

**IMPORTANTE:**

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Il foglio va inserito nell'elaborato. Nel caso, si barri la casella "Ritirato" accanto alla firma.

**ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA I (corso A)**

**Compito A - 8 gennaio 2010**

Cognome e nome (stampatello): .....

Firma ..... Ritirato

**Esercizio 1** È data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a \sin x - bx}{x \sin x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x^2}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+2x}} & \text{se } -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases}$$

1. Determinare per quali valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ , la funzione  $g$  è continua in tutto il suo dominio.
2. Determinare per quali valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \geq 0$ , la funzione  $g$  è derivabile in tutto il suo dominio. (Suggerimento: si usino i limiti dei rapporti incrementali)

**Esercizio 2** È data la funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 - 2x| + x^2 - 2x}{x^2 - 1}$$

1. Determinare il dominio di  $f(x)$ .
2. Determinare l'insieme  $A$  dei punti di accumulazione del dominio di  $f$  e calcolare  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  per ogni  $x_0 \in A$ .
3. Determinare gli eventuali asintoti.
4. Determinare l'insieme  $B$  dei punti nei quali  $f$  risulta derivabile e calcolare  $f'(x)$  per ogni  $x \in B$ .
5. Si determinino gli intervalli di monotonia di  $f(x)$ .
6. Si determinino gli eventuali punti di massimo e/o di minimo relativo (ed assoluto).
7. Si dimostri che la funzione è concava nell'intervallo  $[3, +\infty)$ .
8. Si tracci il grafico di  $f$ .

**Esercizio 3** 1. Scrivere la definizione di limite nel caso  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .

2. Dato  $A \subset \mathbb{R}$ , scrivere la definizione di punto di accumulazione dell'insieme  $A$ .
3. Determinare l'insieme dei punti di accumulazione dell'insieme  $A = (-1, 1) \cup (1, 3] \cup \{4\}$ .