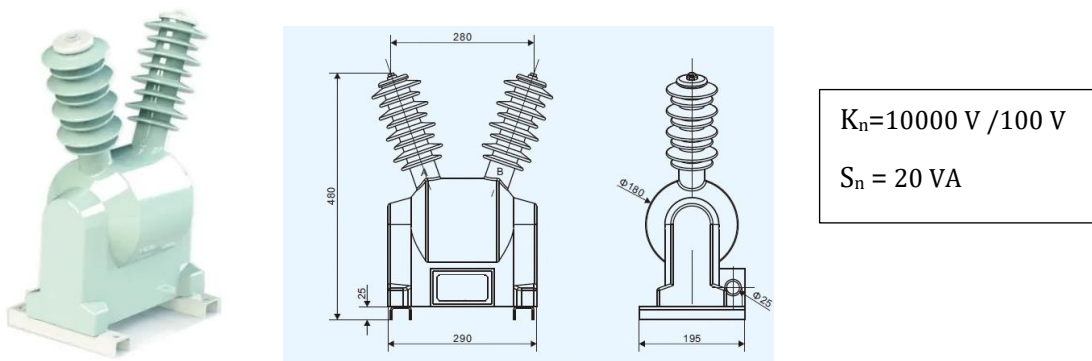
dove ( $K_n V_2$ ) è la tensione (presunta) al primario calcolata attraverso il prodotto della tensione secondaria (misurata) per il rapporto di trasformazione nominale e  $V_1$  è l'effettiva tensione primaria.

Si definisce anche *l'errore d'angolo* come l'angolo di sfasamento tra  $V_2$  e  $V_1$ , considerandolo positivo se la seconda è in anticipo sulla prima e negativo viceversa. Questo errore non ha alcun effetto sulle misure della sola tensione, influenza invece le misure di potenza (o d'energia) per le quali è necessario che lo sfasamento esistente tra la tensione e la corrente di linea sia lo stesso che si ha tra la tensione e la corrente misurate.

I dati di targa più significativi del trasformatore voltmetrico sono:

- a) *prestazione nominale*  $S_n$  [VA], è la massima potenza apparente che il T.V. può erogare sugli equipaggi voltmetrici (tutti in parallelo) da esso alimentati senza che il T.V. superi i limiti di errore caratterizzati dalla sua classe di appartenenza (la prestazione è riferita al fattore di potenza ( $\cos\phi$ ) nominale che vale convenzionalmente 0,8 induttivo);
- b) *tensione nominale primaria*  $V_{1n}$  [V], *tensione nominale secondaria*  $V_{2n}$  [V] uniformata a 100 [V] (salvo casi particolari);
- c) *frequenza nominale* [Hz];
- d) *rapporto nominale di trasformazione*  $K_n$ ;
- e) *classe di precisione*, che delimita gli errori d'angolo e di rapporto;

La figura seguente illustra un trasformatore voltmetrico per media tensione



**25.1.2 - Trasformatori amperometrici (T.A.)** - Sono trasformatori aventi numero di spire al primario  $N_1$  minore del numero di spire al secondario  $N_2$  (si vuole solitamente una corrente al secondario (misurata) inferiore di quella di primario). Per questi trasformatori il rapporto di trasformazione è definito come rapporto tra la corrente al primario e corrente al secondario. Affinché il rapporto di trasformazione effettivo  $K$  sia molto vicino al rapporto di trasformazione nominale  $K_n$  è necessario che sia trascurabile la corrente a vuoto  $i_0$  rispetto alla corrente di reazione primaria  $i'_1$ : vedi figura seguente con lo schema elettrico equivalente completo del trasformatore. In tali condizioni è infatti:

