

1. Sia X una variabile aleatoria la cui densità è

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2) & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(a) Qual è il valore di c ?

(b) Qual è la funzione di distribuzione di X ?

2. Un sistema può funzionare per un tempo aleatorio X . Se la densità di X (in mesi) è

$$f(x) = \begin{cases} Cxe^{-x/2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

qual è la probabilità che il sistema funzioni per almeno 5 mesi?

3. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^3) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

può essere una densità? In tal caso determinare C . Stessa domanda se $f(x)$ è data da

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^2) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

35 (cap. 4) . Una scatola contiene 5 bilie rosse e 5 bilie blu. Estraiamo 2 bilie a caso. Se hanno il medesimo colore, vinciamo 1.10 euro; in caso contrario vinciamo -1.00 euro (cioè perdiamo 1.00 euro). Si calcoli

(a) il valore atteso della vincita;

(b) la varianza della vincita.

5. Un benzinaio è rifornito di gasolio una volta la settimana. Se la sua vendita settimanale in migliaia di litri è una variabile aleatoria con densità

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

quale deve essere la capacità del serbatoio affinché la probabilità che il gasolio sia esaurito in una settimana sia pari a 0.01?

10. I treni per una destinazione A passano alla stazione ogni 15 minuti a partire dalle 7; quelli per B passano ogni 15 minuti a partire dalle 7:05.

(a) Un passeggero arriva alla stazione in un istante che è uniformemente distribuito tra le 7 e le 8 e sale sul primo treno che arriva. Qual è la probabilità che egli salga su un treno diretto ad A?

(b) Stessa domanda se il passeggero arriva in un istante che è uniformemente distribuito

tra le 7:10 e le 8:10.

11. Si taglia in un punto a caso un segmento di lunghezza L . Interpretare l'affermazione e calcolare la probabilità che il rapporto tra il pezzo più corto e il pezzo più lungo del segmento sia minore di $1/4$.

31. (a) La caserma dei pompieri si trova su una strada lunga A . Se gli incendi si distribuiscono uniformemente su $(0, A)$, dove deve trovarsi la caserma affinché sia minima la distanza attesa dall'incendio? Cioè, determinare a per minimizzare $E[|X-a|]$, dove X è uniformemente distribuita su $(0, A)$.

(b) Supponiamo ora che la strada abbia una lunghezza infinita – dall'origine 0 all'infinito. Se la distanza di un incendio dall'origine è distribuita esponenzialmente con parametro λ in quale punto dovrebbe ora trovarsi la caserma dei pompieri? Cioè, determinare a per minimizzare dove X è esponenziale di parametro λ .

33. Il numero di anni di funzionamento di un tipo di radio è distribuito esponenzialmente con parametro $\lambda=1/8$. Comprando una radio usata di questo tipo, qual è la probabilità che essa duri per più di 8 anni?

34. Il Sig. Rossi ritiene che la durata in migliaia di chilometri di un'auto sia una variabile aleatoria esponenziale di parametro $1/20$. Il Sig. Rossi acquista un'auto usata che ha percorso 10 000 chilometri. Qual è la probabilità che l'auto percorra altri 20 000 chilometri? Ripetere l'esercizio supponendo che la durata (in migliaia di chilometri) sia una variabile distribuita uniformemente su $(0, 40)$.

16. Le precipitazioni annuali (in centimetri) di una certa regione sono distribuite normalmente con $\mu=40$ e $\sigma=4$. Qual è la probabilità che iniziando quest'anno, ci vogliano 10 anni prima che in un anno si superino 50 centimetri di precipitazioni? Quali ipotesi state facendo?

18. Si supponga che X sia una variabile aleatoria normale con media 5. Se $P(X>9)=0.2$ quanto vale approssimativamente $\text{Var}(X)$?

19. Sia X una variabile aleatoria normale con media 12 e varianza 4. Determinare il valore di c tale che $P(X>c)=0.10$.

ESERCIZIO TEORICO

12. La mediana di una variabile aleatoria continua con funzione di distribuzione F è il valore m tale che $F(m)=1/2$. Quindi una variabile aleatoria continua è equiprobabilmente maggiore o minore della sua mediana. Determinare la mediana se X è

- (a) uniformemente distribuita su $[a,b]$;
- (b) normale di parametri μ, σ^2 ;
- (c) esponenziale di parametro λ .