

IMPORTANTE:

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Il foglio va inserito nell'elaborato. Nel caso, si barri la casella "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA 1 (A)

3 luglio 2012

Cognome e nome (stampatello):

Firma Ritirato

RISERVATO ALLA COMMISSIONE

Voto:

FIRMA per accettazione del voto e consenso alla registrazione

N.B.: da firmare **solo** dopo aver preso visione della correzione e **davanti al/alla docente**

.....+

Compito A

Esercizio 1 È data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{x^\alpha} & \text{se } x > 0 \\ \beta x^2 + \gamma & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

1. Determinare per quali valori dei parametri $a > 0$, $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ la funzione g è continua in $x_0 = 0$.
2. Determinare per quali valori dei parametri $a > 0$, $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ la funzione g è derivabile in $x_0 = 0$.

Esercizio 2 È data la funzione

$$f(x) = (x + 1)e^{\frac{x-2}{|x+1|}}$$

1. Determinare il dominio di $f(x)$.
2. Determinare l'insieme A dei punti di accumulazione del dominio di f e calcolare $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ per ogni $x_0 \in A$.
3. Determinare gli eventuali asintoti.
4. Determinare l'insieme B dei punti nei quali f risulta derivabile e calcolare $f'(x)$ per ogni $x \in B$. In particolare si calcolino $\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x)$.
5. Si determinino gli intervalli di monotonia di $f(x)$.
6. Si determinino gli eventuali punti di massimo e/o di minimo relativo (ed assoluto).
7. Tramite lo studio di $f''(x)$ si determini la concavità e la convessità di $f(x)$ nonché la presenza di eventuali punti di flesso.
8. Si tracci il grafico di f .

Esercizio 3 1. Scrivere l'enunciato del teorema sulla derivata della funzione inversa.

2. Si dimostri che la funzione $h(x) = \sin(x^2) - x^2$ è invertibile nell'intervallo $I = (-\infty, 0]$.
3. Si indichi ancora con h la restrizione della funzione h all'intervallo I e si calcoli $(h^{-1})'(1 - \frac{\pi}{2})$.