ESERCIZI - FASCICOLO 10

Esercizio 1. Il numero di accessi al giorno alla pagina web della Scuola di Scienze MM.FF.NN. ha distribuzione di Poisson, il numero medio di accessi al giorno è 74 e i numeri di accessi in giorni distinti sono indipendenti. Qualè la probabilità che il numero di accessi in un anno (= 365 giorni) superi 27200?

Esercizio 2. Un congegno è costituito da una componente elettrica che viene rimpiazzata non appena smette di funzionare. Dunque, se $T_1, T_2, \dots, T_n$ sono i tempi di vita di n componenti che si hanno a disposizione, il tempo di vita totale del congegno è $T = T_1 + T_2 + \cdots + T_n$. Si supponga che $T_i \sim \mathrm{Exp}(1)$, e che le T_i siano indipendenti. Utilizzando l'approssimazione normale, si calcolino:

(i) se $n = 100$ la probabilità $\mathrm{P}(T < 90)$;

(ii) il valore minimo di n per cui $\mathrm{P}(T < 90) \leq 0.05$.

Esercizio 3. Un grande studio fotografico riceve l'incarico di eseguire un servizio che prevede l'uso di speciali lampade ad alta luminosità. La durata di tali lampade ha distribuzione esponenziale di media uguale a 100 ore, e costano 100 Euro l'una. Le durate di lampade distinte si possono considerare indipendenti. Per il servizio si prevede siano necessarie 10000 ore di luce prodotta da tali lampade. Inoltre, a causa degli elevati costi di trasporto, è conveniente acquistare le lampade necessarie in un unico ordine.

(i) Usando l'approssimazione normale, si determini il minimo numero di lampade che è necessario acquistare affinché le 10000 ore di luce siano garantite con probabilità 0.95.

(ii) Un'altra ditta di lampade propone un prodotto la cui durata ha distribuzione esponenziale di media 200 ore, al costo di 190 Euro per lampada. Ritenete sia conveniente acquistare da questa ditta anziché da quella del punto precedente? (Anche in questo caso le lampade vengono acquistate nel numero minimo necessario a garantire 10000 ore di luce con probabilità 0.95).

Esercizio 4. * Sia considerino, per $n \geq 1$ delle variabili aleatorie X_n, geometriche di parametro $1/n$. Mostrare che le variabili aleatorie $\frac{X_n}{n}$ convergono in distribuzione ad una variabile aleatoria $Y \sim Exp(1)$.