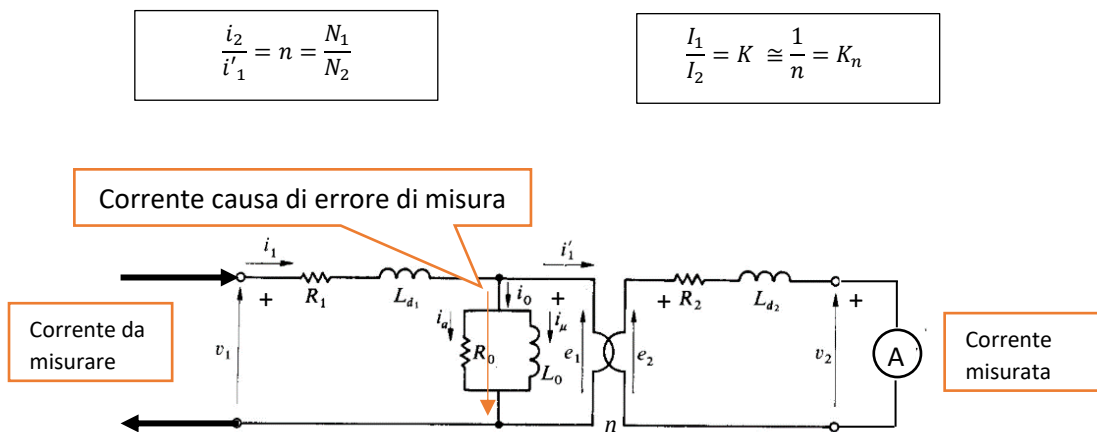
$$I_1 = I'_1 = \frac{I_2}{n} = K_n I_2$$

Per rendere trascurabile la corrente a vuoto  $i_0$  si richiede la realizzazione del trasformatore con un nucleo ferromagnetico di riluttanza più piccola possibile, per avere piccola corrente magnetizzante, e poco sollecitato magneticamente, per avere anche poche perdite nel ferro (grandi sezioni).

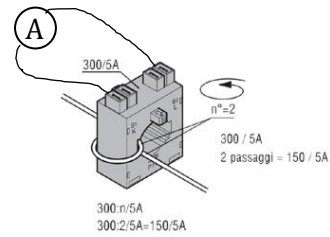
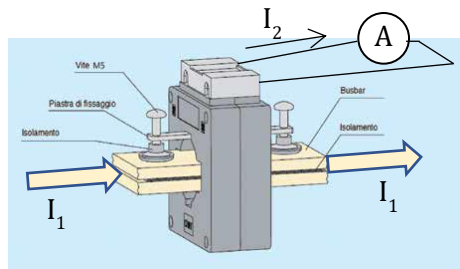
*Per rendere trascurabile la corrente a vuoto rispetto alla corrente di reazione bisogna tenere molto bassa l'induzione nel nucleo ed usare lamierini a bassissima perdita specifica, ovvero bisogna tenere una sezione del nucleo molto più grande di quella di un equivalente trasformatore industriale.*

Inoltre, la tensione di secondario deve essere la più piccola possibile (e quindi anche le fem interne), ovvero si deve imporre un limite massimo alla potenza apparente erogata dal secondario: il T.A. lavora in condizione più vicine possibile al funzionamento in corto circuito. E' evidente che il primario andrà inserito in serie alla linea della quale si intende misurare la corrente.

*Non ha alcuna incidenza invece la caduta di tensione sulle induttanze di dispersione (e sulle resistenze degli avvolgimenti), sicché l'accoppiamento fra primario e secondario non è necessariamente stretto.*



Volendo si può limitare il primario ad un'unica spira costituita dallo stesso conduttore del quale si vuole misurare la corrente. In questo caso non è necessario interrompere la linea sulla quale si deve fare la misura in quanto il filo stesso della linea costituisce l'unica spira primaria. Il nucleo (con l'avvolgimento secondario) andrà sistemato attorno al filo (o barra) di linea (figura sottostante a sinistra).



In questi casi è anche possibile cambiare il rapporto di trasformazione modificando il numero di spire di primario, con un o più passaggi del conduttore di linea percorso dalla corrente di primario.

