

Esercizi del capitolo 5

23. Si effettuano mille lanci di un dado non truccato.
- Approssimare la probabilità che il numero 6 appaia tra le 150 volte e le 200 volte incluse.
 - Se il numero 6 appare esattamente 200 volte, determinare la probabilità che il numero 5 appaia meno di 150 volte.

24. Il tempo di vita dei chip interattivi di un computer prodotti da un'industria di semiconduttori è normalmente distribuito con parametri $\mu = 1.4 \times 10^6$ ore e $\sigma = 3 \times 10^5$ ore. Qual è la probabilità approssimativa che su una confezione di 100 chip ve ne siano almeno 20 il cui tempo di vita è inferiore a 1.8×10^6 ore?

25. Ogni oggetto prodotto da una certa ditta è, indipendentemente, di qualità accettabile con probabilità 0.95. Approssimare la probabilità che al più 10 dei prossimi 150 oggetti siano non accettabili.

27. Su 10 000 lanci indipendenti di una moneta è venuta testa 5800 volte. È ragionevole supporre che la moneta è truccata? Spiegare.

Esercizi del capitolo 8

5. Cinquanta numeri sono arrotondati all'intero più vicino e quindi sommati. Se l'errore di arrotondamento di ogni singolo numero si distribuisce come una variabile

uniforme su $(-0.5, 0.5)$

qual è la probabilità che la somma dei valori approssimati differisca dalla somma dei valori iniziali per più di 3?

14. Un certo componente è fondamentale per il funzionamento di un dato apparecchio e quando si guasta viene immediatamente rimpiazzato con uno nuovo. Se il tempo medio di vita di uno di questi componenti è pari a 100 ore, con deviazione standard di 30 ore, quanti componenti dobbiamo immagazzinare affinché la probabilità che il sistema sia sempre funzionante per le prossime 2000 ore sia almeno pari a 0.95.

15. Una compagnia di assicurazioni ha 10 000 clienti detentori di una polizza di assicurazione sull'auto. La richiesta annua di risarcimento media per assicurato è pari a 240 euro, con deviazione standard pari a 800 euro. Si approssimi la probabilità che le richieste totali di risarcimento annue superino i 2.7 milioni di euro.

18. Un lago contiene 4 differenti tipi di pesci. Supponiamo che ogni pesce pescato possa essere di uno qualsiasi dei quattro tipi con uguale probabilità. Denotiamo con Y il numero di pesci che dobbiamo catturare per ottenerne almeno uno di ogni tipo.

- Si determini un intervallo (a, b) tale che $P(a \leq Y \leq b) \geq 90\%$. $[\text{Se } Y \sim \text{Ge}(p) \text{ e } \text{Var } Y = \frac{1-p}{p^2}]$
- Utilizzando la disuguaglianza di Markov, quanti pesci dobbiamo catturare affinché si abbia una probabilità di almeno il 90 per cento di averne almeno uno per tipo?

22. Sia X una variabile aleatoria di Poisson di media 20. Sia $p = P(X > 26)$.

- Si usi la disuguaglianza di Markov per ottenere un limite superiore a p .
- Si usi la disuguaglianza di Chebyshev per ottenere una stima dall'alto di p .
- Si approssimi p utilizzando il teorema del limite centrale.

Variabili congiunte

1. Sia uno spazio campionario e $X; Y$ due variabili aleatorie su che assumono rispettivamente i valori $\{7, 8, 16\}$ e $\{, 2\}$. Sono conosciute le probabilità congiunte $p(a; b)$ cioè la probabilità che X assuma valore a e che Y assuma valore b .

$p(7; 4) = 0.1$; $p(7; 2) = 0.1$; $p(8; 4) = 0.2$; $p(8; 2) = 0.3$; $p(16; 4) = 0.2$; $p(16; 2) = 0.1$

i) Calcolare le densità marginali di X e Y .

ii) Le due variabili aleatorie sono indipendenti?

2. Sia $(X; Y)$ una variabile congiunta discreta la cui densità congiunta è data da

$p(0, 0) = a$; $p(1, 0) = 0$; $p(0, 1) = 0$; $p(1, 1) = b$ $p(0, 2) = c$; $p(1, 2) = 0$

ove $a; b; c$ sono numeri reali non nulli.

(a) A quale ulteriori condizioni devono soddisfare i parametri $a; b; c$ affinché quella data sia effettivamente una densità congiunta? Calcolare le densità marginali e i valori attesi di X e di Y .

(b) Mostrare che X e Y non sono indipendenti.