

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito **A** - 5 settembre 2011

Cognome e nome (stampatello):

Numero matricola: Corso di laurea:

Firma Ritirato 

Esercizio 1 (7 punti) Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin^3 x \cos x}{\sin^2 x - 2} dx.$$

Esercizio 2 (7 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3}{k^4 + 1} \left[1 - \cos \left(\frac{k + k^2}{k^7 + 4} \right) \right]^{\alpha^4}$$

risulta convergente.

Esercizio 3 (7 punti) Dimostrare che esistono e trovare i massimi e minimi assoluti di $f(x, y) := x + \log(1 + x^2 + y^2)$ sul dominio $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}$. (Se necessario, si utilizzi il fatto che $\log 17 - \log 2 < 3$).

Esercizio 4 (2 punti) Calcolare il valore esatto dell'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{2}{t^2 - 1} dt.$$

Esercizio 5 (2 punti) Enunciare le definizioni di serie convergente, divergente e irregolare.

(2 punti) Enunciare la condizione necessaria per la convergenza di una serie.

(2 punti) Dimostrare che la serie $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \log(1 + k^2)$ non è convergente.

Esercizio 6 (2 punti) Si enunci il teorema sui limiti nell'origine in coordinate polari.

(2 punti) Si dica se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{44x^4y^2 + 7x^2y^4}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua su \mathbb{R}^2 oppure no.