Un esempio di T.A. con il primario sempre costituito dal conduttore dell'impianto è quello delle pinze amperometriche che sono T.A. di comune impiego con nucleo apribile così da non dover fisicamente interrompere il conduttore sul quale si misura la corrente (vedi sotto).



E' stato premuto il tasto "HOLD" per congelare la misura e consentire una lettura dello strumento dopo averlo rimosso.

Per i trasformatori amperometrici si definisce *errore di rapporto* percentuale:

$$\eta\% = \frac{K_n I_2 - I_1}{I_1}$$

dove  $(K_n \cdot I_2)$  è la corrente (presunta) al primario calcolata attraverso il prodotto della corrente secondaria (misurata) per il rapporto di trasformazione nominale e  $I_1$  è la effettiva corrente primaria.

Si definisce errore d'angolo l'angolo di sfasamento tra  $I_2$  e  $I_1$ , considerandolo positivo se la seconda è in anticipo sulla prima e negativo viceversa. Questo errore non ha alcun effetto sulle misure della sola corrente, influenza invece le misure di potenza (o d'energia) per le quali è necessario che lo sfasamento esistente tra la corrente e la tensione di linea sia lo stesso che si ha tra la corrente e la tensione misurate.

I dati di targa più significativi del trasformatore amperometrico sono:

- a) *prestazione nominale*  $S_n$  [VA], è la massima potenza apparente che il T.A. può erogare sugli equipaggi amperometrici (tutti in serie) da esso alimentati senza che il T.A. superi i limiti di errore caratterizzati dalla sua classe di appartenenza (la prestazione è riferita al fattore di potenza nominale che vale convenzionalmente 0,8 ritardo);
- b) *corrente nominale primaria*  $I_{1n}$  [A], *corrente nominale secondaria*  $I_{2n}$  [A] uniformata a 5 [A] (in qualche caso 1 [A]);
- c) *frequenza nominale* [Hz];
- d) *rapporto nominale di trasformazione*  $K_n$ ;

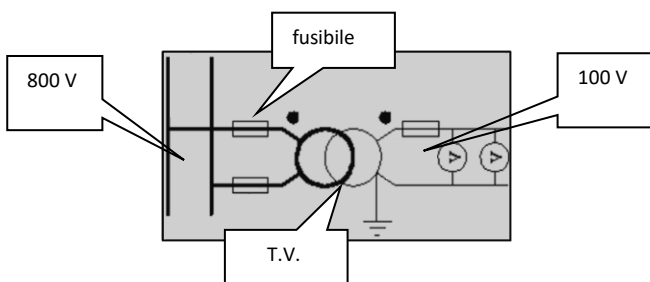
e) *classe di precisione*, che delimita gli errori di rapporto e d'angolo.

La protezione ammessa per il T.A. è una valvola di tensione posta sul secondario. Infatti, nel caso in cui il T.A. si venisse a trovare a vuoto (aperto) si verificherebbe una elevatissima sopraelevazione di tensione ai morsetti secondari. La causa di questo sta nell'aumento di forza magnetomotrice conseguente all'assenza di corrente secondaria  $i_2$  (e quindi di  $i'_1$ ) mentre permane la normale corrente al primario che diventa tutta corrente  $i_0$ . Considerando la bassissima induzione nel ferro che normalmente si ha nel T.A., l'aumento della forza magnetomotrice produce un aumento dell'induzione e del flusso fino alla saturazione con conseguente aumento della f.e.m. indotta al secondario e della relativa tensione ai morsetti. L'intervento della valvola di tensione impedisce a tale tensione di raggiungere valori pericolosi per l'apparecchiatura e per l'operatore! Non si deve mai aprire il secondario di un trasformatore amperometrico durante il suo funzionamento (per esempio per cambiare amperometro)!!

