

Esercizi Cap. 4

venerdì 4 dicembre 2009
14.30

13. Un venditore ha fissato due appuntamenti per vendere una enciclopedia. Il suo primo appuntamento lo porterà a vendere una enciclopedia con probabilità pari a 0.3 e il secondo con probabilità pari a 0.6. Ogni vendita ha la stessa probabilità di riguardare l'edizione di lusso (del valore di 1000 euro) o quella standard (del valore di 500 euro). Si determini la densità discreta di X , la variabile aleatoria che conta il totale dei guadagni del venditore.

21. Quattro autobus portano 148 studenti allo stadio del football. Gli autobus portano, rispettivamente, 40, 33, 25 e 50 studenti. Scegliamo a caso uno degli studenti. Denotiamo con X il numero degli studenti che hanno viaggiato sull'autobus dello studente scelto a caso. Scegliamo ora a caso uno dei conducenti dei bus e denotiamo con Y il numero degli studenti che hanno viaggiato sul suo autobus.
(a) Quale tra $E(X)$ e $E(Y)$ è pensate sia più grande? Perché?
(b) Si calcolino $E(X)$ e $E(Y)$.

27. Una compagnia di assicurazioni emette una polizza che pagherà una certa quantità A di euro se l'evento E si verificherà entro un anno. Se la compagnia stima che E si verificherà entro un anno con probabilità pari a p , quale dovrebbe essere il costo della polizza per il cliente in modo che il profitto atteso per la compagnia sia del 10 per cento di A ?

35. Una scatola contiene 5 bilie rosse e 5 bilie blu. Estraiamo 2 bilie a caso. Se hanno il medesimo colore, vinciamo 1.10 euro; in caso contrario vinciamo -1.00 euro (cioè perdiamo 1.00 euro). Si calcoli
(a) il valore atteso della vincita;
(b) la varianza della vincita.

41. Un uomo afferma di avere poteri extrasensoriali. Come test, viene lanciata 10 volte una moneta equilibrata e si chiede all'uomo di prevederne l'esito in anticipo. Lui indovina 7 dei 10 risultati. Qual è la probabilità che lo abbia conseguito se non è dotato dei suddetti poteri (ovvero ha agito in maniera casuale)?

42. Supponiamo che un motore di un aereo in volo possa andare in avaria con probabilità pari a $1-p$, in maniera indipendente dagli altri motori. Se un aereo ha bisogno di almeno metà dei propri motori per poter concludere il volo senza problemi, per quali valori di p è più sicuro un aereo a 5 motori rispetto a uno a 3 motori?

48. Si sa che i dischetti prodotti da una certa azienda sono difettosi con probabilità pari a 0.01 in maniera indipendente l'uno dall'altro. L'azienda vende i dischetti in confezioni da 10 e offre una garanzia di rimborso nel caso in cui almeno 1 dei dischetti sia difettoso. Se una persona acquista 3 scatole, qual è la probabilità che ne restituisca esattamente 1 scatola?

49. Quando la moneta 1 viene lanciata, si ottiene testa con probabilità pari a 0.4; quando viene lanciata la moneta 2, ciò avviene con probabilità pari a 0.7. Scegliamo a caso una di queste monete e la lanciamo 10 volte.
(a) Qual è la probabilità che esattamente 7 dei 10 lanci diano testa?
(b) Dato che il primo lancio ha dato testa, quanto vale la probabilità condizionata che esattamente 7 dei 10 lanci diano testa?

50. Supponiamo che una moneta non equilibrata dia testa con probabilità pari a p e che

venga lanciata 10 volte. Se otteniamo un totale di 6 testa, si trovi la probabilità condizionata che i primi 3 esiti siano stati:

- (a) T, C, C ;
- (b) C, T, C.

52. Il numero medio mensile di incidenti di aerei commerciali in tutto il mondo è pari a 3.5.

Qual è la probabilità che ci siano

- (a) almeno 2 incidenti il prossimo mese;
- (b) al più 1 incidente il prossimo mese?

53. L'anno scorso si sono celebrati all'incirca 80 000 matrimoni nello stato di New York. Si stimi la probabilità che almeno una di queste coppie abbia i due partner

- (a) nati il 30 aprile;
- (b) che compiono gli anni nel medesimo giorno.

54. Supponiamo che il numero atteso di veicoli abbandonati settimanalmente in una certa autostrada sia pari a 2.2. Si approssimi la probabilità che ci siano

- (a) nessun veicolo abbandonato la prossima settimana;
- (b) almeno 2 veicoli abbandonati la prossima settimana.

57. Supponiamo che il numero di incidenti che avvengono ogni giorno su un tratto di autostrada si distribuisca come una variabile di Poisson di parametro 3.

- (a) Si trovi la probabilità che 3 o più incidenti avvengano oggi.
- (b) Si ripeta il precedente calcolo sotto l'ipotesi che almeno un incidente avvenga oggi.

59. Se si acquista un biglietto della lotteria in 50 lotterie diverse, ognuno con una probabilità pari a 1/100 di darci un premio, qual è la probabilità (approssimata) che si vinca un premio

- (a) almeno una volta;
- (b) esattamente una volta;
- (c) almeno due volte?

70. Al tempo 0 una moneta, che dà testa con probabilità pari a p , viene lanciata e cade al suolo. Supponiamo che dia testa. A un istante scelto in accordo con un processo di Poisson di parametro λ , la moneta viene raccolta e lanciata. (Tra lanci successivi la moneta rimane al suolo). Qual è la probabilità che la moneta mostri la faccia con la testa al tempo t ?

SUGGERIMENTO: Quale sarebbe la probabilità condizionata se fino all'istante t non avvenissero ulteriori lanci e quale se ce ne fossero?

ESERCIZIO TEORICO

6. Per una variabile aleatoria N a valori interi non negativi, si provi che

$$E(N) = \sum_{i=1}^{\infty} P(N \geq i).$$

Ritrovare così la formula per il valore atteso di una v.a. geometrica.