PROGRAMMA con domande per la PARTE A
Istituzioni di Analisi Matematica

A.A. 2018-2019

Annalisa Cesaroni, Paola Mannucci

Corsi di laurea in Scienze Statistiche

1. Dare la definizione di maggioranti e minoranti di un insieme, estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme, massimo e minimo.

2. Dare la definizione di fattoriale e di coefficiente binomiale. Enunciare la formula del binomio di Newton.

3. Dare la definizione di funzione iniettiva e di funzione inversa.

4. Dare la definizione di funzione monotona (crescente o decrescente) e strettamente monotona (crescente o decrescente). Enunciare il teorema sulla invertibilità delle funzioni strettamente monotone.

5. Dare la definizione di funzione limitata. Dare la definizione di funzione simmetrica (pari o dispari) e ricordare la caratteristica dei grafici di queste funzioni. Dare la definizione di funzione periodica. (Facoltativo: esibire qualche esempio)

6. Dare la definizione di limite (finito) di funzione in un punto x_0, o a $\pm\infty$. Dare la definizione di limite ∞ (o $-\infty$) di funzione in un punto x_0 o a $\pm\infty$.

7. Dare la definizione di limite di funzione nel caso

   $$\lim_{x\to 2} f(x) = -5,$$

   scrivendo esplicitamente gli intorni.

   (Questa domanda potrà essere chiesta con altri valori al posto di 2 e -5, tra i quali anche $+\infty$ o $-\infty$.)

8. Dare la definizione di limite destro e sinistro per funzioni. (Facoltativo: dare qualche esempio)

9. Enunciare il teorema dell'unicità del limite per le funzioni.

10. Enunciare il teorema della permanenza del segno per funzioni.

11. Enunciare il teorema del confronto (detto anche dei due Carabinieri) per funzioni.

12. Enunciare il teorema di limite di funzione composta (o di cambiamento di variabile) nei limiti.

13. Dare la definizione di successione.

14. Dare la definizione di limite di successione.

15. Dare la definizione di successioni convergenti, divergenti e irregolari. Fare qualche esempio.
16. Enunciare la proprietà delle successioni monotone: sono divergenti o convergenti, e non sono mai irregolari.
17. Dare la definizione di asintoti orizzontali, verticali e obliqui, con la caratterizzazione degli asintoti obliqui.
18. Dare la definizione di funzione continua in x_0. Classificare i punti di discontinuità di f: punti di discontinuità eliminabile, discontinuità di prima specie o di salto, discontinuità di seconda specie. Dire cos'è il prolungamento per continuità di una funzione in un punto con discontinuità eliminabile.
19. Dimostrare che $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, ed enunciare almeno una della sue conseguenze (limiti notevoli derivati).
20. Dimostrare che $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$.
21. Dimostrare che $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$.
22. Dare la definizione di funzione continua e enunciare il teorema degli zeri.
23. Dare la definizione di funzione continua ed enunciare il teorema di Weierstrass.
24. Enunciare il teorema dei valori intermedi per funzioni continue.
25. Dare la definizione di derivata in un punto. (Facoltativo: interpretazione geometrica ..).
26. Dare la definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto. Enunciare e dimostrare la relazione tra derivabilità e continuità.
27. Dare la definizione di derivata destra e sinistra.
28. Classificazione dei punti di non derivabilità di un funzione: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale.
29. Dimostrare che se $f(x) = \sin x$ la sua derivata è $f'(x) = \cos x$.
30. Dimostrare che se $f(x) = e^x$ la sua derivata è $f'(x) = e^x$.
31. Enunciare il teorema sulla derivata della funzione composta.
32. Enunciare il teorema sulla derivata della funzione inversa.
33. Dimostrare che se $f(x) = \arcsin x$ la sua derivata è $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
34. Dimostrare che se $f(x) = \arctan x$ la sua derivata è $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
35. Dare la definizione di punto di minimo e di massimo locale per f. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.
36. Enunciare il teorema di Lagrange (o del Valor Medio).

37. Enunciare e dimostrare il Criterio di monotonia (relazione tra derivata prima e monotonia).

38. Enunciare e dimostrare il corollario sulla derivata nulla (caratterizzazione funzioni costanti).

39. Enunciare il teorema di De l'Hôpital.

40. Definizione di funzione concava o convessa. Enunciare il criterio di convessità per funzioni due volte derivabili.

41. Dare la definizione del polinomio di Taylor e enunciare il teorema di Taylor, con l'errore scritto con gli "o piccoli" (di Peano).

42. Dare la definizione di serie convergente, divergente ed irregolare (Facoltativo: fornire qualche esempio).

43. Definizione di serie geometrica. Enunciare e dimostrare quando converge/diverge/ è irregolare.

44. Definizione di serie armonica generalizzata. Enunciare quando converge/diverge.

45. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie.

46. Enunciare e dimostrare la proprietà delle serie a termini positivi (non è mai irregolare..).

47. Enunciare i criteri della radice e del rapporto per le serie a termini positivi.

48. Enunciare il criterio del confronto per le serie a termini positivi.

49. Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie a termini positivi.

50. Definizione di convergenza assoluta. Dire in che rapporto è che la convergenza assoluta con la convergenza (semplice).

51. Definizione di serie a termini di segno alterno. Enunciare il criterio di convergenza delle serie con termini di segno alterno (di Leibniz).

52. Dare la definizione di somma superiore e somma inferiore per una funzione limitata relative a una ripartizione di un intervallo. Dare la definzione di integrale di Riemann di f.

53. Enunciare il Teorema della media integrale.

54. Dare la definizione di funzione integrale. Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

55. Dare la definizione di primitiva di f. Dimostrare che se F è una primitiva di f allora anche $F + k$ (k costante) è una primitiva di f.

56. Dare la definizione di primitiva di f. Dimostrare che se Se F_1 e F_2 sono due primitive di f allora $F_1 = F_2 + k$ (k costante).

57. Enunciare e dimostrare il Corollario del Teorema fondamentale del calcolo integrale: data G primitiva di f, $\int_a^b f(x)\,dx = G(b) - G(a)$.

58. Dare la definizione di integrale generalizzato su intervalli illimitati per funzioni non negative.

59. Dare la definizione di integrale generalizzato su intervalli limitati per funzioni non negative.

60. Enunciare il criterio del confronto asintotico per gli integrali generalizzati su intervalli illimitati (o limitati, a scelta).

61. Definizione di funzione da $D \subseteq \mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$ e definizione di intorno sferico (palla) per $(x, y) \in \mathbf{R}^2$.

62. Dare la definizione di derivata parziale e di gradiente per una funzione di due variabili.

63. Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione di due variabili, enunciare la formula del gradiente.

64. Dare la definizione di funzione f differenziabile in un punto (x_0, y_0). Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in (x_0, y_0).

65. Dimostrare che se una funzione è differenziabile in un punto allora è continua in quel punto.

66. Enunciare il Teorema del differenziale totale.

67. Definizione di punto critico di una funzione in due variabili. Enunciare il teorema di Fermat.

68. Enunciare il criterio dell'Hessiana per stabilire la natura dei punti critici.

69. Definizione di curva e di punto regolare su una curva.

70. Dare la definizione di estremo vincolato ed enunciare il Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

OSSERVAZIONI

- Questo è il programma per la Parte A della prova scritta. Per l'eventuale parte orale ogni studente deve fare riferimento al programma dettagliato del corso relativo al proprio canale.
- Le dimostrazioni si intendono con le ipotesi assunte a lezione.