**Problema 25.1:** *Un'apparecchiatura elettrica ha una sezione alimentata in corrente alternata a 800 V, 50 Hz, la cui tensione deve essere monitorata e visualizzata. Scegliere un trasformatore voltmetrico per misurare la tensione in questione con strumenti da 100 V fondo scala e definire lo schema di inserzione e misura.*

I trasformatori voltmetrici (T.V.) sono apparati di misura (trasformatori di misura), realizzati per avere un funzionamento il più possibile prossimo a quello dei trasformatori ideali, ed utilizzati per adeguare i valori di tensione alternata da misurare alle portate di voltmetri (indicatori o registratori) e di altri dispositivi che richiedono la conoscenza della tensione dell'apparecchiatura (per esempio relè di massima o minima tensione). Solitamente sono trasformatori riduttori.

Il primario è collegato alla tensione da misurare, mentre il secondario è connesso al(i) voltmetro(i) (tutti in parallelo), come mostrato nella figura seguente, a sinistra.



L'aspetto del T.V. da utilizzare potrebbe essere quello della figura precedente a destra.

Solitamente la tensione nominale del secondario dei T.V. è pari a 100 V. La tensione nominale di primario invece dipende dalla tensione da misurare, che può essere una bassa tensione (BT), o una media tensione (MT) o perfino un'alta tensione (AT).



In questo caso si sceglierà un *Trasformatore Voltmetrico di misura 800V/100V (rapporto di trasformazione (riduzione)  $K = 8^6$ )*, 50 Hz.

Occorre anche definire la *prestazione nominale*  $S_n$  [VA], che è la massima potenza apparente che il T.V. può erogare sugli equipaggi voltmetrici (tutti in parallelo) da esso alimentati senza che il T.V. superi i limiti di errore caratterizzati dalla sua classe di appartenenza. Questa potenza è in genere di alcuni VA fino a poche decine di VA. Non si conoscono le specifiche degli strumenti alimentati; supponiamo che possa essere  $S_n = 5$  VA (che è uno dei valori solitamente disponibili).

Infine, decidiamo la *classe di precisione*. Valori disponibili per i T.V. di misura sono 0.1, 0.2, 0.5, 1.0. Essa rappresenta il valore percentuale massimo dell'errore di misura alla tensione nominale. In questo caso supponiamo di scegliere *classe 0.5*; significa che la tensione sui voltmetri al secondario quando al primario sono applicati 800 V sarà nell'intervallo  $100 \pm 0.5\% = 99.5 \div 100.5$  V (ovvero, quando il voltmetro indica 100 V, la tensione sul primario sarà  $100 \cdot 8 \pm 0.5\% = 796 \div 804$  V).

Le protezioni ammesse per i TV sono quelle contro i cortocircuiti, quindi si inseriscono in serie ai suoi terminali adeguati fusibili che vanno posti sul primario o sul secondario (o su entrambi i lati).

Uno dei terminali del secondario è connesso a terra per evitare che il secondario, facendo partitore capacitivo fra il primario e la terra (massa), possa assumere una tensione verso terra pericolosa per l'operatore.

**Problema 25.2:** *Scegliere un trasformatore amperometrico per misurare la corrente di 100 A di una linea elettrica in MT a 20 kV, 50 Hz con uno strumento da 1 A fondo scala e definire lo schema di inserzione e misura.*

