

Istituzioni di Analisi Matematica 1

P. Mannucci, A. Cesaroni,

Esercizi sulle funzioni in due variabili, massimi e minimi liberi

1. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y - 2}}$$

- determinare il dominio della funzione e disegnarlo,
- calcolare le derivate parziali,
- determinare la derivata direzionale di f nel punto $(1, 2)$, nella direzione $v = (-1/\sqrt{2}, \sqrt{1}/2)$,
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $(1, 2)$.

2. Data la funzione

$$f(x, y) = \log(x^2 + y^2 - 1)$$

- determinare il dominio della funzione e disegnarlo,
- calcolare le derivate parziali e la matrice hessiana di f ,
- determinare la derivata direzionale di f nel punto $(2, 0)$, nella direzione $v = (1/2, \sqrt{3}/2)$,
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $(1, 1)$.

3. Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 1$$

- calcolare le derivate parziali e la matrice hessiana di f ,
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $(4, 1)$ e nel punto $(0, 0)$,
- scrivere la derivata direzionale di f nel punto $(-2, 1)$ nella direzione $v = (1/\sqrt{5}, 2/\sqrt{5})$,
- determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare i punti critici e studiarne la natura:

$$a) f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)^2 \quad b) f(x, y) = e^x \left(x^2 + \frac{4}{9}y^3 - 3y \right) \quad c) f(x, y) = xy(4 - x^2 - y^2).$$