

12. Uno studente ha intenzione di dare un esame universitario sostenendo tre prove di accertamento intermedie. Se una di queste prove non è superata lo studente non può effettuare la prova successiva. La probabilità che lo studente superi la prima prova è 0.9. Se egli supera la prima, la probabilità condizionata che superi il secondo è 0.8, e se egli supera la prima e la seconda prova, la probabilità condizionata che superi la terza è pari a 0.7.

(a) Qual è la probabilità che lo studente superi tutte le tre prove intermedie?

(b) Sapendo che lo studente non ha superato una delle prove, qual è la probabilità condizionata che abbia fallito la seconda prova?

14. Un'urna contiene inizialmente 5 palline bianche e 7 palline nere. A ogni estrazione si prende nota del colore della pallina che viene poi rimessa nell'urna assieme ad altre 2 palline dello stesso colore. Calcolare la probabilità che

(a) le prime 2 palline selezionate siano nere e le 2 successive siano bianche;

(b) esattamente due delle prime 4 palline estratte siano nere;

(c) la seconda sia nera;

(d) la 1 sia nera sapendo che la seconda è nera.

28. Si mescola un normale mazzo di carte di 52 carte; le carte vengono poi girate una a una finché non appare il primo asso. Sapendo che il primo asso è la ventesima carta girata, qual è la probabilità condizionata che la carta seguente sia

(a) l'asso di picche;

(b) il due di fiori?

32. Una famiglia ha j bambini con probabilità p_j , dove $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.25$, $p_3 = 0.35$, $p_4 = 0.3$. Un bimbo è scelto a caso da una data famiglia. Sapendo che questo bambino è il figlio più vecchio della famiglia, determinare la probabilità condizionata che la famiglia abbia

(a) solo un bambino;

(b) 4 bambini.

83. Il dado A ha 4 facce rosse e 2 facce bianche, mentre il dado B ha 2 facce rosse e 4 facce bianche. Si lancia una volta una moneta non truccata. Se esce testa, il gioco continua con il dado A ; se esce croce, si usa il dado B .

(a) Mostrare che la probabilità che la faccia sia rossa a ogni lancio è $\frac{1}{2}$.

(b) Se nei primi due lanci si ottiene il rosso, qual è la probabilità che venga rosso al terzo lancio?

(c) Se nei primi due lanci si ottiene il rosso, qual è la probabilità che sia stato usato il dado A ?

57. Un modello semplificato per le variazioni del prezzo delle azioni presume che ogni giorno il prezzo delle azioni sale di una unità con probabilità p o scende di una unità con probabilità $1 - p$. Si assume che le variazioni del prezzo in giorni diversi siano indipendenti.

(a) Qual è la probabilità che il prezzo delle azioni torni a quello di partenza dopo 2 giorni?

(b) Qual è la probabilità che il prezzo delle azioni salga di una unità dopo 3 giorni?

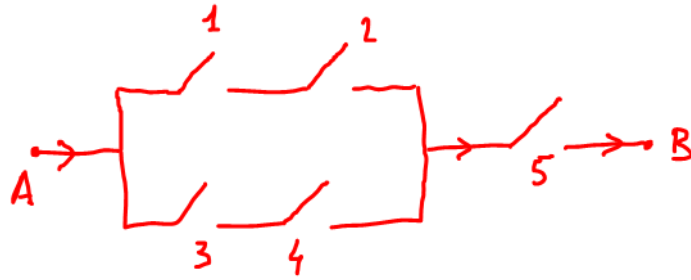
(c) Sapendo che dopo 3 giorni il prezzo delle azioni è salito di una unità, qual è la probabilità che fosse salito il primo giorno?

64. In un quiz televisivo viene posta una domanda del tipo vero/falso a una coppia. Entrambi marito e moglie, indipendentemente, danno la risposta corretta con probabilità p . Quale delle due strategie che seguono è la migliore per la coppia?

(a) Scegliere chi darà la risposta; il prescelto risponderà alla domanda; o

(b) considerare entrambi la domanda e dare una risposta comune se concordano oppure, se non concordano, lanciare una moneta per decidere chi risponderà?

66. La probabilità di chiudere il relè i nei due circuiti disegnati sotto è data da p_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Se tutti i relè funzionano indipendentemente, qual è la probabilità che la corrente passi da A e B nel circuito?



ESERCIZI TEORICI

9. Consideriamo due lanci indipendenti di una moneta non truccata. Sia A l'evento "al primo lancio viene testa", B l'evento "al secondo lancio viene testa", e C l'evento "esce la stessa faccia nei due lanci". Mostrare che gli eventi A, B, C sono due a due indipendenti – cioè che A e B sono indipendenti, A e C sono indipendenti, B e C sono indipendenti – ma che non sono far loro indipendenti.

10. Consideriamo un insieme di n individui. Si supponga che il compleanno di una persona capiti equiprobabilmente in uno qualunque dei 365 giorni dell'anno e che i compleanni siano indipendenti. Sia $A_{i,j}$ l'evento "le persone i e j hanno lo stesso compleanno", Mostrare che questi eventi $A_{i,j}$ sono due a due indipendenti, cioè che $A_{i,j}$ e $A_{r,s}$ sono indipendenti. Provare inoltre che gli eventi $A_{i,j}$ non sono indipendenti.

15. Si effettuano delle prove indipendenti in ciascuna delle quali il successo ha probabilità p , finché si ottengono r successi. Provare che la probabilità che ciò necessiti esattamente n tentativi è...