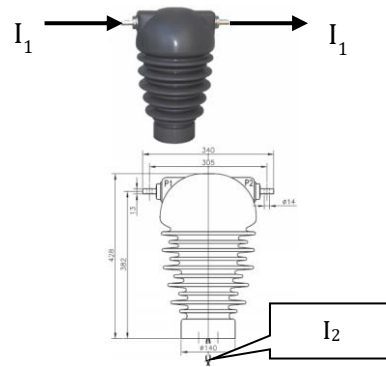
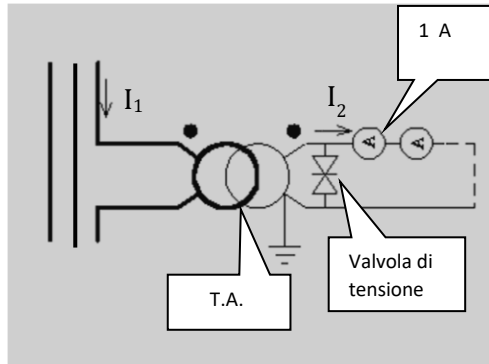
I trasformatori amperometrici (T.A.) sono apparati di misura (trasformatori di misura), utilizzati per adeguare i valori di corrente alternata da misurare alle portate di amperometri (indicatori o registratori) e di altri dispositivi che richiedono la conoscenza della corrente dell'apparecchiatura (per esempio relè di massima corrente o sistemi di regolazione). Solitamente sono trasformatori riduttori.

In qualche caso il problema non sta nell'elevato valore della corrente da misurare (che pure non è piccolo), ma nel fatto che la misura deve essere fatta su un conduttore la cui tensione è pericolosa per l'operatore. Il T.A. assicura l'isolamento galvanico fra circuito che sostiene la corrente e lo strumento di misura.

Il primario è connesso in serie nel conduttore del quale si vuole misurare la corrente, mentre il secondario è chiuso attraverso l'amperometro di misura (o gli amperometri, se più di uno, posti fra loro in serie) come mostrato nella figura seguente, a sinistra.

---

<sup>6</sup> Il rapporto di trasformazione (rapporto fra le tensioni di primario e secondario) è indicato con K ed è molto prossimo al rapporto spire n.



A destra si può vedere un possibile aspetto fisico di un T.A. per MT, somigliante ad un isolatore, stante la tensione da sostenere fra primario (terminali in alto) e secondario (terminali in basso). Le misure riportate sono in millimetri.

Solitamente le correnti nominali del secondario dei T.A. sono pari a 1 o 5 A. Le correnti nominali di primario invece dipendono dalla corrente da misurare.

In questo caso si sceglierà un *Trasformatore Amperometrico di misura 100 A/1 A (rapporto di trasformazione (riduzione)  $K = 100$  <sup>7</sup>), 50 Hz.*

Occorre anche definire la *prestazione nominale*  $S_n$  [VA], che è la massima potenza apparente che il T.A. può erogare sugli equipaggi amperometrici (tutti in serie) da esso alimentati senza che il T.A. superi i limiti di errore caratterizzati dalla sua classe di appartenenza. Questa è in genere di alcuni VA fino a poche decine di VA. Non si conoscono le specifiche degli strumenti alimentati; supponiamo che possa essere  $S_n = 10$  VA (che è uno dei valori solitamente disponibili).

Infine, decidiamo la *classe di precisione*. Valori disponibili per i T.A. di misura sono 0.1, 0.2, 0.5, 1.0. Essa rappresenta il valore percentuale massimo dell'errore di misura alla corrente nominale. In questo caso supponiamo di scegliere *classe 0.5*; significa che la corrente negli amperometri al secondario quando il primario è percorso dai 100 A sarà nell'intervallo  $1 \pm 0.5\% = 0.995 \div 1.005$  A (ovvero, quando l'amperometro indica 1 A, la corrente nel primario (nell'impianto) sarà  $100 \pm 0.5\% = 99.5 \div 100.5$  A).

La protezione ammessa per il T.A. è una valvola di tensione posta sul secondario. Infatti nel caso in cui il T.A. si venisse a trovare a vuoto (aperto) si verificherebbe una elevatissima sopraelevazione di tensione ai morsetti secondari. L'intervento della valvola di tensione impedisce a tale tensione di raggiungere valori pericolosi per l'apparecchiatura e per l'operatore! *Non si deve mai aprire il secondario di un trasformatore amperometrico durante il suo funzionamento!!*

Uno dei terminali del secondario è connesso a terra per evitare che il secondario, facendo partitore capacitivo fra il primario e la terra (massa), possa assumere una tensione verso terra pericolosa per l'operatore.

