

Istituzioni di Analisi Matematica 2018-19

A. Cesaroni, P. Mannucci

Esercizi sui limiti con gli sviluppi di Taylor

1. Determinare l'ordine di infinitesimo di $x \sin x - x^2$ e calcolare il seguente limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \sin x - x^2}{(1 - \cos x)x}.$$

2. Calcolare per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(x + x^2) - x}{x^\alpha - \sin(x^2)}.$$

3. Calcolare il limite seguente, per ogni valore reale del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2n^2}} - \cos\left(\frac{1}{n}\right)}{n^\alpha \left(\arctan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}\right)}$$

4. Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{1+\tan^2 x} - 5}{1 - \cos x}$$

5. Calcolare il limite seguente al variare di $\alpha > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha - x^2 \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

6. Calcolare il limite seguente, per ogni valore reale del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha \left[\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) - \arctan\left(\frac{1}{n^2}\right) \right].$$

7. Calcolare il limite seguente, per ogni valore reale del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \tan\left(\frac{1}{n^3}\right) - e^{\frac{1}{n^3}}}{n^\alpha (e^{\frac{1}{n^2}} - 1)}$$

8. Calcolare, per ogni valore reale del parametro α , il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \sin(\alpha x) - 1 + x^3}{1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \log(1 + x)}.$$

9. Calcolare il limite seguente, per ogni valore reale del parametro $\alpha \neq 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1 - \frac{1}{3} \sin x^2}{1 - \cos(\alpha x) - x^2},$$

10. Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x - x^2) + 1 - \sqrt{1 + 2x}}{\sinh x - \log(1 + x)}$$