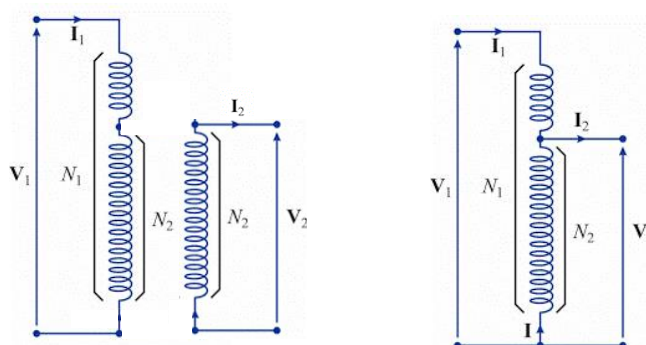
<sup>7</sup> Il rapporto di trasformazione (rapporto fra le correnti di primario e secondario) è indicato con K ed è molto prossimo al reciproco  $1/n$  del rapporto spire.

### 25.2 Autotrasformatori

L'autotrasformatore attua la trasformazione di tensione da  $V_1$  a  $V_2$  come un trasformatore ma con una macchina che impiega meno rame e meno ferro e quindi è meno ingombrante e costosa.

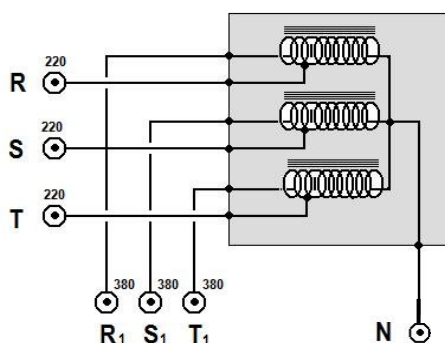
Può svolgere un'azione di riduzione ( $N_2 < N_1$ ) o di elevazione ( $N_2 > N_1$ ) di tensione come un trasformatore.

Il principio di realizzazione di un autotrasformatore è illustrato nella figura sotto. A partire da un trasformatore con  $N_1$  e  $N_2$  (a sinistra) spire si ottiene l'autotrasformatore sfruttando, al posto delle  $N_2$  spire del secondario, una porzione di esattamente  $N_2$  spire dell'avvolgimento primario. Il vantaggio è intuibile se il numero di spire di secondario non è molto minore di quello del primario (indicativamente almeno la metà).



A fronte del vantaggio economico per il minor impiego di materiali, sussiste peraltro lo svantaggio, a volte non accettabile, della perdita di isolamento galvanico fra secondario (utenza) e primario. Ciò ne impedisce l'impiego per esempio se il secondario è la rete di distribuzione pubblica (domestica) e il primario è alimentato dalla rete in media tensione.

L'autotrasformatore si realizza anche nella versione trifase (come i trasformatori) replicando per ciascuna fase la configurazione dell'autotrasformatore monofase, come illustrato nella figura che segue che si riferisce ad un autotrasformatore impiegato per trasformare una vecchia rete di distribuzione trifase a 220 V (primario) in una a 380V (secondario) oppure per alimentare un carico trifase da 220 V (secondario) a partire da una rete trifase a 380 V (primario). La connessione delle fasi è a stella.



Infine nella successiva foto è mostrato un impiego tipico degli autotrasformatori trifase nelle reti di trasmissione dell'energia elettrica in alta tensione.

La foto si riferisce ad un autotrasformatore trifase da 250 MVA, 230/135 kV, raffreddato in olio (nucleo e avvolgimento sono immersi in un cassone (quello grigio che si vede) riempito di olio dielettrico) che viene raffreddato facendolo circolare, con movimento naturale, in radiatori (scambiatori) olio-aria sui quale è soffiata aria forzata (raffreddamento olio naturale - aria forzata: ONAF).

